

1. 다음 이차함수의 그래프 중 아래로 볼록한 것은?

- ① $y = -4x^2$ ② $y = \frac{1}{3}x^2$ ③ $y = -3x^2$
④ $y = -\frac{1}{4}x^2$ ⑤ $y = -2x^2$

해설

아래로 볼록하려면 (x^2 의 계수) > 0 이므로 $y = \frac{1}{3}x^2$

2. 다음 함수에서 그래프의 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = -3x^2$

② $y = \frac{2}{3}(x+1)^2$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 + 1$

④ $y = 4(x+2)^2 - 5$

⑤ $y = \frac{3}{4}x^2 - 2x + 3$

해설

4의 절댓값이 가장 크다.

3. y 는 x 의 제곱에 비례하고 $x=2$ 일 때, $y=8$ 이다. x 의 값이 1에서 4까지 3만큼 증가할 때, y 의 값의 증가량을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$$y = ax^2 \text{ 에서}$$

$$8 = a \times 2^2, a = 2$$

$$\therefore y = 2x^2, f(1) = 2, f(4) = 32$$

따라서 y 의 값의 증가량은 $32 - 2 = 30$ 이다.

4. 다음 중 최솟값을 갖지 않는 것은?

① $y = 3x^2 + 4$

② $y = 2(x + 4)^2 - 5$

③ $y = \frac{1}{2}(x - 3)^2 + 1$

④ $y = -x^2 + 3$

⑤ $y = x^2 + 2x + 1$

해설

이차항의 계수가 양수일 때 최솟값을 갖는다.

5. 다음 식이 이차함수가 되기 위한 a 의 조건은?

$$y = ax^2 + 3x + 4$$

- ① $a > 0$ ② $a < 0$ ③ $a = 0$ ④ $a \neq 0$ ⑤ $a = 4$

해설

x^2 의 계수가 0이 아니어야 이차함수이다.
 $\therefore a \neq 0$

6. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 원점이 꼭짓점이다.
- ② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 좁아진다.
- ③ $a < 0$ 일 때, 위로 볼록하다.
- ④ $y = -ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

해설

② a 의 절댓값이 작을수록 그래프의 폭이 넓어진다.

7. 모양이 $y = 2x^2$ 과 같고, 축의 방정식이 $x = -3$ 이며, 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선의 방정식을 구하면?

① $y = 2x^2 - 3$

② $y = 2x^2 + 3$

③ $y = 2(x + 3)^2$

④ $y = -2(x + 3)^2$

⑤ $y = -2(x - 3)^2$

해설

축의 방정식이 $x = -3$ 이고, x 축에 접하므로 $y = 2(x + 3)^2$ 이다.

8. $y = -2x^2 + 4x - 5$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $y = -2x^2$ 의 그래프와 모양이 같다.

② 제3 사분면을 지나지 않는다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -3)$ 이다.

④ y 축과의 교점은 $(0, -5)$ 이다.

⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 + 4x - 5 \\ &= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) - 5 \\ &= -2(x - 1)^2 - 3\end{aligned}$$

② 위로 볼록한 모양의 포물선이고 꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$, y 절편이 $(0, -5)$ 이므로 제 3 사분면을 지난다.

③ 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$ 이다

9. 이차함수 $y = \frac{1}{3}(x-2)^2 + 3$ 의 그래프는 $y = \frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동 한 것이다. $p+q$ 의 값은?

① -5 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$p = 2, q = 3 \Rightarrow p + q = 5$$

10. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + 2 + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않도록 하는 k 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k < -5$

해설

$$\begin{aligned} y &= -3x^2 + 6x + 2 + k \\ &= -3(x-1)^2 + 5 + k \end{aligned}$$

x 축과 만나지 않으려면 $5 + k < 0, k < -5$ 이다.

11. 직선 $x=1$ 을 축으로 하고 두 점 $(0, -1)$, $(3, 5)$ 를 지나는 포물선이 나타내는 이차함수를 구하면?

① $y = 2x^2 - 4x - 1$

② $y = -2x^2 + 4x + 3$

③ $y = 2x^2 + 4x - 5$

④ $y = \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x - 1$

⑤ $y = \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 3$

해설

$y = a(x-1)^2 + p$ 에 $(0, -1)$ 과 $(3, 5)$ 를 대입하여 a 와 p 를 구하면, $-1 = a + p$, $5 = 4a + p$, $a = 2$, $p = -3$ 이 된다.
따라서 $y = 2x^2 - 4x - 1$ 이다.

12. 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동하였더니 제 1, 2, 3, 4 분면을 모두 지났다. 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

$\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, -1, 3, -3, \frac{8}{3}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{3}$

▷ 정답: 3

▷ 정답: $\frac{8}{3}$

해설

$y = 4x^2$ 의 그래프는 제 1, 2 사분면만 지나므로

제 1, 2, 3, 4 분면을 모두 지나려면

y 축의 아래쪽으로 이동해야 한다.

