1. 집합 $P = \{2, 3\}$에 대하여 두 집합 A, B가 $A = \{x + y \mid x \in P, y \in P\}$, $B = \{xy \mid x \in P, y \in P\}$일 때, $(A \cup B) \cap P$의 부분집합의 개수는?

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 4개 ⑤ 8개

해설

+	2	3
2	4	5
3	5	6

×	2	3
2	4	6
3	6	9

즉, $A = \{4, 5, 6\}$, $B = \{4, 6, 9\}$ 이므로

$A \cup B = \{4, 5, 6, 9\}$

$\therefore (A \cup B) \cap P = \{4, 5, 6, 9\} \cap \{2, 3\} = \varnothing$

따라서 $\varnothing$의 부분집합은 $\varnothing$뿐이므로 부분집합의 개수는 1개이다.

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $B \cup A = B$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $B \subset A$

② $(A \cup B) \subset B$

③ $A \subset B$

④ $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

⑤ $(A \cap B) \cup (A \cup B) = A$

해설

$B \cup A = B$ 이면 $A \subset B$ 이다.

① $A \subset B$ 이므로 옳지 않다.

② $A \cup B = B$ 이므로 $(A \cup B) \subset B$ 이다.

⑤ $(A \cap B) \cup (A \cup B) = A \cup B = B$ 이므로 옳지 않다.

3. 전체집합 $U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 9,\ 10,\ 12\}$의 두 부분집합 $A,\ B$에 대하여 $A = \{1,\ 4,\ 5,\ 12\}$, $B = \{2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 9\}$일 때, $(A^c \cup B^c) - B$의 원소를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

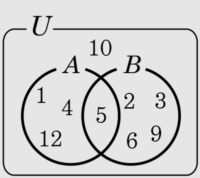
▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 10

▷ 정답 : 12

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$\therefore (A^c \cup B^c) - B = (A \cap B)^c - B = \{1,\ 4,\ 10,\ 12\}$

4. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ $(A^c)^c = A$

ㄴ $A \cup A^c = U$

ㄷ $A \cap A^c = \varnothing$

ㄹ $(A \cup B) \subset B$

ㅁ $U^c = \varnothing$

① ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ

② ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅁ

③ ㄱ, ㄴ, ㅁ

④ ㄱ, ㅁ

⑤ ㅁ

해설

ㄹ $B \subset (A \cup B)$

5. 두 집합 $A=\{3,5,a+1\}$,
$B=\{8,a+4,2\times a+1,16\}$ 에 대하여 $A\cap B=\{8\}$ 일 때, $(A-B)\cup(B-A)$ 는?

① $\{3,5,7,9\}$
② $\{3,4,5,7\}$
③ $\{3,5,8,11\}$
④ $\{3,5,11,15,16\}$
⑤ $\{3,5,8,11,15\}$

해설

$A\cap B=\{8\}$ 이므로 $a+1=8, a=7$ 이다.
따라서 $A=\{3,5,8\}, B=\{8,11,15,16\}$ 이므로
$(A-B)\cup(B-A)=\{3,5\}\cup\{11,15,16\}=\{3,5,11,15,16\}$ 이다.

6. 다음은 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $(A-B)\cap(B\cap A^c)$를 간단히 하는 과정이다.

$$
\begin{aligned}
&(A-B)\cap(B\cap A^c)\\
&=(\quad ㉠\quad)\cap(B\cap A^c)\\
&=A\cap(\quad ㉡\quad)\cap A^c\\
&=(A\cap A^c)\cap(\quad ㉡\quad)\\
&=(\quad ㉢\quad)\cap(\quad ㉣\quad)=(\quad ㉤\quad)
\end{aligned}
$$

빈 칸에 들어갈 식을 바르게 나타낸 것은?

① (㉠) $A\cup B^c$　② (㉡) $B^c\cup B$　③ (㉢) U
④ (㉣) $\varnothing$　⑤ (㉤) U

해설

(㉠) : $A-B=A\cap B^c$
(㉡) : $(A\cap B^c)\cap(B\cap A^c)=A\cap(B^c\cap B)\cap A^c$
(㉢), (㉣), (㉤) : $(A\cap A^c)\cap(B^c\cap B)=\varnothing\cap\varnothing=\varnothing$

7. 자연수 N의 배수의 집합을 A_N이라 할 때, $(A_4 \cap A_6) \supset A_a$을 만족하는 a의 최솟값을 m , $(A_4 \cup A_6) \subset A_b$을 만족하는 b의 최댓값을 M이라 할 때, $M-m$의 값은?

