

1. $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 일 때, 집합 A 를 원소나열법으로 나열한 것으로 옳은 것은?
- ① $A = \{3, 6, 9\}$
 - ② $A = \{3, 6, 9, 12, 18\}$
 - ③ $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$
 - ④ $A = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
 - ⑤ $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$

해설

20 보다 작은 3 의 배수는 3, 6, 9, 12, 15, 18 이다. 이것이 집합 A 의 원소가 된다. 원소나열법은 집합에 속한 모든 원소를 { } 안에 나열하는 방법이므로, 이 원소들을 그대로 나열하면 된다.

2. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① $A \subset B$

② $n(A) = 3$

③ $n(B) = 5$

④ $B \not\subset A$

⑤ $n(B) - n(A) = \{4, 5\}$

해설

⑤ $n(B) - n(A) = 5 - 3 = 2$

3. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$A = \{1, 3, 5\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

4. 세 집합 사이에 $\{1, 2\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 A 가 될 수 없는 것은?

① $\{1, 2\}$

② $\{1, 2, 3\}$

③ $\{1, 2, 4\}$

④ $\{2, 3, 4\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4\}$

해설

④ $\{1, 2\} \not\subset \{2, 3, 4\}$

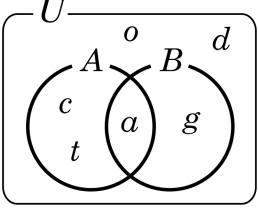
5. 두 집합 $A = \{x, 7\}$, $B = \{3, x+4\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A = B$ 이면 두 집합의 모든 원소가 같다.
따라서 $x = 3$ 이다.

6. 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳은 것은?



- ① $U = \{d, g, c, a, t\}$

② $A^c = \{d, g\}$

③ $B^c = \{c, d, o, t\}$

④ $(A \cap B)^c = \{o, d\}$

⑤ $(A \cup B)^c = \{c, d, g, o, t\}$

해설

- ① $U = \{d, o, g, c, a, t\}$

② $A^c = \{d, o, g\}$

④ $(A \cap B)^c = \{c, d, g, o, t\}$

⑤ $(A \cup B)^c = \{d, o\}$
- 이므로 옳은 것은 ③이다.

7. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 4\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2\}$

해설

$$A^c = \{2, 4\}, B^c = \{1, 2, 5\}, A^c \cap B^c = \{2\}$$

8. 두 양수 a, b 에 대하여 $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

a, b 는 양수이므로

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) = ab + 4 + 1 + \frac{4}{ab}$$

$$= 5 + ab + \frac{4}{ab} \geq 5 + 2\sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}}$$

$$= 5 + 4 = 9$$

$\therefore$ 최솟값은 9

9. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

① $P \cap Q$

② $P \cup Q$

③ $P^c \cup Q^c$

④ $P - Q$

⑤ $Q - P$

해설

$p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이려면 P 의 원소 중에서 Q 의 원소가 아닌 것을 찾으면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은 $P \cap Q^c = P - Q$

10. 명제「 $x = 1$ 이면 $x^2 + 4x - 5 = 0$ 이다.」의 역, 이, 대우 중에서 참인 것을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 대우

해설

주어진 명제가 참이므로 대우가 참이고, 역은 거짓이므로 이도 거짓이다.
(역의 반례: $x = -5$)

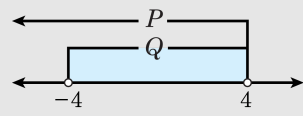
11. $x < 4$ 는 $-4 < x < 4$ 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$p : x < 4, q : -4 < x < 4$ 라고 하면



$\therefore Q \subset P$

12. x 가 양의 실수 일 때, $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$ 의 최솟값과 그 때의 x 값을 차례대로

구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 > 0, \frac{1}{x^2} > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균에 의하여

$$x^2 + 1 + \frac{1}{x^2} \geq 2\sqrt{x^2 \times \frac{1}{x^2}} + 1 \geq 2 + 1 = 3$$

등호는 $x^2 = \frac{1}{x^2}$ 일 때 성립하므로 $x^4 = 1$

따라서 양의 실수 x 는 1이다.

최솟값은 3이고, x 값은 1이다.

