

1. 양의 실수 a, b, c 사이에 대하여 $\frac{a+b+c}{a} + \frac{a+b+c}{b} + \frac{a+b+c}{c}$ 의 최솟값을 구하여라.

① 9

② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

2. 방정식 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ 을 만족하는 양의 정수 x, y 에 대하여 xy 의 최솟값은?

① 16

② 17

③ 18

④ 19

⑤ 20

3. $a \geq 0, b \geq 0$ 일 때, $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 임을 다음과 같은 과정으로 증명을 하였다. 이 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 순서대로 쓴 것을 고르면?

증명

$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{(a-b)^2}{2}$ 이므로
부등식 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 이 성립함을 알 수 있다.
이 때, 등호는 (다)일 때 성립한다.

- ① $\geq, \sqrt{a} - \sqrt{b}, a = b$

② $\geq, a - b, a = b = 0$

③ $>, \sqrt{a} - \sqrt{b}, a = b$

④ $>, a - b, a = b$

⑤ $\geq, \sqrt{a} - \sqrt{b}, a \geq b$

4. 양수 a, b 가 $a + b = 1$ 을 만족할 때, $\frac{a^2 + 1}{a} + \frac{b^2 + 1}{b}$ 의 최솟값을 구하면?

① 4

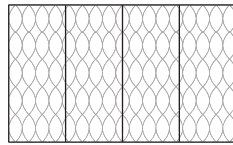
② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

5. 어떤 농부가 길이 60 m의 철망을 가지고 아래 그림과 같이 네 개의 작은 직사각형으로 이루어진 직사각형 모양의 우리를 만들려고 한다. 이 때, 전체 우리의 넓이의 최댓값은?



- ① 60m^2 ② 70m^2 ③ 80m^2
④ 90m^2 ⑤ 100m^2

6. 빗변의 길이가 5인 직각삼각형 중에서 넓이가 최대가 되는 삼각형의 넓이와 그 때 삼각형의 둘레의 길이를 더하면?

① $\frac{25}{4}$

② $5 + 5\sqrt{2}$

③ 25

④ $\frac{25}{4} + \sqrt{2}$

⑤ $\frac{45}{4} + 5\sqrt{2}$

7. $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이고 $a + b + c = 14$ 일 때, $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$ 의 최댓값은?

① 12

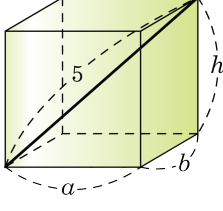
② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

8. 코시-슈바르츠 부등식 $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geq (ax + by + cz)^2$ 을 이용하여 가로, 세로, 높이가 각각 a, b, h 이고, 대각선의 길이가 5인 직육면체에서 모든 모서리의 길이의 합의 최댓값을 구하면?



- ① $5\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{5}$ ③ $20\sqrt{3}$
 ④ $25\sqrt{5}$ ⑤ $24\sqrt{6}$

9. 세 변의 길이가 6, 8, 10인 삼각형의 내부의 한 점 P에서 각 변에 이르는 거리를 각각 x_1 , x_2 , x_3 라 할 때, $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ 의 최솟값은?

- ① $-\frac{288}{25}$ ② $\frac{144}{15}$ ③ $\frac{144}{25}$ ④ $\frac{288}{25}$ ⑤ $\frac{576}{25}$

10. 실수 a, b 에 대하여 $\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a^2 + b^2}$ 의 최댓값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

11. 세 양수 a, b, c 가 $abc = 1$ 을 만족할 때, 이 사실로부터 추론할 수 있는 것을 보기에서 모두 고르면?

- I. $a + b + c \geq 3$
II. $a^2 + b^2 + c^2 \geq 3$
III. $ab + bc + ca \geq 3$
IV. $(a + 1)(b + 1)(c + 1) \geq 8$

- ① I, II ② I, III ③ III, IV
④ I, III, IV ⑤ I, II, III, IV

12. 이차방정식 $x^2-4x+4a=0$ (a 는 실수) 이 허근을 가질 때, $a-1+\frac{9}{a-1}$ 의 최솟값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

13. 제곱의 합이 일정한 두 실수 a, b 에 대하여 $a + 2b$ 가 최대일 때, a 와 b 사이의 관계는?

① $b = 2a$

② $a = 2b$

③ $a = b$

④ $a^2 = b$

⑤ $b^2 = a$

14. 삼각형의 세 변의 길이를 a, b, c 라 하고 $s = \frac{1}{2}(a + b + c)$ 라 할 때,
 $(s - a)(s - b)(s - c) \leq kabc$ 를 만족시키는 상수 k 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{7}$

④ $\frac{1}{8}$

⑤ $\frac{1}{12}$

15. a, b 가 양의 실수일 때, $a + 4b + \frac{1}{\sqrt{ab}}$ 은 최솟값 A 를 가지며, 이 때의 a 의 값은 B 이다. A, B 에 알맞은 수를 차례로 구하면?

① 6, 1

② $3 + \sqrt{2}$, 1

③ $3, \frac{1}{2}$

④ $4, \frac{1}{2}$

⑤ 4, 1