

1. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 = 4a_3$, $a_2 + a_4 = 4$ 가 성립할 때, a_6 의 값은?

① 5

② 8

③ 11

④ 13

⑤ 16

2. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n - 1$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.



답:

3. 제 3 항이 6 이고 제 7 항이 96 인 등비수열의 첫째항과 공비의 곱을 구하여라. (단, 공비는 양수이다.)



답:

4. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 \cdot a_3 \cdot a_8 = 64$ 일 때, a_4 의 값은?

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

5. 2와 18의 등비중항을 x , 2와 18의 등차중항을 y 라 할 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

① 122

② 128

③ 136

④ 146

⑤ 152

6. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - 3n + 2$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.



답:

7. 다음 중 옳은 것은?

① $1 + 4 + 7 + \cdots + (3n - 5) = \sum_{k=1}^n (3k - 5)$

② $2 + 4 + 6 + \cdots + 2(n + 1) = \sum_{k=1}^n 2(k + 1)$

③ $3 + 5 + 7 + \cdots + (2n - 1) = \sum_{k=1}^n (2k + 1)$

④ $4 + 5 + 6 + \cdots + (n + 3) = \sum_{k=1}^n (k + 3)$

⑤ $3 + 4 + 5 + \cdots + n = \sum_{k=1}^n k$

8. $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_{n+1} = 2a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 과 같이 정의된 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하면?

① 2^{n-1}

② 2^n

③ 2^{n-2}

④ 2^{n+1}

⑤ $\frac{1}{2}n$

9. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $(a_1 + a_2) : (a_3 + a_4) = 2 : 3$ 가 성립할 때,
 $a_1 : a_8$ 는? (단, $a \neq 0$ 이다.)

① $1 : 2$

② $1 : 3$

③ $2 : 3$

④ $2 : 5$

⑤ $3 : 5$

10. 직각삼각형 ABC 의 세 변의 길이가 작은 것부터 순서대로 4, a , b 이고 이 순서로 등차수열을 이룬다고 한다. 이때, 직각삼각형의 넓이는?

① $\frac{8}{3}$

② $\frac{16}{3}$

③ $\frac{32}{3}$

④ $\frac{40}{3}$

⑤ $\frac{64}{3}$

11. 수열 $\{a_n\}$ 은 공차가 0이 아닌 등차수열이고, $a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = 20$ 일 때, $a_2 + a_8$ 의 값은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

12. 2와 $\frac{2}{3}$ 사이에 두 수 a, b 를 넣어서 만든 4개의 수 2, $a, b, \frac{2}{3}$ 가 이
순서로 조화수열을 이룰 때, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 의 값은?

① $\frac{7}{4}$

② 2

③ $\frac{9}{4}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 3

13. 등차수열 $30, x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n, -10$ 의 합이 210 이 되도록 공차 d 의 값을 정하여라.



답: _____

14. 10행 10열로 이루어진 표에 다음 그림과 같이 1, 3, 4, 6이 쓰여 있다. 이 표의 나머지 칸에는 모든 행과 모든 열이 각각 등차수열을 이루도록 숫자가 쓰인다고 할 때, 이 표에 있는 모든 숫자의 합은?

	제1열	제2열	...	제10열
제1행	1	3		
제2행	4	6		
⋮				
제10행				

① 2200

② 2250

③ 2300

④ 2350

⑤ 2400

15. 수열 $\{\log_2 a_n\}$ 이 첫째항이 2, 공차가 3인 등차수열을 이룰 때, 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열을 이룬다. 이때, $\frac{a_{10}}{a_9}$ 의 값을 구하여라.



답: _____

16. 광이가 첫째 날에 2원, 둘째 날에 6원, 셋째 날에 18원, ... 과 같이 매일 전날의 3배씩 30일 간 계속하여 모았을 때 그 총액은?

① $3^{30} - 2$ 원

② $3^{30} - 1$ 원

③ 3^{30} 원

④ $3^{30} + 1$ 원

⑤ $3^{30} + 2$ 원

17. 수열 1, 101, 10101, 1010101, ... 에서 제100항은?

① $\frac{10^{200} - 1}{99}$

② $\frac{10^{202} - 1}{99}$

③ $10^{201} - 1$

④ $\frac{10^{402} - 1}{99}$

⑤ $10^{401} - 1$

18. $1 \cdot 20 + 2 \cdot 19 + 3 \cdot 18 + \cdots + 20 \cdot 1$ 의 값은?