① -10 ② 28 ③ 14 ④ 10 ⑤ -14

해설

$(A_4 \cap A_6) \supset A_a \rightarrow m = 12(\because\ 4, 6$ 의 $L.C.M)$

$(A_4 \cup A_6) \subset A_b \rightarrow M = 2\ (\because\ 4, 6$ 의 $G.C.D)$

$\therefore\ M - m = -10$

8. 전체집합 $U = \{x|x$는 8 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x|x$는 6의 약수$\}$, $B = \{2,3,5,8\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $n(A \cap B) = 2$

② $n(B^c) = 4$

③ $n(A - B) = 2$

④ $n(B \cap A^c) = 3$

⑤ $n((A \cup B)^c) = 2$

해설

$U = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$, $A = \{1,2,3,6\}$, $B = \{2,3,5,8\}$ 이므로
④ $n(B \cap A^c) = 2$ 이다.

9. 호영이네 반에서 A, B 두 문제를 풀게 하였더니 A 를 푼 학생은 19 명, B 를 푼 학생은 23 명이고 적어도 한 문제를 푼 학생은 30 명이었다. 이 때, 두 문제를 모두 푼 학생은 몇 명인가?

① 12명 ② 13명 ③ 14명 ④ 15명 ⑤ 16명

해설

A, B 문제를 푼 학생의 집합을 각각 A, B 라 하면
$n(A) = 19$, $n(B) = 23$
적어도 한 문제를 푼 학생 수는 $n(A \cup B) = 30$
두 문제를 모두 푼 학생 수는 $n(A \cap B)$ 이므로

$$\begin{aligned} n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 19 + 23 - 30 = 12 \end{aligned}$$

10. 전체집합을 $U = \{-1,\ 0,\ 1\}$이라 할 때, 전체집합 U에 대하여 다음 중 참인 명제는?

① 모든 x에 대하여 $x^2 > 1$이다.

② 임의의 x, y에 대하여 $x + y \leq 1$이다.

③ 어떠한 x에 대하여도 $x^2 + 2x \geq -1$ 이다.

④ 적당한 x, y에 대하여 $x^2 - y^2 > 1$이다.

⑤ $x^2 + x < x^3$ 인 x가 존재한다.

해설

① 반례 : $x = 0$ 일 때 $x^2 = 0$ 이므로 주어진 명제 는 거짓이다.
② 반례 : $x = y = 1$ 일 때 $x + y = 2 \geq 1$ 이므로 주 어진 명제는 거짓이다.
③ 모든 x 에 대하여 $x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 \geq 0$ 이므로 주어진 명제는 참이다.
④ 모든 x, y 에 대하여 $x^2 - y^2 \leq 1$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.
⑤ 모든 x 에 대하여 $x^2 + x \geq x^3$ 이므로 주어진 명제는 거짓이다.

11. n 이 100보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례는 모두 몇 가지인가?

‘n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.’

▶ **답 :** ______ 가지

▷ **정답 :** 8 가지

해설

명제가 거짓임을 보이는 반례는 n^2 이 12의 배수이면서 n 이 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다. 즉, n 은 6의 배수이면서 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

$n \in \{6 \times 1,\ 6 \times 3,\ 6 \times 5,\ 6 \times 7,\ 6 \times 9,\ 6 \times 11,\ 6 \times 13,\ 6 \times 15\}$

12. 명제 '$|x-3|<a$ 이면 $1<x<7$이다.' 가 참이 되기 위한 양수 a의 최댓값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$-a<x-3<a \Rightarrow 3-a<x<3+a$

$\{x|3-a<x<3+a\} \subset \{x|1<x<7\}$

$\therefore 1 \leq 3-a$과 $3+a \leq 7$을 동시에 만족해야 한다.

$\therefore a \leq 2$

13. 다음 보기의 명제 중 '역'과 '대우'가 모두 참인 명제를 모두 고르면?