13. 두 집합 $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{p, q, r, s\}$ 가 있다. X 에서 Y 로의 일대일 함수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 24개

해설

a 에 대응하는 수가 b 에 대응해서는 안 되고
 a, b 에 대응하는 수가 c 에 대응해서는 안 되므로
 $\therefore 4 \times 3 \times 2 = 24$ (개)

14. 두 함수 $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = -x^2 + x$ 에 대하여 $(f \circ g)(2)$, $(g \circ f)(2)$ 의 합숫값을 각각 a , b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① -47 ② -35 ③ 12 ④ 37 ⑤ 47

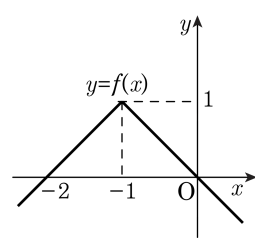
해설

$$a = (f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(-2) = -5$$

$$b = (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(7) = -42$$

$$\therefore a - b = -5 - (-42) = 37$$

15. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프의 관계식을 구하면?



- ① $y = |x - 1| - 1$
 ② $y = |x + 1| - 1$
 ③ $y = |x - 1| + 1$
 ④ $y = -|x + 1| + 1$
 ⑤ $y = -|x + 1| - 1$

해설

주어진 그래프는 함수 $y = -|x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼,
 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로
 $y = -|x|$ 에 x 대신 $x + 1$,
 y 대신 $y - 1$ 을 대입하면 $y - 1 = -|x + 1|$
 즉, $f(x) = -|x + 1| + 1$ 이므로 $y = -|x + 1| + 1$

16. 함수 $y = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(3, -2)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프가 점 $(3, -2)$ 를 지나므로 $f(3) = -2$

$$\Rightarrow -2 = 3a + b \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 함수의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 가 점 $(3, -2)$ 을 지나므로

$$f^{-1}(3) = -2 \Rightarrow f(-2) = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{-2a+b}{-4}$$

$$\Rightarrow -2a + b = -12 \cdots \textcircled{2}$$

①, ② 에서 $a = 2, b = -8$

$$\therefore a + b = -6$$

17. $y = \sqrt{4x-12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 a , y 축으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼 평행이동한
그래프의 함수이다.
즉, $a = 3$, $b = 5$
 $\therefore a + b = 8$

18. 교내 수학 퀴즈 대회에서 마지막 남은 5명의 학생에게 다음과 같은 문제가 주어졌다. 5명의 학생이 각각 다음과 같이 답을 썼을 때, 오답으로 탈락하는 학생은 누구인지 말하여라.

문제) 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 두 집합 사이의 관계를 다른 방법으로 표현하여라.
은서 : $A \cup B = B$
준서 : $A \cap B = A$
성수 : $B - A = \emptyset$
윤호 : $B^c \subset A^c$
대성 : $A \cap B^c = \emptyset$

▶ 답 :

▷ 정답 : 성수

해설

$A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$, $A \cap B = A$, $A - B = \emptyset$, $B^c \subset A^c$, $A \cap B^c = \emptyset$ 이다.

19. 전체집합 $U = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x|x\text{는 홀수}\}$, $B = \{1, 3, 4, 8\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap B^c = \{5, 7, 9\}$

② $A \cap B = \{1, 3\}$

③ $B - A = \{4, 8\}$

④ $(A \cup B)^c = \{2, 6, 10\}$

⑤ $A^c \cap B^c = \{2, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{1, 3, 4, 8\}$

이므로

⑤ $A^c \cap B^c = \{2, 6, 10\}$

20. 민호네 학교 학생 100명 중에서 A 동아리에 가입한 학생이 62명, B 동아리에 가입한 학생이 59명이고 B 동아리에만 가입한 학생은 25명이다. 이 때, A 동아리에도 B 동아리에도 가입하지 않은 학생 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 13 명

해설

민호네 학교 학생들의 모임을 전체집합 U , A 동아리에 가입한 학생들의 모임을 집합 A , B 동아리에 가입한 학생들의 모임을 집합 B 라 하면, A 동아리에도 B 동아리에도 가입하지 않은 학생들의 모임은 $A^C \cap B^C$ 이다.

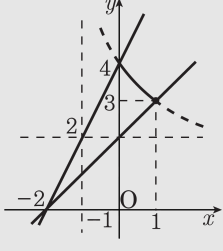
$$\begin{aligned} n(A^C \cap B^C) &= n((A \cup B)^C) \\ &= n(U) - n(A \cup B) \\ &= 100 - (62 + 59 - 34) = 13(\text{명}) \end{aligned}$$

21. 두 집합 $A = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{2x+4}{x+1}, 0 \leq x \leq 1 \right\}$, $B = \{(x, y) \mid y = m(x+2)\}$ 에 대하여 $A \cap B \neq \emptyset$ 이 성립하는 상수 m 의 값의 범위는?
- ① $-1 \leq m < 2$ ② $m \leq 0, m \geq 2$ ③ $1 \leq m \leq 2$
- ④ $-1 \leq m \leq 1$ ⑤ $m < 1, m \geq 3$

해설

$$y = \frac{2x+4}{x+1} = \frac{2(x+1)+2}{x+1} = \frac{2}{x+1} + 2 \text{ 이므로}$$

집합 A 가 나타내는 영역은 그림과 같다.