① 1102

② 1214

③ 1368

④ 1540

⑤ 1748

19. $\sum_{k=1}^n a_k = 2n^2 - n$ 일 때, $\sum_{k=1}^5 (2k+1)a_k$ 의 값을 구하여라.



답:

20. 수열의 합 $\sum_{k=1}^n \frac{2}{k(k+1)(k+2)}$ 의 값은?

① $\frac{n(n-3)}{(n+1)(n+2)}$

② $\frac{n(n+3)}{2(n+1)(n+2)}$

③ $\frac{n(n+6)}{3(n+1)(n+2)}$

④ $\frac{2n(n+3)}{(n+1)(n+3)}$

⑤ $\frac{n(n+1)}{4(n+1)(n+2)}$

21. $a_1 = 1, a_{n+1} = (n+1)a_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 수열 $\{a_n\}$ 이 정의될 때, a_n 을 10으로 나눈 나머지가 0이 되는 최소의 자연수 n 의 값을 구하여라.



답: _____

22. 다음은 $\sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

증명

(i) $n = 1$ 일 때, $1^3 = \left(\frac{1 \cdot 2}{2} \right)^2$ 이므로 주어진 명제는 참이다.

(ii) $n = m$ 일 때 주어진 명제가 성립한다고 가정하면,

$$\sum_{k=1}^m k^3 = \left\{ \frac{m(m+1)}{2} \right\}^2$$

양변에 $(\textcircled{7})^3$ 을 더하면

$$\sum_{k=1}^m k^3 + (\textcircled{7})^3 = \left\{ \frac{m(m+1)}{2} \right\}^2 + (\textcircled{7})^3$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{m+1} k^3 &= \left\{ \frac{m(m+1)}{2} \right\}^2 + (\textcircled{7})^3 \\ &= \frac{(m+1)^2 (\textcircled{L})^2}{4} \end{aligned}$$

$$= \left\{ \frac{(m+1)(\textcircled{L})}{2} \right\}^2$$

따라서 $n = m + 1$ 일 때도 주어진 명제가 성립한다.

(i), (ii) 에 의하여 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2 \text{ 이 성립한다.}$$

위의 증명 과정에서 $\textcircled{7}$ 에 들어갈 식을 $f(m)$, $\textcircled{L}$ 에 들어갈 식을 $g(m)$ 이라 할 때, $f(5) + g(6)$ 의 값을 구하여라.



답:

23. 다음과 같이 4와 109 사이에 k 개의 수를 나열하여 항의 개수가 $k + 2$ 인 등차수열을 만들려고 한다. 공차가 1이 아닌 최소의 자연수일 때, k 의 값은?

$$4, \overbrace{\boxed{}, \boxed{}, \cdots, \boxed{}}^{k\text{개}}, 109$$

① 26

② 28

③ 30

④ 32

⑤ 34

24. 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 의 제 n 항까지의 합을 각각 A_n , B_n 이라 한다.
 $A_n : B_n = (3n + 6) : (7n + 2)$ 일 때, $a_7 : b_7$ 을 구하면? (단, n 은 자연수)

① $5 : 17$

② $15 : 31$

③ $17 : 9$

④ $31 : 15$

⑤ $49 : 50$

25. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{100} = 2014$ 일 때,
짝수 번째 항들의 합 $a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{100}$ 의 값은?

① 1017

② 1027

③ 1037

④ 1047

⑤ 1057

26. 4와 6으로 나누어떨어지는 세 자리의 자연수의 총합을 구하여라.



답:

27. 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $a_3 = 10$ 이고 $S_9 > 0$, $S_{10} < 0$ 일 때, 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $-5 < d < -4$

㉡ $a_5 > 0$, $a_6 < 0$

㉢ a_1 이 정수이면 $a_1 + a_9 = 0$ 이다.

① ㉠

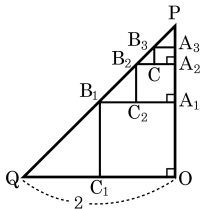
② ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

28. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP} = \overline{OQ} = 2$ 인 직각이등변 삼각형 OPQ 에 정사각형 $OA_1B_1C_1$ 을 내접시킨다. 다시 직각이등변삼각형 A_1PB_1 에 정사각형 $A_1A_2B_2C_2$ 를 내접시킨다. 이와 같은 시행을 5회 반복할 때 만들어지는 정사각형의 넓이의 총합은?