㉠ 자연수 n 에 대하여 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다. ㉡ 실수 x, y 에 대하여 $x+y>2$ 이면 $x>1$ 또는 $y>1$ 이다. ㉢ $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = \angle B$ 이면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

① ㉠　② ㉡　③ ㉠, ㉡
④ ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이고, n 이 홀수이 면 n^2 도 홀수이므로 명제와 그 역이 모두 참 이다. 따라서 역과 대우 모두 참이다.
㉡ 역 '$x>1$ 또는 $y>1$ 이면 $x+y>2$' 에 서 $x=2,\ y=-3$ 일 때 $2-3<2$ 이므로 거짓 이다. 대우 '$x \le 1$ 이고 $y \le 1$ 이면 $x+y \le 2$'는 참이다.
㉢ 역 '$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이면 $\angle A = \angle B$'는 $\angle A = \angle C$ 또는 $\angle B = \angle C$ 일 때도 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 거짓이다.
주어진 명제가 참이므로 그 대우도 참이다.
따라서 역과 대우가 모두 참인 것은 ㉠뿐이다.

14. 다음 중 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닌 것은?

① $p : ac = bc,\ \ q : a = b$

② $p : A \subset B,\ \ q : A - B = \varnothing$

③ $p : a > 0$ 이고 $b < 0,\ \ q : ab < 0$

④ $p : a + b$ 가 정수, $q : a,\ b$ 가 정수

⑤ $p : \triangle\mathrm{ABC}$ 는 정삼각형이다. $q : \triangle\mathrm{ABC}$ 의 세 내각의 크기가 같다.

해설

① $ac = bc$ $\begin{matrix}\xrightarrow{\times}\\ \xleftarrow{\circ}\end{matrix}$ $a = b$ (반례 : $a = 1,\ b = 2,\ c = 0$)

따라서, p 는 q 이기 위한 필요조건

② $A \subset B$ $\begin{matrix}\xrightarrow{\circ}\\ \xleftarrow{\circ}\end{matrix}$ $A - B = \varnothing$

따라서, p 는 q 이기 위한 필요충분조건

③ $a > 0$ 이고 $b < 0$ $\begin{matrix}\xrightarrow{\circ}\\ \xleftarrow{\times}\end{matrix}$ $ab < 0$ (반례 : $a = -2,\ b = 2$)

따라서, p 는 q 이기 위한 충분조건

④ $a + b$ 가 정수 $\begin{matrix}\xrightarrow{\times}\\ \xleftarrow{\circ}\end{matrix}$ $a,\ b$ 가 정수 (반례 : $a = \frac{1}{2},\ b = \frac{3}{2}$)

따라서, p 는 q 이기 위한 필요조건

⑤ 세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.

따라서, p 는 q 이기 위한 필요충분조건

15. 다음 보기 중에서 두 조건 p, q에 대하여 p가 q이기 위한 필요충분조건인 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ $p : A \cap B = A,\ q : A \subset B$

ㄴ $p : x > 1$ 이고 $y > 1,\ q : x + y > 2$

ㄷ $p : x + |x| = 0,\ q : x < 0$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설

ㄴ 충분조건

ㄷ 필요조건 $p : x + |x| = 0 \rightarrow x \leq 0$

16. $x \geq a$가 $x^2 - 4 < 0$의 필요조건이 되게 하는 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2 - 4 < 0$ 에서 $-2 < x < 2$ 이므로 $x \geq a$가 $-2 < x < 2$의 필요조건이 되기 위해서는 $a \leq -2$ 이어야 한다. 따라서, a 의 최댓값은 -2이다.

17. 2 이상의 자연수의 집합 A에서 A로 다음과 같이 정의된 함수 f가 있다.

