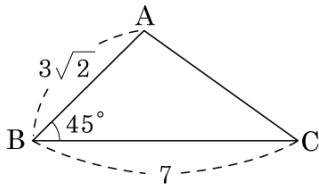


1. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 45^\circ$, $\overline{BC} = 7$, $\overline{AB} = 3\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

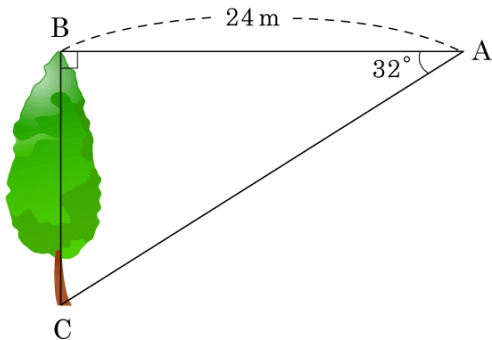
$$\overline{AH} = \overline{AB} \sin 45^\circ = 3\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 3$$

$$\overline{BH} = \overline{AH} = 3 \text{ 이므로}$$

$$\overline{CH} = \overline{BC} - \overline{BH} = 7 - 3 = 4$$

$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{CH}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

2. 다음과 그림에서, 나무의 높이를 반올림하여 소수 첫째 자리까지 구하면? (단, $\sin 32^\circ = 0.5299$, $\cos 32^\circ = 0.8480$, $\tan 32^\circ = 0.6249$)



① 12.5m

② 13.6m

③ 14.9m

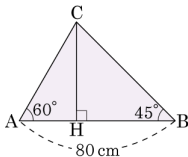
④ 15.0m

⑤ 16.4m

해설

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= 24 \tan 32^\circ = 24 \times 0.6249 = 14.9976(\text{m}) \\ &\approx 15.0(\text{m})\end{aligned}$$

3. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{CH}$ 의 길이는?



① $10(3 - \sqrt{3})\text{cm}$

② $20(3 - \sqrt{3})\text{cm}$

③ $30(3 - \sqrt{3})\text{cm}$

④ $40(3 - \sqrt{3})\text{cm}$

⑤ $50(3 - \sqrt{3})\text{cm}$

해설

$$\tan(90^\circ - 60^\circ) = \frac{\overline{AH}}{\overline{CH}}, \quad \tan(90^\circ - 45^\circ) = \frac{\overline{BH}}{\overline{CH}}$$

$$\overline{CH} = \frac{80}{\tan(90^\circ - 60^\circ) + \tan(90^\circ - 45^\circ)}$$

$$= \frac{80}{\frac{\sqrt{3}}{3} + 1}$$

$$= 40(3 - \sqrt{3})(\text{cm})$$

4. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1 (n = 1, 2, 3, \dots)$ 일 때, 일반항 a_n 은?

① $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

② $2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

③ $\left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{1}{2}$

④ 2^{n-1}

⑤ $2^n - 1$

해설

$a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$ 을 $a_{n+1} - \alpha = \frac{1}{2}(a_n - \alpha)$ 의 꼴로 변형하면

$$a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + \frac{\alpha}{2} \text{ 에서 } \frac{\alpha}{2} = 1 \therefore \alpha = 2$$

$$\text{즉, } a_{n+1} - 2 = \frac{1}{2}(a_n - 2)$$

따라서 수열 $\{a_n - 2\}$ 는 첫째항이 $a_1 - 2 = -1$ 이고 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이므로

$$a_n - 2 = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \therefore a_n = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

5. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$, $a_2 = 3$ 이고, $a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 을 만족할 때, 일반항 a_n 을 구하면?

① 2^{n-1}

② 3^{n-1}

③ 4^{n-1}

④ 5^{n-1}

⑤ 6^{n-1}

해설

$$a_{n+2} - 4a_{n+1} + 3a_n = 0 \text{ 에서}$$

$$a_{n+2} - a_{n+1} = 3(a_{n+1} - a_n)$$

$$a_{n+1} - a_n = b_n \text{ 으로 놓으면 } b_{n+1} = 3b_n$$

이때, 수열 $\{b_n\}$ 은 공비가 3인 등비수열이고,

$$b_1 = a_2 - a_1 = 3 - 1 = 2 \text{ 이므로}$$

$$b_n = 2 \cdot 3^{n-1}$$

수열 $\{b_n\}$ 은 수열 $\{a_n\}$ 의 계차수열이므로

$$a_n = 1 + \sum_{k=1}^{n-1} 2 \cdot 3^{k-1}$$

$$= 1 + \frac{2(3^{n-1} - 1)}{3 - 1} = 3^{n-1}$$

6. $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$ 을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$

② $(a-b)(b-c)(a-c)$

③ $-(b-a)(b-c)(c-a)$

④ $(a-b)(b-c)(c-a)$

⑤ $(a-b)(b-c)(c+a)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (c-b)a^2 + (b^2 - c^2)a + bc(c-b) \\&= (c-b)\{a^2 - (c+b)a + bc\} \\&= (c-b)(a-b)(a-c) \\&= (a-b)(b-c)(c-a)\end{aligned}$$

7. $a^2 + ab + a - b - 2$ 의 인수로 적당한 것은?

① $a - b - 2$

② $a + b - 2$

③ $a + b + 2$

④ $a + 1$

⑤ $b + 1$

해설

a 에 관한 내림차순으로 정리 후 인수분해 한다.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2 + ab + a - b - 2 \\ &= a^2 + (b + 1)a - b - 2 \\ &= (a + b + 2)(a - 1)\end{aligned}$$

8. $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

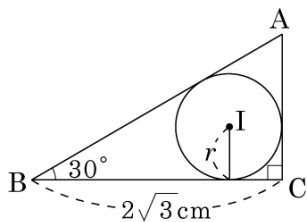
- ① $(x-1)(x+2)(x^2+x+3)$ ② $(x-1)(x+2)(x^2+x-3)$
③ $(x-2)(x+1)(x^2+x+3)$ ④ $(x-1)(x+2)(x^2-x+3)$
⑤ $(x+1)(x-2)(x^2-x+3)$

해설

$x^2 + x = X$ 라 하자.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= X(X+1) - 6 \\&= X^2 + X - 6 \\&= (X+3)(X-2) \\&= (x^2+x+3)(x^2+x-2) \\&= (x-1)(x+2)(x^2+x+3)\end{aligned}$$

9. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle B = 30^\circ$ 이고, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}\text{ cm}$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{3} - 1$ cm

해설

$$\overline{AC} = \overline{BC} \tan 30^\circ = 2\sqrt{3} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 2 \text{ (cm)}$$

$$\text{또, } \cos 30^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} = \frac{\overline{BC}}{\cos 30^\circ} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 4 \text{ (cm)}$$

$\triangle ABC$ 의 넓이를 이용하면

$$\frac{1}{2} \times \overline{BC} \times \overline{AC} = \triangle IBC + \triangle ICA + \triangle IAB$$

$$2\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times r + \frac{1}{2} \times 2 \times r + \frac{1}{2} \times 4 \times r$$

$$(3 + \sqrt{3})r = 2\sqrt{3} \quad \therefore r = \sqrt{3} - 1 \text{ (cm)}$$