① $\frac{3}{4} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{2} \right)^5 \right\}$

③ $\left\{ 1 + \left(\frac{1}{4} \right)^5 \right\}$

⑤ $\frac{4}{3} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2} \right)^5 \right\}$

② $\frac{4}{3} \left\{ 1 - \left(\frac{1}{4} \right)^5 \right\}$

④ $\frac{4}{3}$

29. $\sum_{k=1}^{30} k - 2 \sum_{k=1}^{30} \left\lfloor \frac{k}{2} \right\rfloor$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)



답: _____

30. 수열 $2, 3, 5, 9, 17, \dots$ 의 제 10 항 까지의 합은?

① $2^9 - 1$

② $2^9 + 1$

③ $2^9 + 9$

④ $2^{10} - 1$

⑤ $2^{10} + 9$

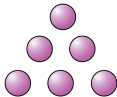
31. 다음 그림과 같이 규칙적인 구슬의 개수를 증가시키면서 정삼각형의 모양을 만들 때, 필요한 구슬의 개수를 삼각수라고 한다. 이 삼각수들의 수열을 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값은?



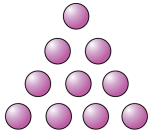
$$a_1 = 1$$



$$a_2 = 3$$



$$a_3 = 6$$



$$a_4 = 10$$

① 1500

② 1510

③ 1520

④ 1530

⑤ 1540

32. 수열 $\{a_n\}$ 을 $\log_3 a_1 a_2 a_3 \cdots a_n = n(n-1) (n=1, 2, 3, \cdots)$ 로 정의할

때, $\frac{a_{21}}{a_{20}}$ 의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 15

33. 분모가 n ($n = 1, 2, 3, \dots, 100$) 일 때, 분자가 $1, 2, 3, \dots, n$ 인 수열 $\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}, \dots, \frac{1}{100}, \frac{2}{100}, \frac{3}{100}, \dots, \frac{100}{100}$ 이 있다. 이 수열에서 $\frac{1}{k}$ 과 값이 같은 항의 개수를 a_k ($k = 1, 2, 3, 4, \dots, 100$) 이라 할 때, $a_k = 7$ 을 만족하는 k 의 값의 합을 구하시오.



답: _____

34. $a_1 = 1, \frac{1}{a_{n+1}} = \frac{1}{a_n} + n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 으로 정의되는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{10} 의 값은?

① $\frac{1}{45}$

② $\frac{1}{46}$

③ $\frac{1}{47}$

④ $\frac{1}{48}$

⑤ $\frac{1}{49}$

35. $a_1 = 2$, $a_{n+1} = 6a_n - 3^{n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$)으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_3 의 값은?

① -8

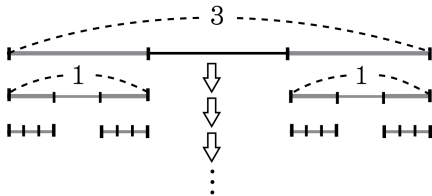
② -9

③ -10

④ -11

⑤ -12

36. 다음 그림과 같이 길이가 3인 실이 있다. 이 실을 3등분하여 자른 후 가운데의 것은 버리고 다시 남은 두 실을 3등분하여 자른 후 가운데의 것은 버린다. 이와 같은 시행을 20회 반복하였을 때, 남아있는 실의 길이의 합은?



① $\left(\frac{2}{3}\right)^{19}$

② $\left(\frac{2}{3}\right)^{20}$

③ $\left(\frac{2}{3}\right)^{21}$

④ $2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{19}$

⑤ $2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{20}$

37. 다음은 $h > 0$ 일 때, $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 $(1+h)^n > 1+nh \cdots \textcircled{㉠}$ 이 성립함을 증명한 것이다.

(i) $n = 2$ 일 때, $(1+h)^2 = 1 + 2h + h^2 > \boxed{\text{가}}$ 이므로 $\textcircled{㉠}$ 이 성립한다.

ii) $n = k (k \geq 2)$ 일 때, $\textcircled{㉠}$ 이 성립한다고 가정하면

$$(1+h)^k = 1 + kh$$

$(1+h)^{k+1} = (1+h)^k(1+h) > (\boxed{\text{가}})(1+h) > 1+(k+1)h$ 따라서, $n = k + 1$ 일 때에도 $\textcircled{㉠}$ 은 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 $\textcircled{㉠}$ 은 $n \geq 2$ 인 자연수 n 에 대하여 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나)에 알맞은 것을 차례로 적은 것은?