$f(p) = p$ (p가 소수) $f(rs) = f(r) + f(s)(r, s \in A)$

이 때, $f(2400)$의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$$\begin{aligned} f(2400) &= f(2^5 \cdot 3 \cdot 5^2) = f(2^5) + f(3) + f(5^2) \\ &= 5f(2) + f(3) + 2f(5) \\ &= 5 \cdot 2 + 3 + 2 \cdot 5 = 23 \end{aligned}$$

18. 함수 $f(x)$가 $f(x)=x^2+2x-3$ 이고 임의의 실수 x에 대하여 $g(x+1)=f(x-1)$ 이 성립할 때, $g(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

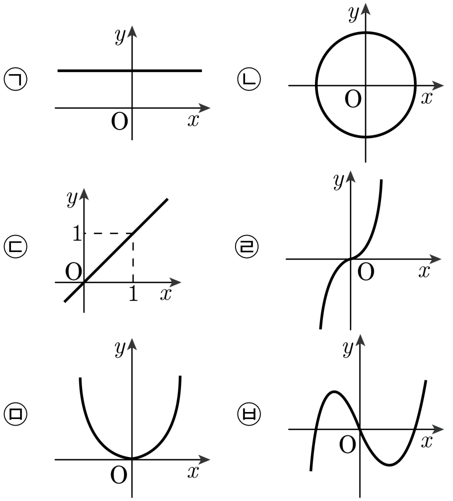
해설

등식 $g(x+1)=f(x-1)$ 의 양변에
$x=-1$을 대입하면

$$\begin{aligned} g((-1)+1) = g(0) &= f((-1)-1) \\ &= f(-2) = (-2)^2+2\times(-2)-3 \\ &= -3 \end{aligned}$$

19. 다음 중 보기의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

보 기



① 상수함수는 ㉠ 과 ㉢ 이다.

② 일대일 대응은 ㉣ 과 ㉤ 이다.

③ 항등함수는 ㉥ 이다.

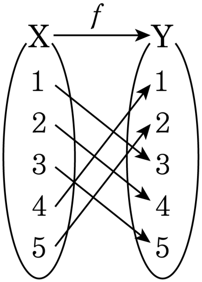
④ 함수의 그래프가 아닌 것은 ㉡ 뿐이다.

⑤ ㉠ 과 ㉣ 의 치역은 같다.

해설

함수의 그래프는 y 축에 평행한 직선을 그을 때, 교점이 오직 하나인 그래프이므로 ㉠, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥ 이다.
일대일 대응인 그래프는 함수의 그래프 중 x 축에 평행한 직선을 그을 때 교점이 하나인 그래프이므로 ㉢ , ㉣ 이다.
상수함수는 X 의 모든 원소가 Y 의 한 원소에만 대응되는 함수이므로 ㉠이다.
항등함수는 X 의 모든 원소가 자기 자신에 대응되는 함수이므로 ㉢이다. 따라서 옳은 것은 ④이다.

20. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 두 함수 $f : X \to X$, $g : X \to X$ 가 있다. 함수 f가 다음 그림과 같이 정의되고 두 함수 f, g 가 $f \circ g = g \circ f$ 를 만족한다. $g(1) = 5$ 일 때, $g(3)$ 의 값은?



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$f \circ g = g \circ f$ 이므로 문제의 조건에서 $g(1) = 5$ 이므로

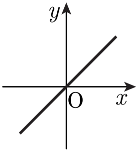
$(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(5) = 2$

$(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(3)$

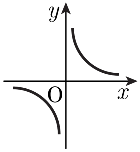
$\therefore\ g(3) = 2$

21. 다음 중 임의의 실수 x 에 대하여 $(f \circ f)(x) = x$를 만족시키는 함수 $f(x)$ 의 그래프의 개형으로 적당한 것은?

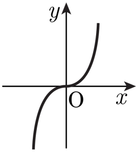
①



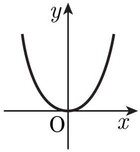
②



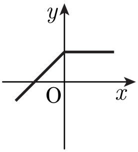
③



④



⑤



해설

$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = x$ 이므로
$f(x) = f^{-1}(x)$ 이다.
그런데 $y = f(x)$ 의 그래프와
$y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는
직선 $y = x$에 대하여 대칭이므로
$f(x) = f^{-1}(x)$를 만족시키려면
함수 $f(x)$는 일대일대응이고
$y = f(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$에 대하여
대칭이어야 한다.

