**1.** 다항식 $(x^2+1)^4(x^3+1)^3$ 의 차수는?

① 5차 ② 7차 ③ 12차 ④ 17차 ⑤ 72차

**해설**

$\left(x^2+1\right)^4$ 는 8차식, $\left(x^3+1\right)^3$ 은 9차식

따라서 $\left(x^2+1\right)^4\left(x^3+1\right)^3$ 은

$8+9=17$차 다항식이다.

**2.** $(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2$ 을 간단히 하면?

① $72a^7x^8$ ② $-72a^7x^8$ ③ $72a^{12}x^{12}$

④ $-72a^{12}x^{12}$ ⑤ $48a^8x^7$

해설

$$(2ax^2)^3 \times (-3a^2x)^2 = 8a^3x^6 \times 9a^4x^2 = 72a^7x^8$$

**3.** $(a-b-c)^2$ 을 옳게 전개한 것은?

① $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

② $a^2+b^2+c^2-2ab-2bc-2ca$

③ $a^2-b^2-c^2-2ab-2bc-2ca$

④ $a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca$

⑤ $a^2-b^2-c^2+2ab-2bc-2ca$

해설

$$(a-b-c)^2$$
$$=a^2+(-b)^2+(-c)^2+2a(-b)+2(-b)(-c)+2(-c)a$$
$$=a^2+b^2+c^2-2ab+2bc-2ca$$

**4.** $1999 \times 2001$의 값을 구하려 할 때, 가장 적절한 곱셈공식은?

① $m(a+b) = ma + mb$

② $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

③ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

**해설**

$$\begin{aligned} 1999 \times 2001 &= (2000-1) \times (2000+1) \\ &= 2000^2 - 1^2 \end{aligned}$$

**5.** 다항식 $(5x^2+3x+1)^2$ 을 전개하였을 때, $x^2$ 의 계수는?

① 10 ② 13 ③ 16 ④ 19 ⑤ 25

해설

$(5x^2+3x+1)(5x^2+3x+1)$ 에서

ⅰ) (일차항)×(일차항) 의 경우 $9x^2$

ⅱ) (이차항)×(상수항) 의 경우 $2\times 5x^2$

즉, $5x^2+5x^2+9x^2=19x^2$

$\therefore$ 19

**6.** $x+y=4,\ xy=3$ 일 때, $x^2-xy+y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $7$

해설

$x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy=7$

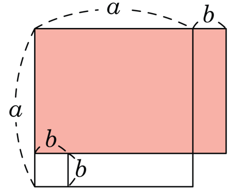
**7.** $x+y+z=3,\ xy+yz+zx=-1$ 일 때 $x^2+y^2+z^2$ 의 값을 구하면?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} x^2+y^2+z^2 &= (x+y+z)^2-2(xy+yz+xz) \\ &= 9+2=11 \end{aligned}$$

**8.** 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?




① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

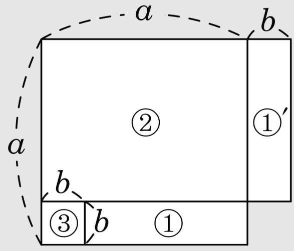
② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(a+b)(a^2-ab+b^2) = a^3 + b^3$

**해설**



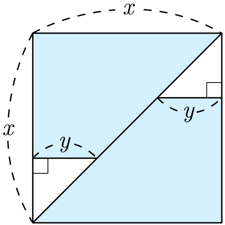

$(a+b)(a-b) =$ ①′ + ②

①′ = ① 이므로

$(a+b)(a-b) =$ ① + ② $= a^2 - b^2$

$\therefore\ (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

**9.** 다음 그림은 한변의 길이가 $x$인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 $x$, $y$에 관한 식으로 나타내어라.



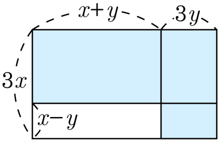

① $xy-y^2$　② $x^2-y^2$　③ $x^2-y$

④ $\dfrac{xy-y^2}{2}$　⑤ $\dfrac{x-y}{2}$

해설

$$x^2-2\times\frac{1}{2}\times y\times y=x^2-y^2$$

**10.** 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, $y^2$ 항의 계수는?

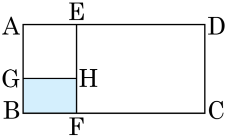



① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$$(x+4y)(3x)-(x+y)(x-y)$$
$$=3x^2+12xy-x^2+y^2$$
$$=2x^2+12xy+y^2$$

**11.** 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$일때, 사각형 GBFH의 넓이는?




① $a^2 - 2ab - b^2$

② $a^2 + 3b^2 - 2ab$

③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$

④ $-a^2 + 3ab - b^2$

⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$\square GBFH = \square ABCD - \square AGHE - \square EFCD$

$= ab - (a-b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2$

$= -a^2 + 3ab - 2b^2$

**12.** 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x-y-1)^2 = x^2+y^2+1-2xy-2x-2y$

② $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4-2a^2b^2+b^4$

③ $(-x+3)^3 = x^3-9x^2+27x-27$

④ $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3-b^3$

⑤ $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16}-1$

해설

① $(x-y-1)^2 = x^2+y^2+1-2xy-2x+2y$

③ $(-x+3)^3 = -x^3+9x^2-27x+27$

④ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$

⑤ $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8-1$

**13.** 다음 중 다항식의 전개가 잘못된 것은?

① $(x+1)\left(x^2-x+1\right)=x^3+1$

② $(a+2b-3c)^2=a^2+4b^2+9c^2+4ab-12bc-6ac$

③ $(x+2)\left(x^2-2x+4\right)=x^3+8$

④ $\left(x^2-xy+y^2\right)\left(x^2+xy+y^2\right)=x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $(x-1)^2(x+1)^2=x^4-2x^2+1$

**해설**

④ $\left(x^2-xy+y^2\right)\left(x^2+xy+y^2\right)$

$=(x^2+y^2)^2-(xy)^2$

$=x^4+x^2y^2+y^4$

**14.** $(a+b-c)(a-b+c)$를 전개하면?

① $a^2+b^2-c^2-2bc$

② $a^2-b^2+c^2-2bc$

③ $a^2+b^2-c^2+2ab$

④ $a^2-b^2-c^2+2bc$

⑤ $a^2-b^2-c^2-2ab$

해설

$(a+b-c)(a-b+c)$

$=\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}$

$=a^2-(b-c)^2$

$=a^2-b^2-c^2+2bc$

**15.** $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7 개 ② 8 개 ③ 12 개 ④ 13 개 ⑤ 64 개

해설

$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$

$=\{(4a^2-9b^2)^3\}^4$

$=(4a^2-9b^2)^{12}$

$\therefore$ $(4a^2-9b^2)^{12}$ 의 항의 개수는 13 개이다.

**16.** $(x^3+ax+2)(x^2+bx+2)$를 전개했을 때, $x^2$과 $x^3$의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 $a$, $b$에 대하여 $a+b$의 값은?

① $-2$　② $-1$　③ $1$　④ $2$　⑤ $\dfrac{3}{2}$

해설

$(x^3+ax+2)(x^2+bx+2)$

$=x^5+bx^4+(a+2)x^3+(ab+2)x^2+(2a+2b)x+4$

($x^2$의 계수)=($x^3$의 계수)=0이므로

$ab+2=0,\ a+2=0$

따라서 $a=-2,\ b=1$

$\therefore a+b=-1$

**17.** $(2x^3 - 3x^2 + 3x + 4)(3x^4 + 2x^3 - 2x^2 - 7x + 8)$을 전개한 식에서 $x^3$의 계수는?

① 31　② 33　③ 35　④ 37　⑤ 39

해설

$$2x^3 \times 8 - 3x^2 \times (-7x) + 3x \times (-2x^2) + 4 \times 2x^3 = 39x^3$$

**18.** $a^2+b^2+c^2=9,\ ab+bc+ca=9,\ a+b+c$의 값은?

① $-3\sqrt{2}$ ② $-2\sqrt{3}$ ③ $\pm 3\sqrt{3}$

④ $\pm 3\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a+b+c)^2 &= a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)\\ &= 9+18=27\end{aligned}$$

$\therefore\ a+b+c=\pm 3\sqrt{3}$

**19.** 다항식 $x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$의 차수는?

① 2차　② 3차　③ 6차　④ 7차　⑤ 8차

해설

$$x^5\left(x+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}+\frac{3}{x^2}\right)$$
$$=x^2(x^2+1)(x^2+2x+3)$$
$\therefore$ 6차 다항식

**20.** 두 다항식 $A=a+2b$, $B=2a+3b$일 때, $2A+B$를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned}
2A+B &= 2(a+2b)+(2a+3b) \\
&= (2a+4b)+(2a+3b) && \text{㉠ 분배법칙} \\
&= 2a+(4b+2a)+3b && \text{㉡ 결합법칙} \\
&= 2a+(2a+4b)+3b && \text{㉢ 교환법칙} \\
&= (2a+2a)+(4b+3b) && \text{㉣ 교환법칙} \\
&= (2+2)a+(4+3)b && \text{㉤ 분배법칙} \\
&= 4a+7b
\end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2a+(2a+4b)+3b=(2a+2a)+(4b+3b)$: 결합법칙

**21.** 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x+(x+3)\times 2 \\ &= (x^2+3x)+(2x+6) \\ &= x^2+(3x+2x)+6 \\ &= x^2+5x+6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

① 교환법칙, 결합법칙

② 교환법칙, 분배법칙

③ 분배법칙, 결합법칙

④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙

⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

**해설**

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x+(x+3)\times 2 && (\text{분배}) \\ &= (x^2+3x)+(2x+6) && (\text{분배}) \\ &= x^2+(3x+2x)+6 && (\text{결합}) \\ &= x^2+5x+6\end{aligned}$$

**22.** $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$일 때, $(x+1)(y+1)(z+1)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$(x+1)(y+1)(z+1)$
$= xyz+xy+yz+zx+x+y+z+1$
$= 7$

**23.** 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

① $(x-y-z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x-2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③ $(x+y)(x-y)(x^2+xy-y^2)(x^2-xy+y^2) = x^9 - y^9$

④ $(x^2-2xy+2y^2)(x^2+2xy+2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤ $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+2x+2y+1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

① $(x-y-z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$
② $(3x-2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$
③ $(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
$= x^6 - y^6$
⑤ $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+x+y+1)$
$= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

**24.** $(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^3-b^3)$ 의 전개식으로 옳은 것은?

① $a^3+b^3$ ② $a^6+b^6$ ③ $a^6-b^6$

④ $a^9+b^9$ ⑤ $a^9-b^9$

해설

(준 식)$=(a^3+b^3)(a^3-b^3)=a^6-b^6$

**25.** $P = (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$ 의 값을 구하면?

① $2^{32}-1$ ② $2^{32}+1$ ③ $2^{31}-1$

④ $2^{31}+1$ ⑤ $2^{17}-1$

**해설**

주어진 식에 $(2-1)=1$ 을 곱해도 식은 성립하므로

$$P = (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$$
$$= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^16+1)$$
$$= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$$
$$= \quad \vdots$$
$$= (2^{16}-1)(2^{16}+1)$$
$$= 2^{32}-1$$

**26.** 두 다항식 $(1+x+x^2+x^3)^3$, $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의 $x^3$ 의 계수를 각각 $a$, $b$ 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① $4^3-5^3$ ② $3^3-3^4$ ③ $0$

④ $1$ ⑤ $-1$

해설

두 다항식이 $1+x+x^2+x^3$ 을 포함하고 있으므로 $1+x+x^2+x^3=A$ 라 놓으면

$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$

$=(A+x^4)^3$

$=A^3+3A^2x^4+3Ax^8+x^{12}$

$=A^3+(3A^2+3Ax^4+x^8)x^4$

이 때 $(3A^2+3Ax^4+x^8)x^4$ 은 $x^3$ 항을 포함하고 있지 않으므로 두 다항식의 $x^3$ 의 계수는 같다.

$\therefore\ a-b=0$

**27.** $(-2x^3+x^2+ax+b)^2$ 의 전개식에서 $x^3$ 의 계수가 $-8$ 일 때, $a-2b$ 의 값은?

① $-6$ ② $-4$ ③ $-2$ ④ $0$ ⑤ $2$

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$(-2x^3\times b)\times 2+(x^2\times ax)\times 2=(-4b+2a)x^3$

$2a-4b=-8$

$\therefore\ a-2b=-4$

**28.** $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21　　② 23　　③ 25　　④ 27　　⑤ 29

해설

준 식은 $(a-b)^3$ 이다.