① $1 + 2h, 1 + kh$

② $1 + 2h, 1 + (k+1)h$

③ $1 + h^2, 1 + kh$

④ $1 + h^2, 1 + (k+1)h$

⑤ $2h + h^2, 1 + kh$

38. 네 양수 a, b, c, d 가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때 옳은 것을 보기에서 모두 고른 것은?

보기

㉠ $(a+b)(c+d) \geq 4ad$

㉡ $a+b+c+d \geq 4\sqrt{ad}$

㉢ 함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ 의 역함수는 존재한다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

39. 각 항이 복소수인 등비수열 $\{Z_n\}$ 에 대하여 $z_1 = 1$, $z_2 = a + bi$, $z_3 = a - bi$ (단, a, b 는 실수, $b > 0$)일 때, z_1 부터 z_{200} 까지의 항 중에서 실수인 것들의 모든 합을 구하여라.



답: _____

40. 다음은 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하고 $S_n = p$, $S_{2n} = q$ 라 할 때, S_{3n} 을 p , q 로 나타내는 과정이다. (단, $p \neq 0, q \neq 0$)

자연수 n 에 대하여

$$A = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

$$B = a_{n+1} + a_{n+2} + a_{n+3} + \cdots + a_{2n}$$

$$C = a_{2n+1} + a_{2n+2} + a_{2n+3} + \cdots + a_{3n} \text{이라 하자.}$$

등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 이라 하면 A , B , C 는 이 순서대로 공비가 $[(가)]$ 인 등비수열을 이룬다.

등비중항의 성질에 의하여 $B^2 = AC$

$$\text{또한, } \begin{cases} A = S_n = p \\ B = S_{2n} - S_n = q - p \\ C = S_{3n} - S_{2n} = S_{3n} - q \end{cases}$$

따라서 $S_{3n} = [(나)]$ 이다.

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것은?

- ① (가) : r^{n-1} , (나) : $\frac{(p-q)^2}{p}$
- ② (가) : r^n , (나) : $\frac{(p+q)^2}{p}$
- ③ (가) : r^n , (나) : $\frac{p^2 - pq + q^2}{p}$
- ④ (가) : r^n , (나) : $\frac{p^2 + pq + q^2}{p}$
- ⑤ (가) : r^{2n} , (나) : $\frac{p^2 - pq + q^2}{p}$

41. 수열 $2, 2^2 + 2^3, 2^4 + 2^5 + 2^6, 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10}, \dots$ 의 마지막 항이 $2^{79} - 2^{67}$ 일 때, 첫째항부터 마지막 항까지의 합은?

① $2^{79} - 2$

② $2^{79} - 1$

③ 2^{79}

④ 2^{79+1}

⑤ $2^{79} + 2$

42. A 회사는 제품 생산량을 1년마다 2배로 증가시킬 계획이다. 이 회사는 2014년 초 32만 개, 2015년 초 64만 개, 그리고 2016년 초 128만 개의 제품을 시판하고 앞으로도 매년 제품을 2배로 생산할 계획이다. 한편 경쟁업체인 B 회사는 최근 제품의 생산량을 9개월마다 2배로 증가하기로 하였다. B 회사가 2016년 초에 4만 개의 제품을 생산한다고 할 때, B 회사 제품의 생산량이 A 회사 제품의 생산량과 같아지는 것은 몇 년 후인지 구하여라.



답: _____

44. 다음은 수열의 합

$$S = 1 + 2x + 3x^2 + \cdots + (n-1)x^{n-2} + nx^{n-1} \cdots \cdots (1)$$

을 계산하는 과정이다. 이때, ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 알맞지 않은 것은?