22. $f(x) = \begin{cases} x(x \le 0) \\ x^2(x > 0) \end{cases}$, $g(x) = f(x+4)$ 로 정의한다. $h(x) = g^{-1}(x)$ 라 할 때, $h(0)$ 의 값은 ?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$h(0) = g^{-1}(0) = k$

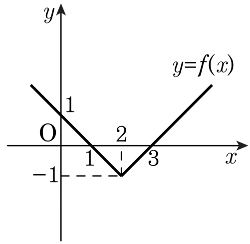
$g(k) = f(k+4) = 0$

$\therefore\ k + 4 = 0$

$\therefore\ k = -4$

$\therefore\ h(0) = -4$

23. 함수 $f(x) = | x - 2 | - 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 <보기> 중 옳은 것을 <u>모두</u> 고른 것은 무엇인가?



보기

㉠ $f(0) = 0$
㉡ $f(x) = 0$ 이면 $x = 1$ 또는 $x = 3$
㉢ $f(x) < 0$ 이면 $1 < x < 3$
㉣ $a < b < 2$ 이면 $f(a) > f(b)$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉡, ㉢ ③ ㉠, ㉡, ㉣
④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $f(0) = 1$
㉡ $f(1) = 0,\ f(3) = 0$ 이므로
$f(x) = 0$ 이면 $x = 1$ 또는 $x = 3$
㉢ $f(x) < 0$ 이면 그래프가
x 축의 아래에 있는 구간이므로 $1 < x < 3$
㉣ $x < 2$ 는 그래프가 감소하는 구간이므로,
$a < b < 2$ 이면 $f(a) > f(b)$
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢, ㉣이다.

24. $x=4$일 때,

$$\frac{1}{x(x+1)}+\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+3)}+\frac{1}{(x+3)(x+4)}$$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$$\frac{1}{(x+a)(x+b)}=\frac{1}{b-a}\left(\frac{1}{x+a}-\frac{1}{x+b}\right)$$ 이므로

$$(\text{준식})=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+4}$$

$$=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+4}$$

$\therefore\ x=4$ 대입하면 $\frac{1}{8}$

25. $a+b+c=1$일 때, $\dfrac{a^2-1}{b+c}+\dfrac{b^2-1}{c+a}+\dfrac{c^2-1}{a+b}$의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$\dfrac{a^2-1}{b+c}+\dfrac{b^2-1}{c+a}+\dfrac{c^2-1}{a+b}$

$=\dfrac{(a-1)(a+1)}{b+c}+\dfrac{(b-1)(b+1)}{c+a}$

$+\dfrac{(c-1)(c+1)}{a+b}$

그런데 $a+b+c=1$이므로

$a-1=-(b+c),\ b-1=-(c+a),\ c-1=-(a+b)$

$\therefore$(준식) $=-(a+1)-(b+1)-(c+1)$

$=-(a+b+c)-3=-1-3=-4$

26. 유리식 $\dfrac{b+3c}{2a}=\dfrac{3c+2a}{b}=\dfrac{2a+b}{3c}=k$일 때, k의 값을 구하면? (단, $abc\neq 0$)

① 2 또는 −1 ② 0 또는 −1 ③ −1 또는 −1

④ 2 또는 3 ⑤ −2 또는 −1

해설

$$\frac{b+3c}{2a}=\frac{3c+2a}{b}=\frac{2a+b}{3c}=k$$

$$\frac{b+3c}{2a}=k,\ \frac{3c+2a}{b}=k,\ \frac{2a+b}{3c}=k$$

각각 정리하면

$b+3c=2ak\cdots$ ①

$3c+2a=bk\cdots$ ②

$2a+b=3ck\cdots$ ③

① + ② + ③ : $2(b+3c+2a)=k(2a+b+3c)$

$\Rightarrow k=2$ 또는 $2a+b+3c=0$

$2a+b+3c=0$ 인 경우,

①에 대입해 보면 $-2a=2ak,\ k=-1$

$\therefore k=2,\ -1$

27. p, q, M은 양수이고, $q < 100$이다. 처음 M을 $p\%$증가시킨 후, 다시 $q\%$감소시키더라도 M보다 크게 될 조건은?

