

1.  $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$  일 때, 집합  $A$  를 원소나열법으로 나열한 것으로 옳은 것은?

①  $A = \{3, 6, 9\}$

②  $A = \{3, 6, 9, 12, 18\}$

③  $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

④  $A = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

⑤  $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$

### 해설

20 보다 작은 3 의 배수는 3, 6, 9, 12, 15, 18 이다. 이것이 집합  $A$  의 원소가 된다. 원소나열법은 집합에 속한 모든 원소를  $\{ \}$  안에 나열하는 방법이므로, 이 원소들을 그대로 나열하면 된다.

2. 두 집합  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $A \subset B$

②  $n(A) = 3$

③  $n(B) = 5$

④  $B \not\subset A$

⑤  $n(B) - n(A) = \{4, 5\}$

해설

⑤  $n(B) - n(A) = 5 - 3 = 2$

3. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 :      개

▷ 정답 : 8 개

해설

$A = \{1, 3, 5\}$  이므로  $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$  (개)

4. 세 집합 사이에  $\{1, 2\} \subset A \subset \{1, 2, 3, 4\}$  를 만족하는 집합  $A$  가 될 수 없는 것은?

①  $\{1, 2\}$

②  $\{1, 2, 3\}$

③  $\{1, 2, 4\}$

④  $\{2, 3, 4\}$

⑤  $\{1, 2, 3, 4\}$

해설

④  $\{1, 2\} \not\subset \{2, 3, 4\}$

5. 두 집합  $A = \{x, 7\}$ ,  $B = \{3, x + 4\}$ 에 대하여  $A = B$ 일 때,  $x$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

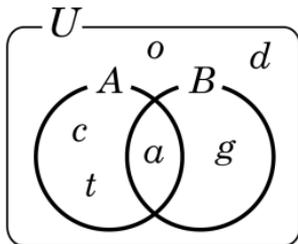
⑤ 5

해설

$A = B$ 이면 두 집합의 모든 원소가 같다.

따라서  $x = 3$ 이다.

6. 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳은 것은?



①  $U = \{d, g, c, a, t\}$

②  $A^c = \{d, g\}$

③  $B^c = \{c, d, o, t\}$

④  $(A \cap B)^c = \{o, d\}$

⑤  $(A \cup B)^c = \{c, d, g, o, t\}$

해설

①  $U = \{d, o, g, c, a, t\}$

②  $A^c = \{d, o, g\}$

④  $(A \cap B)^c = \{c, d, g, o, t\}$

⑤  $(A \cup B)^c = \{d, o\}$

이므로 옳은 것은 ③이다.

7.  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합  $A = \{1, 3, 5\}$ ,  $B = \{3, 4\}$ 일 때,  $A^c \cap B^c$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $\{2\}$

해설

$$A^c = \{2, 4\}, B^c = \{1, 2, 5\}, A^c \cap B^c = \{2\}$$

8. 두 양수  $a, b$ 에 대하여  $\left(a + \frac{1}{b}\right) \left(b + \frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$a, b$ 는 양수이므로

$$\left(a + \frac{1}{b}\right) \left(b + \frac{4}{a}\right) = ab + 4 + 1 + \frac{4}{ab}$$

$$= 5 + ab + \frac{4}{ab} \geq 5 + 2\sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}}$$

$$= 5 + 4 = 9$$

$\therefore$  최솟값은 9

9. 두 조건  $p, q$  를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$  라 할 때, 명제  $p \rightarrow q$  가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

①  $P \cap Q$

②  $P \cup Q$

③  $P^c \cup Q^c$

④  $P - Q$

⑤  $Q - P$

해설

$p \rightarrow q$  가 거짓임을 보이려면  $P$  의 원소 중에서  $Q$  의 원소가 아닌 것을 찾으려면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은  $P \cap Q^c = P - Q$

10. 명제「 $x = 1$  이면  $x^2 + 4x - 5 = 0$  이다.」의 역, 이, 대우 중에서 참인 것을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 대우

### 해설

주어진 명제가 참이므로 대우가 참이고, 역은 거짓이므로 이도 거짓이다.