$S - xS$ 를 하면

$$\begin{array}{r} S = 1 + 2x + 3x + \cdots + (n-1)x^{n-2} + nx^{n-1} \\ -) \quad xS = \hline (1-x)S = (1+x+x^2+\cdots+x^{n-1}) - \textcircled{\hspace{1cm}} \end{array}$$

(i) $x \neq 1$ 일 때,

$$\begin{aligned} (\text{우변}) &= (1+x+x^2+\cdots+x^{n-1}) - \textcircled{\hspace{1cm}} \\ &= \frac{1-(n+1)x^n + nx^{n+1}}{\textcircled{\hspace{1cm}}} \end{aligned}$$

$$\therefore S = \frac{1-(n+1)x^n + nx^{n+1}}{\textcircled{\hspace{1cm}}}$$

(ii) $x = 1$ 일 때, (1)에서

$$S = 1 + 2 \cdot 1 + 3 \cdot 1^2 + \cdots + n \cdot 1^{n-1}$$

$$\therefore S = \textcircled{\hspace{1cm}}$$

① ㉠ $x + 2x^2 + 3x^3 + \cdots + (n-1)x^{n-1}$

② ㉡ nx^n

③ ㉢ $1-x$

④ ㉤ $(1-x)^2$

⑤ ㉤ $n(n+1)$

45. 유한수열 $2, 2^2 + 2^3, 2^4 + 2^5 + 2^6, 2^7 + 2^8 + 2^9 + 2^{10}, \dots$ 의 마지막 항이 $2^{56} - 2^{46}$ 일 때, 첫째항부터 마지막 항까지의 합은?

① $2^{56} - 2$

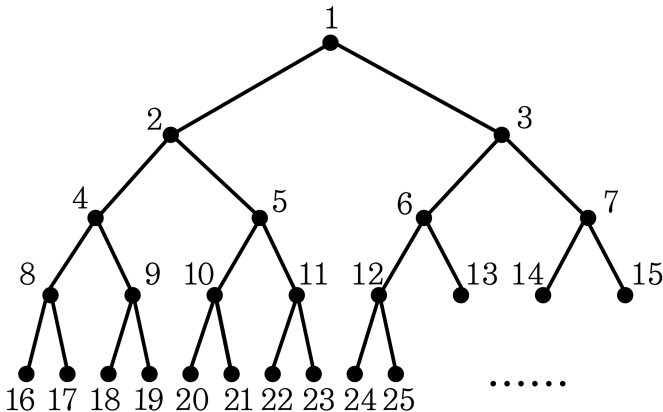
② $2^{56} - 1$

③ 2^{56}

④ $2^{56} + 1$

⑤ $2^{56} + 2$

46. 아래 그림과 같이 각각의 점에 1부터 연속된 자연수를 규칙적으로 대응시키고 이 점들을 선분으로 연결한다.



서로 다른 두 자연수 a 와 b 에 대응되는 두 점을 연결하는 선분들의 최소 개수를 $N(a, b)$ 라 하자. 예를 들면 $N(4, 6) = 4$ 이고 $N(12, 27) = 3$ 이다.

$N(32, 33) + N(32, 34) + N(32, 35) + \cdots + N(32, 63)$ 의 값은?

① 196

② 258

③ 270

④ 312

⑤ 344

47. 아래 표는 1, 0, 2, 0, 3, 0, 4, 0, 5, ... 을 왼쪽 위에서부터 대각선으로 써내려간 것이다. 이 때, 위에서 첫 번째, 왼쪽에서 16 번째 칸의 수를 구하여라.

1	0	0	4	6	...	
2	3	0	0			
0	5	7				
0	0					



답: _____

48. 수직선 위의 점 $P_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 이 있다. 임의의 자연수 n 에 대하여 두 점 P_n, P_{n+1} 을 $2 : 1$ 로 내분하는 점이 P_{n+2} 일 때, 점 P_{10} 의 좌표는?(단, 두 점 P_1, P_2 의 좌표는 각각 $0, 3$ 이다.)

① $\frac{9}{4} + \frac{1}{4 \cdot 3^7}$

② $\frac{9}{4} - \frac{1}{4 \cdot 3^7}$

③ $-\frac{9}{4} + \frac{1}{4 \cdot 3^7}$

④ $\frac{9}{4} + \frac{1}{4 \cdot 3^8}$

⑤ $\frac{9}{4} - \frac{1}{4 \cdot 3^8}$

49. 자연수 n 에 대하여 $1^n + 2^n + 3^n$ 을 10으로 나눈 나머지를 a_n 으로 정의하는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $a_2 + a_4 = 12$

㉡ $a_{n+1} = a_{n+5}$

㉢ $\sum_{k=1}^{102} a_k = 610$

① ㉡

② ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

50. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 3, a_{n+1} = \frac{3a_n + 2}{a_n + 2}$ 로 정의될 때, $[a_{10}]$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)



답:
