1. 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 서로 다른 눈이 나올 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{6}$

해설

두 개의 주사위를 동시에 던질 때 나올 수 있는 모든 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$(가지) 이고, 서로 같은 눈이 나오는 경우의 수는 $(1,\ 1)$, $(2,\ 2)$, $(3,\ 3)$, $(4,\ 4)$, $(5,\ 5)$, $(6,\ 6)$ 의 6가지이므로 확률은 $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ 이다.

그러므로 구하는 확률은 1−(서로 같은 눈이 나올 확률) $= 1-\frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ 이다.

2. 주머니 속에 1에서 8까지의 숫자가 각각 적힌 구슬이 8개 있다. 처음에 1개를 뽑아 그 번호를 읽고 다시 넣은 다음, 다시 1개를 뽑아 그 번호를 읽을 때, 처음에는 짝수, 나중에는 8의 약수가 나올 확률은?

① 1 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{2}{7}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

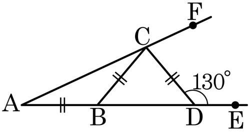
해설

처음에 짝수가 나올 확률 : $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

나중에 8의 약수가 나올 확률 : $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

$\therefore \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4}$

3. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD}$ 이고 $\angle CDE = 130°$ 일 때, $\angle CAB$ 의 크기는?



① $15°$ ② $20°$ ③ $25°$

④ $30°$ ⑤ $35°$

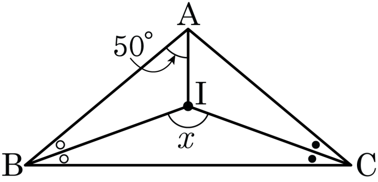
해설

$\angle CBD = \angle CDB = 50°$,

$\angle ABC = 180° - 50° = 130°$

$\therefore\ \angle CAB = (180° - 130°) \div 2 = 25°$

4. 다음 그림에서 점 I는 $\angle B$와 $\angle C$의 내각의 이등분선의 교점이다. $\angle IAB = 50°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① 120° ② 130° ③ 140° ④ 150° ⑤ 160°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로 $\angle IAB = \angle IAC$이므로 $\angle BAC = 100°$이다.

$\triangle ABC$의 내각의 크기의 합이 $180°$이므로

$\angle BAC + 2\bullet + 2\times = 180°$이다.

$\therefore \bullet + \times = 40°$

$\triangle IBC$의 내각의 크기의 합이 $180°$이므로

$\angle x + \bullet + \times = 180°$이다.

$\therefore \ \angle x = 140°$

5. 1 에서 25 까지의 수가 각각 적힌 25 장의 카드 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 3 의 배수가 나오는 경우의 수는?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24 의 8가지이다.

6. 주머니 안에 빨간 공 3 개, 파란 공 6 개, 노란 공 5 개가 들어 있다. 공을 하나 꺼낼 때, 빨간 공이거나 노란공일 경우의 수는?

① 8가지　② 2가지　③ 4가지
④ 15가지　⑤ 5가지

해설

빨간 공 3 개, 노란 공 5 개가 들어 있으므로 빨간 공 또는 노란 공을 꺼낼 경우의 수는 $3+5=8$(가지) 이다.

7. 알파벳 a, b, c, d 의 네 문자를 일렬로 배열할 때, 만들 수 있는 글자는 모두 몇 가지인가?

① 3 가지 ② 6 가지 ③ 12 가지

④ 18 가지 ⑤ 24 가지

해설

a, b, c, d 의 네 글자를 일렬로 나열하는 방법이므로 $4\times3\times2\times1 = 24$ (가지) 이다.

8. 0, 1, 2, 3, 4, 5의 숫자 6개 중에서 두 개를 골라 두 자리의 자연수를 만들려고 한다. 같은 숫자를 두 번 써도 좋다고 할 때, 만들 수 있는 자연수의 개수는?

① 30개 ② 45개 ③ 60개 ④ 80개 ⑤ 90개

해설

십의 자리에는 0이 올 수 없으므로 1, 2, 3, 4, 5의 5가지가 올 수 있다. 일의 자리에는 같은 수를 중복하여 써도 되므로 0, 1, 2, 3, 4, 5의 6가지가 올 수 있다. 그러므로 구하는 경우의 수는 $5 \times 6 = 30$(개)이다.

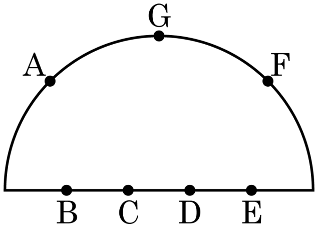
9. 야구 올림픽 대회에 출전한 8개국 중에서 금메달, 은메달, 동메달을 받게 될 국가를 1개국씩 뽑는 경우의 수는?

① 48가지 ② 120가지 ③ 336가지
④ 360가지 ⑤ 720가지

해설

8개 국가 중에 순서를 정해서 3명을 뽑는 경우의 수와 같으므로 $8 \times 7 \times 6 = 336$(가지)이다.

10. 다음 그림과 같은 반 원 위에 7개의 점이 있다. 이 중 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



① 21개 ② 31개 ③ 35개

④ 150개 ⑤ 210개

해설

A, B, C, D, E, F, G의 7개의 점 중에서 3개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $7 \times 6 \times 5$(가지)이다. 이 때, 삼각형의 세 점의 순서가 바뀌어도 같은 삼각형이므로 구하는 삼각형의 개수는 $\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1}$(개)이다. 이 중에서 한 직선상의 세 점을 고르면 삼각형이 이루어 지지 않으므로 7개의 점 중에 3개를 뽑는 경우의 수에서 점 B, C, D, E중에 3개를 뽑는 경우의 수를 빼면 된다.

따라서 $\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} - \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 35 - 4 = 31$(가지)이다.

11. 지원이와 동성이가 공원에서 만나기로 하였다. 지원이와 동성이가 공원에 나가지 못할 확률이 각각 $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{5}$ 일 때, 두 사람이 약속 장소에서 만나지 못할 확률은?

① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{2}{35}$ ⑤ $\frac{33}{35}$

해설

(두 사람이 만나지 못할 확률)

= 1 – (두 사람이 약속 장소에서 만날 확률)

$= 1 - \left(1 - \frac{2}{7}\right) \times \left(1 - \frac{1}{5}\right)$

$= 1 - \frac{5}{7} \times \frac{4}{5}$

$= \frac{3}{7}$

12. A, B, C, D, E, F 의 6 명 중에서 네 명을 선발할 때, A, B 두 사람이 반드시 포함되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: ＿＿＿＿＿ 가지

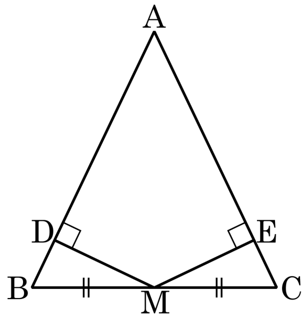
▷ 정답: 6 가지

해설

A, B 두 사람을 먼저 뽑아 놓고 C, D, E, F 중에서 두 명을 뽑아서 나머지 두 자리를 채우는 경우의 수이므로

$\frac{4\times3}{2\times1}=6$(가지) 이다.

13. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD} = \overline{ME}$ 임을 보이는 과정에서 필요하지 않은 것을 모두 고르면?