(역의 반례 :  $x = -5$ )

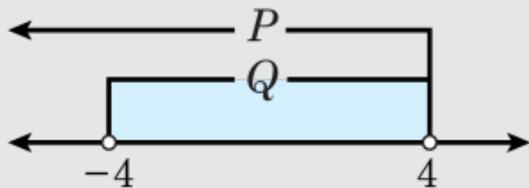
11.  $x < 4$ 는  $-4 < x < 4$  이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답: 조건

▷ 정답: 필요조건

해설

$p : x < 4$ ,  $q : -4 < x < 4$  라고 하면



$\therefore Q \subset P$

12.  $x$ 가 양의 실수 일 때,  $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$ 의 최솟값과 그 때의  $x$ 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 > 0$ ,  $\frac{1}{x^2} > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균에 의하여

$$x^2 + 1 + \frac{1}{x^2} \geq 2\sqrt{x^2 \times \frac{1}{x^2}} + 1 \geq 2 + 1 = 3$$

등호는  $x^2 = \frac{1}{x^2}$  일 때 성립하므로  $x^4 = 1$

따라서 양의 실수  $x$ 는 1이다.

최솟값은 3이고,  $x$ 값은 1이다.

13. 두 집합  $X = \{a, b, c\}$ ,  $Y = \{p, q, r, s\}$ 가 있다.  $X$ 에서  $Y$ 로의 일대일 함수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답:          개

▷ 정답: 24개

#### 해설

$a$ 에 대응하는 수가  $b$ 에 대응해서는 안 되고  
 $a, b$ 에 대응하는 수가  $c$ 에 대응해서는 안 되므로  
 $\therefore 4 \times 3 \times 2 = 24(\text{개})$

14. 두 함수  $f(x) = 3x + 1$ ,  $g(x) = -x^2 + x$  에 대하여  $(f \circ g)(2)$ ,  $(g \circ f)(2)$  의 합숫값을 각각  $a$ ,  $b$  라 할 때,  $a - b$  의 값을 구하면?

① -47

② -35

③ 12

④ 37

⑤ 47

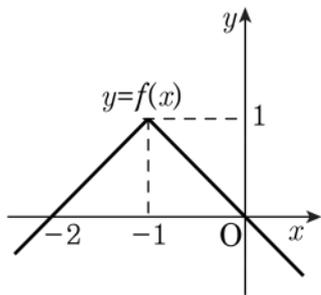
해설

$$a = (f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(-2) = -5$$

$$b = (g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(7) = -42$$

$$\therefore a - b = -5 - (-42) = 37$$

15. 함수  $y = f(x)$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프의 관계식을 구하면?



- ①  $y = |x - 1| - 1$
- ②  $y = |x + 1| - 1$
- ③  $y = |x - 1| + 1$
- ④  $y = -|x + 1| + 1$
- ⑤  $y = -|x + 1| - 1$

### 해설

주어진 그래프는 함수  $y = -|x|$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-1$  만큼,  
 $y$  축의 방향으로  $1$  만큼 평행이동한 것이므로  
 $y = -|x|$  에  $x$  대신  $x + 1$ ,  
 $y$  대신  $y - 1$  을 대입하면  $y - 1 = -|x + 1|$   
즉,  $f(x) = -|x + 1| + 1$  이므로  $y = -|x + 1| + 1$

16. 함수  $y = \frac{ax+b}{x-2}$  의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점  $(3, -2)$  를 지날 때, 상수  $a, b$  의 합  $a+b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$f(x) = \frac{ax+b}{x-2} \text{ 의 그래프가 점}(3, -2) \text{ 를 지나므로 } f(3) = -2$$

$$\Rightarrow -2 = 3a + b \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 함수의 역함수  $y = f^{-1}(x)$  가 점  $(3, -2)$  을 지나므로

$$f^{-1}(3) = -2 \Rightarrow f(-2) = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{-2a+b}{-4}$$

$$\Rightarrow -2a + b = -12 \cdots \textcircled{2}$$

①, ② 에서  $a = 2, b = -8$

$$\therefore a + b = -6$$

17.  $y = \sqrt{4x - 12} + 5$  의 그래프는 함수  $y = 2\sqrt{x}$  의 그래프를  $x$  축으로  $a$ ,  $y$  축으로  $b$ 만큼 평행이동한 것이다.  $a + b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

### 해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$  이므로,  
이것은  $y = 2\sqrt{x}$  의 그래프를  
 $x$  축 방향으로 3만큼,  
 $y$  축 방향으로 5만큼 평행이동한  
그래프의 함수이다.

