

1. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 1 < x < 2 \text{인 실수}\}$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

① $3 \in A$

② $\sqrt{3} \notin A$

③ $A = \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$

④ 집합 A 는 무한집합이다.

⑤ 집합 A 는 공집합이다.

해설

① $3 > 2$ 이므로 $3 \notin A$ 이다.

② $1^2 < (\sqrt{3})^2 < 2^2$ 에서 $1 < \sqrt{3} < 2$ 이므로 $\sqrt{3} \in A$

③ $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots$ 은 모두 1보다 작으므로

$A \neq \left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ 이다.

⑤ $\frac{3}{2} \in A$ 이므로 공집합이 아니다.

2. 집합 $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $\emptyset \subset A$

㉡ $\{3, 5, 7\} \subset A$

㉢ $1 \in A$

㉣ $2 \in A$

㉤ $\{2\} \in A$

① ㉠

② ㉢

③ ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉢ $1 \notin A$

㉤ $\{2\} \subset A$

3. 두 집합 $A = \{1, 4, 7, 10, 11\}$, $B = \{1, 7, 9, 10, 12\}$ 일 때, $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

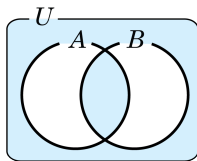
▷ 정답 : 54

해설

$A \cup B = \{1, 4, 7, 9, 10, 11, 12\}$ 이므로

원소의 합을 구하면 $1 + 4 + 7 + 9 + 10 + 11 + 12 = 54$

4. 다음 벤다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



① $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c)$

② $(A \cup B) \cup (A \cap B)$

③ $(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$

④ $(A \cup B) \cap (A^c \cap B^c)$

⑤ $(A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$

해설

벤다이어그램은 $(A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 을 나타낸다. $(A \cap B) \cup (A \cup B)^c = (A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$

5. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 짝수}\}$, $B = \{2, 8\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $B - A = \emptyset$

② $A^C \cup B = U$

③ $B \cap A^C = \emptyset$

④ $A \cap B = B$

⑤ $A \cup B = A$

해설

$A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{2, 8\}$ 이므로 $B \subset A$ 이다.

따라서 ② $A^C \cup B \neq U$ 이다.

6. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 일 때, $B^c - A^c$ 은?

① $\{3\}$

② $\{3, 5\}$

③ $\{4\}$

④ $\{4, 5\}$

⑤ $\{4, 5, 6\}$

해설

$B^c - A^c = A - B = \{3, 4, 5\} - \{1, 2, 3\} = \{4, 5\}$ 이다.

7. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 Y 로의 함수인 것은?

① $f : x \rightarrow x$

② $f : x \rightarrow -2|x|$

③ $f : x \rightarrow x^2$

④ $f : x \rightarrow x + 3$

⑤ $f : x \rightarrow |3x| + 1$

해설

③ $y = f(x) = x^2$ 에서

$f(-1) = (-1)^2 = 1 \in Y$, $f(0) = 0^2 = 0 \in Y$, $f(1) = 1^2 = 1 \in Y$
따라서 함수이다.

8. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 1) \\ ax + b & (x > 1) \end{cases} \text{가 일대일대응이 되도록 하는 두 상수 } a, b$$

의 값으로 적당한 것은 무엇인가?

① $a = 1, b = -1$

② $a = 1, b = 1$

③ $a = 2, b = -1$

④ $a = 2, b = 0$

⑤ $a = -1, b = 2$

해설

f 가 일대일대응이 되려면

$y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같아야 한다.

즉, 직선 $y = ax + b$ 가

점 $(1, 1)$ 을 지나야 하므로

$$a + b = 1 \quad \cdots \textcircled{㉠}$$

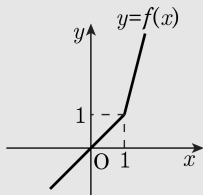
또, 직선 $y = x$ 의 기울기가 양이므로 직선

$y = ax + b$ 의 기울기도 양이어야 한다.

$$\therefore a > 0 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$

따라서 주어진 보기 중 ㉠, ㉡을

모두 만족시키는 것은 ③이다.