① $p > q$　② $p > \dfrac{q}{100-q}$　③ $p > \dfrac{q}{1-q}$

④ $p > \dfrac{100q}{100+q}$　⑤ $p > \dfrac{100q}{100-q}$

해설

$$M\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{q}{100}\right) > M$$

$$\left(1+\frac{p}{100}\right)\left(1-\frac{q}{100}\right) > 1$$

$$1+\frac{p}{100} > \frac{1}{1-\dfrac{q}{100}} = \frac{100}{100-q},$$

$$\frac{p}{100} > \frac{q}{100-q}$$

$$\therefore p > \frac{100q}{100-q}$$

28. 다음 식이 성립하는 실수 x의 최솟값을 구하라.

$$\sqrt{x+1}\sqrt{x-2} = \sqrt{(x+1)(x-2)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$\sqrt{x+1}\sqrt{x-2} = \sqrt{(x+1)(x-2)}$가 성립되지 않는 범위는
$x+1<0$ 이고 $x-2<0$
$\therefore\ x<-1$
따라서 $x<-1$일 때, 위의 등식이 성립되지 않는다.
$\{x\,|\,x<-1\}$의 여집합 되어야 하므로
$\{x\,|\,x\geq -1\}$이고 실수 x의 최솟값은 $\therefore\ -1$

29. $x = \dfrac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}$, $y = \dfrac{1}{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}$ 일 때, x^2+xy+y^2 의 값은?

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = \sqrt{3}-\sqrt{2}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$$

$$x+y = 2\sqrt{3},\ \ xy = 1$$

$$x^2+xy+y^2 = (x+y)^2 - xy = 12-1 = 11$$

30. 유리함수 $f(x) = \dfrac{3x-2}{x-2}$ 에 대하여 이 함수 $y = f(x)$ 의 역함수를 $y = f^{-1}(x)$ 라 하자. 이 때, $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 교점의 개수를 구하면?

① 0개 ② 1개 ③ 2개

④ 3개 ⑤ 무수히 많다.

해설

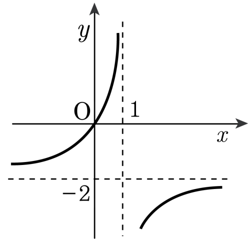
$y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 교점은
$y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 교점과 같다.

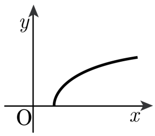
$$\Rightarrow x = \frac{3x-2}{x-2}$$

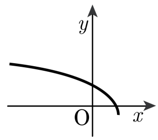
$$\Rightarrow x^2 - 5x + 2 = 0$$

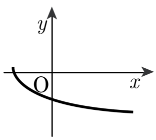
$D > 0$ 이므로 교점은 2개이다.

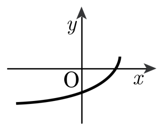
31. 함수 $y = \dfrac{bx+c}{ax-1}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프의 개형은?

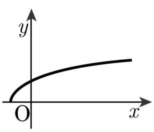


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

점근선이 $x=1,\ y=-2$ 이므로

$y = \dfrac{k}{x-1} - 2 \cdots$ ㉠

㉠이 원점을 지나므로 $(0,\ 0)$ 을 대입하면,

$\therefore k = -2$

$y = \dfrac{-2}{x-1} - 2 = \dfrac{-2x}{x-1}$

따라서 $a=1,\ b=-2,\ c=0$

$\therefore y = \sqrt{ax+b}+c = \sqrt{x-2}$

따라서 개형은 ①이다.

32. $x > 2$에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 $f(x) = \sqrt{x-2}+2$, $g(x) = \dfrac{1}{x-2}+2$일 때 $(f \cdot g)(3)+(g \cdot f)(3)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$(f \cdot g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$
$(g \cdot f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$
$\therefore (f \cdot g)(3)+(g \cdot f)(3) = 6$

33. 무리함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 두 점 $(2,\ 2)$, $(3,\ 6)$ 을 잇는 선분과 만나도록 하는 정수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 11 개

해설

함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 $(2,\ 2)$ 를 지날 때

$2 = \sqrt{2k},\quad 2k = 4$

$\therefore k = 2$

또, 함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 $(3,\ 6)$ 을 지날 때

$6 = \sqrt{3k},\quad 3k = 36$

$\therefore k = 12$

따라서 구하는 실수 k 의 값의 범위는

$2 \le k \le 12$ 이므로

정수 k 는 $2,\ 3,\ 4,\ \cdots,\ 12$ 의 11개다.