즉,  $a = 3$ ,  $b = 5$

$\therefore a + b = 8$

18. 교내 수학 퀴즈 대회에서 마지막 남은 5명의 학생에게 다음과 같은 문제가 주어졌다. 5명의 학생이 각각 다음과 같이 답을 썼을 때, 오답으로 탈락하는 학생은 누구인지 말하여라.

문제) 전체집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $A \subset B$  일 때, 두 집합 사이의 관계를 다른 방법으로 표현하여라.

은서 :  $A \cup B = B$

준서 :  $A \cap B = A$

성수 :  $B - A = \emptyset$

윤호 :  $B^c \subset A^c$

대성 :  $A \cap B^c = \emptyset$

▶ 답:

▷ 정답: 성수

해설

$A \subset B$  이면  $A \cup B = B$ ,  $A \cap B = A$ ,  $A - B = \emptyset$ ,  $B^c \subset A^c$ ,  $A \cap B^c = \emptyset$  이다.

19. 전체집합  $U = \{x|x\text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$  의 두 부분집합  $A = \{x|x\text{는 홀수}\}$ ,  $B = \{1, 3, 4, 8\}$  에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $A \cap B^c = \{5, 7, 9\}$

②  $A \cap B = \{1, 3\}$

③  $B - A = \{4, 8\}$

④  $(A \cup B)^c = \{2, 6, 10\}$

⑤  $A^c \cap B^c = \{2, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ ,  $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{1, 3, 4, 8\}$

이므로

⑤  $A^c \cap B^c = \{2, 6, 10\}$



21. 두 집합  $A = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{2x+4}{x+1}, 0 \leq x \leq 1 \right\}$ ,  $B =$

$\{(x, y) \mid y = m(x+2)\}$  에 대하여  $A \cap B \neq \emptyset$  이 성립하는 상수  $m$ 의 값의 범위는?

①  $-1 \leq m < 2$

②  $m \leq 0, m \geq 2$

③  $1 \leq m \leq 2$

④  $-1 \leq m \leq 1$

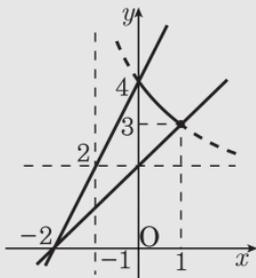
⑤  $m < 1, m \geq 3$

해설

$$y = \frac{2x+4}{x+1} = \frac{2(x+1)+2}{x+1}$$

$$= \frac{2}{x+1} + 2 \text{ 이므로}$$

집합  $A$  가 나타내는 영역은 그림과 같다.



$y = m(x+2)$  에서 집합  $B$  는

점  $(-2, 0)$  을 지나는 직선들의 모임이다.

이때,  $A \cap B \neq \emptyset$  이려면

두 집합이 나타내는 그래프가 만나야 하므로

직선  $y = m(x+2)$  가 점  $(1, 3)$  을 지날 때와

점  $(0, 4)$  를 지날 때 사이에 존재해야 한다.

따라서, 구하는  $m$  의 범위는

$$\frac{3-0}{1-(-2)} \leq m \leq \frac{4-0}{0-(-2)}$$

$$\therefore 1 \leq m \leq 2$$

22. 다음 보기에서 무리함수  $y = -\sqrt{a(x-1)} + 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠  $a = -1$ 이면 그래프는 제2사분면을 지난다.
- ㉡  $a > 0$ 이면 치역은  $\{y|y \leq 1\}$ 이다.
- ㉢  $a < 0$ 이면 치역은  $\{y|y \leq 1\}$ 이다.
- ㉣  $y = \sqrt{x} + 1$ 의 그래프와 만날 수 있다.

- ① ㉠, ㉡      ② ㉠, ㉢      ③ ㉠, ㉣      ④ ㉡, ㉢      ⑤ ㉡, ㉣

해설

㉠  $a = -1$ 이면 주어진 무리함수는

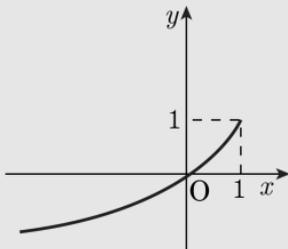
$$y = -\sqrt{-(x-1)} + 1$$

$y = -\sqrt{-x}$ 의 그래프를  $x$  축의 방향으로 1만큼,

$y$  축의 방향으로 1만큼 평행이동한

것이므로 그래프는 오른쪽과 같다.

따라서 그래프는 제2사분면을 지나지 않는다.



㉡, ㉢  $a > 0$  또는  $a < 0$ 일 때

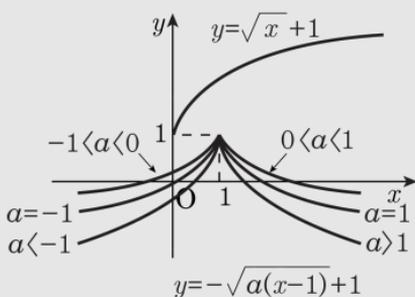
항상  $\sqrt{a(x-1)} \geq 0$ 이므로 치역은  $\{y|y \leq 1\}$

㉣  $y = -\sqrt{a(x-1)} + 1$ 의 그래프는

아래와 같으므로  $y = \sqrt{x} + 1$ 의

그래프와 만나지 않는다.

따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.



23. 함수  $f_n(x)$ 가  $f_1(x) = \frac{x}{x+1}$ ,  $f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x)$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )

)으로 정의될 때,  $f_{28}\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

①  $\frac{1}{20}$

②  $\frac{1}{24}$

③  $\frac{1}{30}$

④  $\frac{1}{32}$

⑤  $\frac{1}{40}$

해설

$$f_1(x) = \frac{x}{x+1} \text{ 이고}$$

$$f_{n+1}(x) = (f_1 \circ f_n)(x) \text{ 이므로}$$

$$f_2(x) = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x}{x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{x+1}}{\frac{x+1}{x+1} + 1} = \frac{x}{2x+1}$$

$$f_3(x) = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{x}{2x+1} + 1} = \frac{\frac{x}{2x+1}}{\frac{2x+1}{2x+1} + 1} = \frac{x}{3x+1}$$

$\vdots$

$$f_{28}(x) = \frac{x}{28x+1}$$

$$\therefore f_{28}\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}}{28 \cdot \frac{1}{2} + 1} = \frac{1}{15} = \frac{1}{30}$$

24.  $f(x) = x^2 - 4x + 1$  ( $x \geq 2$ ),  $g(x) = 2x - 6$  에 대하여  $(f \circ (g \circ f)^{-1})(4)$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

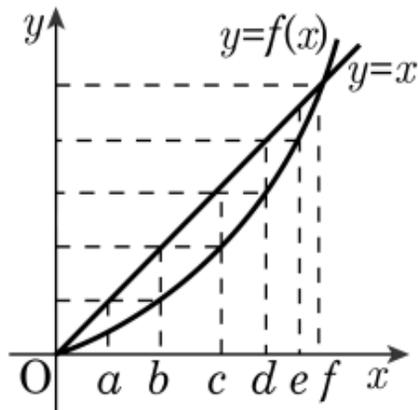
⑤ 5

해설

$$g(5) = 4 \text{ 이므로 } g^{-1}(4) = 5$$

$$\begin{aligned}(f \circ (g \circ f)^{-1})(4) &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1})(4) \\ &= g^{-1}(4) \\ &= 5\end{aligned}$$

25. 다음 그림에서 곡선은 함수  $y = f(x)$  의 그래프이고 직선은  $y = x$ 의 그래프이다.  $(f \circ f)(d) + (g \circ g)(c)$ 를 구하면? (단,  $g(x) = f^{-1}(x)$ 이다.)



- ①  $2a$       ②  $b + e$       ③  $c + d$   
 ④  $2c$       ⑤  $b + c$

해설

$$(f \circ f)(d) = b, (g \circ g)(c) = e$$

$f$ 와  $g$ 는 역함수 관계. 즉  $y = x$ 에 대칭이다.