9. 함수 $f(x) = ax + 3$ 에 대하여 $f^{-1} = f$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$f^{-1} = f$ 의 양변에 함수 f 를 합성하면

$$f^{-1} \circ f = f \circ f$$

이때, $f^{-1} \circ f = I$ (I 는 항등함수) 이므로 $f \circ f = I$

$$\text{즉 } (f \circ f)(x) = x$$

$$\therefore (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(ax + 3)$$

$$= a(ax + 3) + 3 = a^2x + 3a + 3 = x$$

따라서 $a^2 = 1$, $3a + 3 = 0$ 이므로 $a = -1$

10. $\frac{x+1+\frac{1}{x-1}}{x-1-\frac{1}{x-1}}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{x}{x-1}$

② $\frac{x}{x-2}$

③ $\frac{x-1}{x-2}$

④ $\frac{x^2}{x-1}$

⑤ $\frac{x^2}{x-2}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{x+1+\frac{1}{x-1}}{x-1-\frac{1}{x-1}} &= \frac{(x+1)(x-1)+1}{\frac{(x-1)^2-1}{x-1}} \\ &= \frac{(x+1)(x-1)+1}{(x-1)^2-1} \\ &= \frac{x^2}{x^2-2x} = \frac{x^2}{x(x-2)} \\ &= \frac{x}{x-2} \end{aligned}$$

11. $2x = 3y = 4z$ 일 때, $\frac{x^2 - y^2 - z^2}{xy - yz - zx}$ 의 값은?

- ① 6 ② $-\frac{6}{11}$ ③ $\frac{6}{11}$ ④ $-\frac{11}{6}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

해설

$$2x = 3y = 4z = k (k \neq 0) \Rightarrow x = \frac{k}{2}, y = \frac{k}{3}, z = \frac{k}{4}$$

$$\frac{\frac{k^2}{4} - \frac{k^2}{9} - \frac{k^2}{16}}{\frac{k^2}{6} - \frac{k^2}{12} - \frac{k^2}{8}} = \frac{\frac{1}{4} - \frac{1}{9} - \frac{1}{16}}{\frac{1}{6} - \frac{1}{12} - \frac{1}{8}} = -\frac{11}{6}$$

12. $-1 < x < 1$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+1)^2} \\ &= |x-1| + |x+1| = -(x-1) + (x+1) = 2\end{aligned}$$

13. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{-x+2}$ 일 때, 상수 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$(f^{-1})^{-1} = f \text{ 이므로 } f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{-x+2} \text{ 의}$$

역함수를 구하면

$$f(x) = \frac{2x+3}{x+4} = \frac{ax+b}{x+c}$$

$$\therefore a=2, b=3, c=4$$

$$\therefore 2+3+4=9$$

14. 무리함수 $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 3$ 가 지나는 모든 사분면은?

① 1, 2 사분면

② 1, 4 사분면

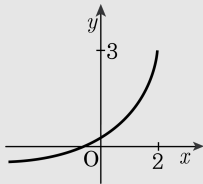
③ 1, 2, 3 사분면

④ 2, 3, 4 사분면

⑤ 1, 3, 4 사분면

해설

꼭지점이 $(2, 3)$ 이고 $(0, 1)$ 을 지나므로
 $\therefore$ 1, 2, 3 사분면을 지난다.



15. 두 곡선 $y = \sqrt{x+1}$, $x = \sqrt{y+1}$ 의 교점의 좌표를 구하면?

- ① $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{3}, \frac{1+\sqrt{5}}{3}\right)$ ② $\left(\frac{2+\sqrt{5}}{2}, \frac{2+\sqrt{5}}{2}\right)$
③ $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ ④ $\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}, \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$
⑤ $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)$

해설

두 곡선 $y = \sqrt{x+1}$ 과 $x = \sqrt{y+1}$ 은

직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로

$y = \sqrt{x+1}$ 과 $y = x$ 의 교점을 구하면 된다.

$$\therefore \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$$

16. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{1, 9\} \subset X \subset A$$

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 8 개

해설

X 는 원소 1과 9를 포함하는 집합 A 의 부분집합이므로 X 의 개수는 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)이다.

17. 두 집합 $A = \{1, 2, a + 1\}$ $B = \{3, 5, a\}$ 에서 $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때, $A - B$ 는?

① $\emptyset$

② $\{1\}$

③ $\{5\}$

④ $\{1, 5\}$

⑤ $\{1, 2, 3\}$

해설

$A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로 $a + 1 = 3$, $a = 2$

따라서, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 이므로

$A - B = \{1\}$ 이다.

18. A 중학교 어느 반 학생 36 명 중에서 방과 후 활동을 신청하는데 영어를 신청한 학생이 14 명, 수학을 신청한 학생이 19 명, 어느 과목도 신청하지 않은 학생이 10 명이었다. 두 과목 중 수학 과목만 신청한 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 12명

해설

$n(U) = 36, n((A \cup B)^c) = 10$ 이므로 $n(A \cup B) = 36 - 10 = 26$ 이다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 이므로 $n(A \cap B) = 7$ 이다.
따라서 수학 과목만 신청한 학생은 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 19 - 7 = 12$ 이다.