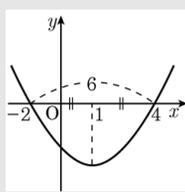
따라서 $a < 0$ 이 되어야 하므로

a 의 값이 될 수 없는 것은 $\frac{1}{3}, 3, \frac{8}{3}$ 이다.

13. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 그래프는 $x = 1$ 을 축으로 하고, x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6 이라고 한다. $a + b$ 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

해설



그림에서 보듯 대칭축이 1 이고 x 축과의 교점 사이의 거리가 6 이므로 x 절편은 -2, 4 이다.

$$y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b = \frac{1}{2}(x+2)(x-4) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4 \therefore a = -1, b = -4$$

따라서 $a + b = -5$ 이다.

14. 이차함수 $y = -x^2 + ax$ 의 최댓값이 4 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.
(단, $a > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $a = 4$

해설

$$y = -x^2 + ax = -\left(x - \frac{a}{2}\right)^2 + \frac{a^2}{4}$$

$x = \frac{a}{2}$ 일 때, 최댓값이 $\frac{a^2}{4}$ 이므로

$$\frac{a^2}{4} = 4, a = \pm 4$$

$a > 0$ 이므로 $a = 4$ 이다.

15. 이차함수 $y = -x^2 + 4ax + a - 2$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{33}{16}$

해설

$$\begin{aligned}y &= -x^2 + 4ax + a - 2 \\ &= -(x^2 - 4ax) + a - 2 \\ &= -(x - 2a)^2 + 4a^2 + a - 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{최댓값 } M &= 4a^2 + a - 2 \\ &= 4\left(a^2 + \frac{1}{4}a\right) - 2 \\ &= 4\left(a + \frac{1}{8}\right)^2 - \frac{1}{16} - 2 \\ &= 4\left(a + \frac{1}{8}\right)^2 - \frac{33}{16}\end{aligned}$$

따라서 M 의 최솟값은 $-\frac{33}{16}$ 이다.

16. 지면으로부터 20m 높이에서 초속 v m 로 쏘아 올린 공의 x 초 후의 높이를 y m 라 하면 x 와 y 사이에는 $y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2$ 의 관계가 있다. 공이 도달한 최고 높이가 25 m 일 때, 공의 속도를 구하여라.

▶ 답: $\underline{\hspace{1cm}}$ m/s

▷ 정답: 50 m/s

해설

$$y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2 = -\frac{v}{10}(x-1)^2 + \frac{v}{10} + 20$$

이 물체는 $x = 1$ 일 때, 최고 높이 $\frac{v}{10} + 20$ 에 도달하고, $\frac{v}{10} + 20 = 25$ 이므로 $v = 50$ 이다.
따라서 공의 속도는 초속 50m 이다.

17. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$	㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$
㉢ $y = 2x^2 - x$	㉣ $-3(x+2)^2$
㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$	

- ① $1 < |a| < \frac{1}{2}$ ② $1 < |a| < \frac{3}{2}$ ③ $1 < |a| < \frac{5}{2}$
 ④ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

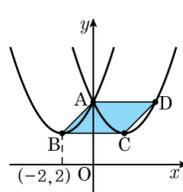
a 의 절댓값을 각각 구하면

㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡ $\frac{1}{2}$ ㉢ 2 ㉣ 3 ㉤ 1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉤, ㉠, ㉣, ㉢

이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로

④ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

18. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시킨 것이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 점 B와 C는 두 포물선의 꼭짓점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동시키면 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$ 이다. 꼭짓점이 $(-2, 2)$ 에서 $(2, 2)$ 로 변하였고 점 A의 좌표는 $(0, 4)$ 이므로 평행사변형의 가로 길이는 4, 높이는 2이다. 따라서 넓이는 $4 \times 2 = 8$ 이다.

19. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최솟값 -3 을 갖고, 그래프가 점 $(-1, 6)$ 을 지난다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 $y = a(x-2)^2 - 3$

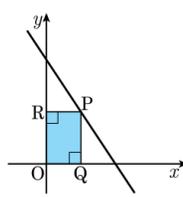
점 $(-1, 6)$ 을 대입하면 $a = 1$

$y = (x-2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$ 에서

$a = 1, b = -4, c = 1$

따라서 $a + b + c = -2$ 이다.

20. 직선 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ 위를 움직이는 한 점 P 가 있다. 점 P 에서 x 축, y 축 위에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, 직사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P 는 제 1 사분면 위에 있다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

직선의 방정식은 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 이므로

점 P 의 좌표를 (a, b) 로 놓으면 $b = -\frac{3}{2}a + 3$

$$\begin{aligned} \square\text{OQPR} &= ab = a\left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{2}a^2 + 3a \\ &= -\frac{3}{2}(a-1)^2 + \frac{3}{2} \end{aligned}$$

한편, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이므로

$$a > 0, b = -\frac{3}{2}a + 3 > 0 \quad \therefore 0 < a < 2$$

따라서 $\square\text{OQPR}$ 의 넓이는 $a = 1$ 일 때, 최댓값 $\frac{3}{2}$ 을 갖는다.