① $\overline{BM} = \overline{CM}$

② $\angle B = \angle C$

③ $\overline{BD} = \overline{CE}$

④ $\angle BMD = \angle CME$

⑤ RHA 합동

해설

$\triangle MDB$ 와 $\triangle MEC$ 에서

i) $\overline{MB} = \overline{MC}$

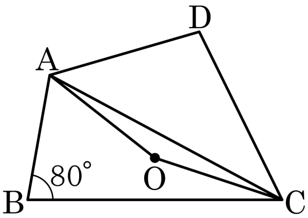
ii) $\angle B = \angle C$($\because$ $\triangle ABC$는 이등변 삼각형)

iii) $\angle MDB = \angle MEC = 90°$

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle MDB \equiv \triangle MEC$ (RHA 합동) 이다.

따라서 $\overline{MD} = \overline{ME}$ 이다.

14. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$의 외심일 때, $\angle D$의 크기는?



① $20°$ ② $40°$ ③ $60°$ ④ $80°$ ⑤ $100°$

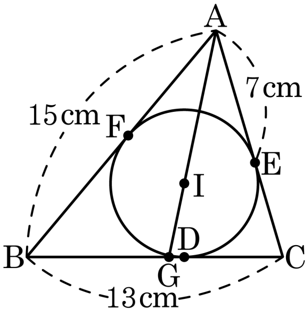
해설

$\angle AOC = 2 \times 80° = 160°$이므로

$\angle ADC = \dfrac{1}{2}(360° - 160°) = 100°$

$\therefore \angle D = 100°$

15. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AB} = 15\text{cm}$, $\overline{AE} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{GD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{7}{9}$ cm

해설

원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\text{cm}$ 이므로 $\overline{BF} = 15 - 7 = 8\text{cm}$

$\overline{BF} = \overline{BD} = 8\text{cm}$ 이므로 $\overline{DC} = 13 - 8 = 5\text{cm}$

$\overline{CE} = \overline{CD} = 5\text{cm}$

$\therefore\ \overline{AC} = 12\text{cm}$

또한, $\overline{GD} = x\text{cm}$ 라 하면 $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{DC} = 5\text{cm}$ 이므로

$\overline{BG} = 8 - x(\text{cm})$, $\overline{GC} = x + 5(\text{cm})$

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BG} : \overline{GC}$

$15 : 12 = (8 - x) : (x + 5)$

$\therefore\ x = \frac{7}{9}$

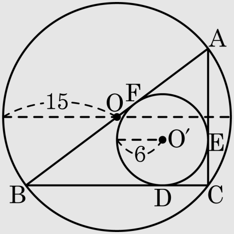
따라서 $\overline{GD} = \frac{7}{9}\text{cm}$ 이다.

16. 직각삼각형 ABC 의 외접원의 반지름이 15, 내접원의 반지름이 6 일 때, 직각삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 216

해설



위의 그림과 같을 때,

$\overline{AE} = \overline{AF} = a$ 라 하면 $\overline{AC} = a + 6$

$\overline{AB} = 2\overline{BO} = 30$ 이므로

$\overline{BD} = \overline{BF} = 30 - a$

$\therefore\ \overline{BC} = \overline{BD} + \overline{DC} = (30 - a) + 6 = 36 - a$

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle ABC &= \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}) \times 6 \\ &= \frac{1}{2} \times \{30 + (36 - a) + (a + 6)\} \times 6 \\ &= 216\end{aligned}$$

17. $1, 2, 3, 4$ 의 숫자가 각각 적힌 네 장의 카드가 들어있는 주머니에서 3 장의 카드를 뽑아 세 자리 정수를 만들 때, 작은 것부터 크기순으로 17 번째 나오는 수는?

① 321　② 324　③ 341　④ 342　⑤ 412

해설

백의 자리에 1 이 올 때의 경우의 수 $3 \times 2 = 6$ (가지)
백의 자리에 2 가 올 때의 경우의 수 $3 \times 2 = 6$ (가지)
백의 자리에 3 이 올 때의 경우의 수 $3 \times 2 = 6$ (가지)
따라서 작은 것부터 크기순으로 17 번째 나오는 수는 백의 자리가 3 인 수 중 두 번째로 큰 수가 되므로 341 이다.
$\therefore$ 341

18. 길이가 각각 2cm, 3cm, 4cm, 5cm, 6cm 인 5 개의 막대 중에서 3 개를 골랐을 때 삼각형이 이루어질 확률은?