19. $p : |x - 1| \leq h$, $q : |x + 2| \leq 7$ 에 대하여 ‘ p 이면 q 이다’ 가 참이 되도록 하는 h 의 최댓값은? (단, $h \geq 0$)

① 4

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

조건 p 의 진리집합을 P 라 하면

$|x - 1| \leq h$ 에서 $-h \leq x - 1 \leq h$ 이므로

$$-h + 1 \leq x \leq h + 1$$

또 조건 q 의 진리집합을 Q 라 하면

$|x + 2| \leq 7$ 에서 $-7 \leq x + 2 \leq 7$ 이므로

$$-9 \leq x \leq 5$$

$P \subset Q$ 이어야 하므로

$$-h + 1 \geq -9 \text{ 에서}$$

$$h \leq 10$$

$$h + 1 \leq 5 \text{ 에서 } h \leq 4$$

따라서 $0 \leq h \leq 4$ 이므로 h 의 최댓값은 4

20. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이 때, q 는 p 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$P \subset R \subset S \subset Q \therefore P \subset Q$ 이므로 $P \subset Q$

$\therefore q$ 는 p 이기 위한 필요조건

21. 부등식 $x^2 + (a+1)x + (a+1) \geq 0$ 이 절대부등식이 되기 위한 정수 a 의 개수는?

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 7개

해설

$D = (a+1)^2 - 4(a+1) \leq 0$ 이어야 하므로

$$a^2 + 2a + 1 - 4a - 4$$

$$= a^2 - 2a - 3 = (a-3)(a+1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 3$$

따라서 정수 a 의 개수는 $-1, 0, 1, 2, 3$ 으로 5개

22. 빗변의 길이가 5인 직각삼각형 중에서 넓이가 최대가 되는 삼각형의 넓이와 그 때 삼각형의 둘레의 길이를 더하면?

① $\frac{25}{4}$

② $5 + 5\sqrt{2}$

③ 25

④ $\frac{25}{4} + \sqrt{2}$

⑤ $\frac{45}{4} + 5\sqrt{2}$

해설

밑변과 높이를 각각 a, b 라 하면

$$a^2 + b^2 = 25 \text{ 이고}$$

$$a^2 + b^2 \geq 2ab \text{ 에서 } 25 \geq 2ab$$

$$\therefore \frac{1}{2}ab \leq \frac{25}{4} \text{ 이므로}$$

삼각형의 넓이의 최댓값은 $\frac{25}{4}$ 이고

$$a = b = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ 일 때}$$

둘레의 길이는 $5 + 5\sqrt{2}$

23. 두 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = 3x - 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(1) = 2$, $(g \circ f)(2) = 3$ 을 만족하는 상수 a , b 의 합 $4a + b$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(f \circ g)(1) = 2 \text{에서}$$

$$(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(1) = a + b$$

$$\therefore a + b = 2$$

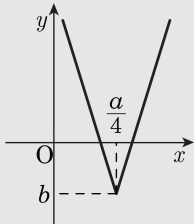
24. 함수 $f(x) = |4x - a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때 최솟값 -2 를 가진다. 이 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x - a| + b = \left| 4 \left(x - \frac{a}{4} \right) \right| + b$ 의 그래프는 $y = |4x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.

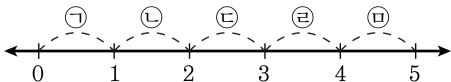


따라서, $x = \frac{a}{4}$ 일 때 최솟값 b 를 가지므로

$$\frac{a}{4} = 3, b = -2$$

$$\therefore a = 12, b = -2 \quad \therefore a + b = 10$$

25. $f(a, b) = \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}$ 로 정의할 때 $f(2, 1) + f(3, 2) + f(4, 3) + f(5, 4) + \cdots + f(10, 9)$ 의 값이 k 라 하면, 다음 중 실수 k 에 대응하는 수는 직선 위에서 어느 위치에 있는가? (단, $a > b > 0$)



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$$a > b \text{ 일 때, } f(a, b) = \sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

$$\therefore f(2, 1) + f(3, 2) + f(4, 3) + \cdots + f(10, 9)$$

$$= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \cdots$$

$$+ (\sqrt{10} - \sqrt{9})$$

$$= -1 + \sqrt{10} = k$$

$$\text{그런데 } \sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16} \text{ 에서}$$

$$2 < -1 + \sqrt{10} < 3 \text{ 이므로}$$

k 는 ㉢안에 있다.