$y = m(x+2)$ 에서 집합 B 는

점 $(-2, 0)$ 을 지나는 직선들의 모임이다.

이때, $A \cap B \neq \emptyset$ 이려면

두 집합이 나타내는 그래프가 만나야 하므로

직선 $y = m(x+2)$ 가 점 $(1, 3)$ 을 지날 때와

점 $(0, 4)$ 를 지날 때 사이에 존재해야 한다.

따라서, 구하는 m 의 범위는

$$\frac{3-0}{1-(-2)} \leq m \leq \frac{4-0}{0-(-2)}$$

$$\therefore 1 \leq m \leq 2$$

22. 다음 보기에서 무리함수 $y = -\sqrt{a(x-1)} + 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

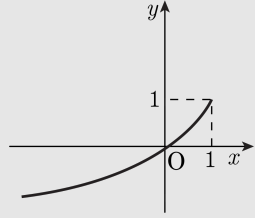
보기

- ㉠ $a = -1$ 이면 그래프는 제2사분면을 지난다.
- ㉡ $a > 0$ 이면 치역은 $\{y|y \leq 1\}$ 이다.
- ㉢ $a < 0$ 이면 치역은 $\{y|y \leq 1\}$ 이다.
- ㉤ $y = \sqrt{x} + 1$ 의 그래프와 만날 수 있다.

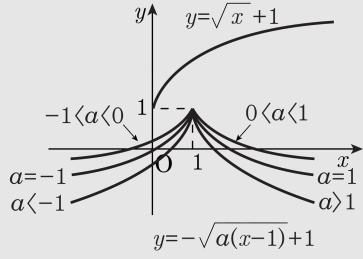
- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉤ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉤

해설

㉠ $a = -1$ 이면 주어진 무리함수는
 $y = -\sqrt{-(x-1)} + 1$
 $y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1만큼,
 y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한
것이므로 그래프는 오른쪽과 같다.
따라서 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.



㉡, ㉢ $a > 0$ 또는 $a < 0$ 일 때
항상 $\sqrt{a(x-1)} \geq 0$ 이므로 치역은 $\{y|y \leq 1\}$
㉤ $y = -\sqrt{a(x-1)} + 1$ 의 그래프는
아래와 같으므로 $y = \sqrt{x} + 1$ 의
그래프와 만나지 않는다.
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.



23. 함수 $f_n(x)$ 가 $f_1(x) = \frac{x}{x+1}$, $f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)

으로 정의될 때, $f_{28}\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{20}$
- ② $\frac{1}{24}$
- ③ $\frac{1}{30}$
- ④ $\frac{1}{32}$
- ⑤ $\frac{1}{40}$

해설

$f_1(x) = \frac{x}{x+1}$ 이고

$f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x)$ 이므로

$f_2(x) = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x+1}{x+1}} = \frac{x}{2x+1}$

$f_3(x) = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{x}{2x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{2x+1}{2x+1}} = \frac{x}{3x+1}$

$\vdots$

$f_{28}(x) = \frac{x}{28x+1}$

$\therefore f_{28}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}}{15} = \frac{1}{30}$

24. $f(x) = x^2 - 4x + 1$ ($x \geq 2$), $g(x) = 2x - 6$ 에 대하여 $(f \circ (g \circ f)^{-1})(4)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

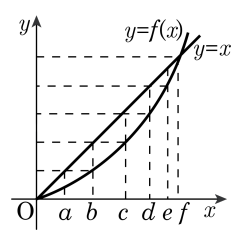
④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} g(5) &= 4 \text{ 이므로 } g^{-1}(4) = 5 \\ (f \circ (g \circ f)^{-1})(4) &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1})(4) \\ &= g^{-1}(4) \\ &= 5 \end{aligned}$$

25. 다음 그림에서 곡선은 함수 $y = f(x)$ 의 그래프이고 직선은 $y = x$ 의 그래프이다. $(f \circ f)(d) + (g \circ g)(c)$ 를 구하면? (단, $g(x) = f^{-1}(x)$ 이다.)



- ① $2a$ ② $b + e$ ③ $c + d$
 ④ $2c$ ⑤ $b + c$

해설

$(f \circ f)(d) = b, (g \circ g)(c) = e$
 f 와 g 는 역함수 관계. 즉 $y = x$ 에 대칭이다.