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

해설

5 개의 막대 중에서 3 개를 고르는 경우의 수는 $\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10$ (가지) 이고, 삼각형의 결정 조건에 의해 두 변의 길이의 합은 다른 한 변의 길이보다 커야 하므로 삼각형이 이루어지는 경우는 $(2,\ 3,\ 4), (2,\ 4,\ 5), (2,\ 5,\ 6), (3,\ 4,\ 5), (3,\ 4,\ 6)$, $(3,\ 5,\ 6), (4,\ 5,\ 6)$ 의 7 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{7}{10}$ 이다.

19. A, B, C 세 사람이 낚시를 하였다. A 가 물고기를 잡을 확률이 $\frac{1}{5}$, A, B 모두 물고기를 잡지 못할 확률이 $\frac{12}{25}$, A, B, C 모두 물고기를 잡을 확률이 $\frac{1}{25}$ 일 때, B 또는 C 가 물고기를 잡을 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{10}$

해설

B 가 물고기를 잡을 확률을 x, C 가 물고기를 잡을 확률을 y 라 하면

A, B 모두 물고기를 잡지 못할 확률이 $\frac{12}{25}$ 이므로

$\frac{4}{5} \times (1 - x) = \frac{12}{25} \qquad \therefore\ x = \frac{2}{5}$

A, B, C 모두 물고기를 잡을 확률이 $\frac{1}{25}$ 이므로

$\frac{1}{5} \times \frac{2}{5} \times y = \frac{1}{25} \qquad \therefore\ y = \frac{1}{2}$

따라서 B 또는 C 가 물고기를 잡을 확률은 $\frac{2}{5} + \frac{1}{2} = \frac{9}{10}$ 이다.

20. 세 명이 가위바위보를 하여 진 사람은 빠지고 마지막에 남는 한 명이 승리하게 된다. 가위바위보를 3 회 하였을 때 여전히 승리자가 나오지 않을 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{27}$

해설

가위바위보를 3 회 하였을 때 여전히 승리자가 나오지 않는 상황은 가위바위보 게임을 3 회 진행한 후 2 명이 남아있는 상황 또는 3회 진행 후에도 3명이 남는 상황이다.

(1) 1 회 게임을 한 후 3 명이 남아 있을 확률은 3 명이 같은 것을 낼 경우 또는 3 명이 서로 다른 것을 낼 경우이므로 $\frac{3+6}{27}=\frac{1}{3}$ 이다.

(2) 1 회 게임을 한 후 2 명이 남아 있을 확률은 $\frac{3\times 3}{27}=\frac{1}{3}$ 이다.

3 회 게임을 한 후 2 명이 남아있을 경우를 세 가지 형태로 나눌 수 있다.

	처음	1회	2회	3회
①	3 →	3 →	3 →	2
②	3 →	3 →	2 →	2
③	3 →	2 →	2 →	2

2 명이 1 회 게임을 할 때, 승패가 나지 않을 경우는 2 명이 같은 것을 낼 경우이므로 그 확률은 $\frac{1}{3}$

이것과 (1), (2)의 결과를 위의 세 가지 경우에 각각 적용하면

①의 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$

②의 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$

③의 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$

따라서 3 회 경기 후 2 명이 남아 있을 확률은 $\frac{1}{27}+\frac{1}{27}+\frac{1}{27}=\frac{1}{9}$ 이다.

또, 3 회 경기 후 3 명이 남아 있을 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{27}$

즉, 가위바위보를 3 회 하였을 때 여전히 승리자가 나오지 않을 확률은 $\frac{1}{9}+\frac{1}{27}=\frac{4}{27}$ 이다.