$a - b = 2004 - 2001 = 3$

$\therefore\ (a-b)^3 = 3^3 = 27$

**29.** $(10^5+2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 26 ⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$10^{15}+2^3+3\times2\times10^5(10^5+2)$

$=10^{15}+2^3+6\times10^{10}+12\times10^5$

$=10^{15}+10^{10}\times6+10^5\times12+8$

$\therefore\ 1+6+1+2+8=18$

**30.** 세 실수 $a, b, c$ 에 대하여 $a+b+c=2,\ a^2+b^2+c^2=6,\ abc=-1$ 일 때, $a^3+b^3+c^3$ 의 값은?

① 11　　② 12　　③ 13　　④ 14　　⑤ 15

해설

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^3+2(ab+bc+ca)$

$ab+bc+ca=-1$

$a^3+b^3+c^3$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$

$=2\times(6-(-1))-3=11$

**31.** $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$일 때, $4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$의 값은?

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$\therefore\ ab+bc+ca=-\frac{1}{2}$

$4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$

$=4\{(ab+bc+ca)^2-2abc(a+b+c)\}$

$=4\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2=1$

**32.** 다음 중에서 겉넓이가 22, 모든 모서리의 길이의 합이 24인 직육면체의 대각선의 길이는?

① $\sqrt{11}$　　② $\sqrt{12}$

③ $\sqrt{13}$　　④ $\sqrt{14}$

⑤ 유일하지 않다.

해설

겉넓이 : $2xy + 2xz + 2yz = 22$

모서리 : $4x + 4y + 4z = 24$

대각선 : $d^2 = x^2 + y^2 + z^2$

$= (x+y+z)^2 - 2(xy+yz+zx)$

$= 6^2 - 22 = 14$

$\therefore\ d = \sqrt{14}$

**33.** $x^2 - x + 1 = 0$일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$의 값은?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x + 1$을 곱하면,

$(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$

$x^3 + 1 = 0$, $x^3 = -1$에서 $x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$

$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \cdots\cdots$①

$x^2 - x + 1 = 0$를 $x$로 나누어 정리한다.

$x + \frac{1}{x} = 1$

$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$

① 에 대입하면, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$

**34.** $\dfrac{2005^3+1}{2005\times2004+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2006

해설

$2005=x$ 로 놓으면

$$(\text{준 식})=\frac{x^3+1^3}{x(x-1)+1}$$
$$=\frac{(x+1)(x^2-x+1)}{x^2-x+1}$$
$$=x+1$$
$$=2006$$

**35.** 세 변의 길이가 $a$, $b$, $c$인 $\triangle ABC$에 대하여 $a^2-ab+b^2=(a+b-c)c$인 관계가 성립할 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$a^2-ab+b^2=(a+b-c)c$에서 $a^2-ab+b^2=ac+bc-c^2$

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

즉, $\frac{1}{2}\left\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right\}=0$

$\therefore\ a=b=c$

따라서, $\triangle ABC$는 정삼각형이다.

**36.** $x+\dfrac{1}{x}=3$ 일 때, $x^2+\dfrac{1}{x^2}$ 의 값과 $x^3+\dfrac{1}{x^3}$ 의 값을 차례대로 구하면? (단, $x>0$)

① 5, 6　　② 7, 18　　③ 8, 16
④ 9, 18　　⑤ 10, 27

해설

$x+\dfrac{1}{x}=3$ 일 때

$$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=3^2-2=7$$

$$x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)=27-9=18$$

**37.** $x^2 + x + 1 = 0$일 때, $x^3 + \dfrac{1}{x^3}$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^2 + x + 1 = 0$에서 양변을 $x$로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = -1$$

$$\therefore\ x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x}\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= -1 - 3 \cdot (-1) = 2$$

**38.** 실수 $x$가 $x^2-3x+1=0$을 만족할 때, $x^3+\dfrac{1}{x^3}$의 값을 구하면?

① 18　　② 19　　③ 20　　④ 21　　⑤ 22

해설

준식의 양변을 $x$로 나누면

$$x+\frac{1}{x}=3$$

$$x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{x}\right)$$

$$=3^3-3\times3=18$$

**39.** 두 실수 $x, y$에 대하여 $x^2+y^2=7$ , $x+y=3$ 일 때, $x^5+y^5$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 123

해설

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$에서 $3^2=7+2xy$, $xy=1$

$(x+y)^3=x^3+y^3+3xy(x+y)$에서 $x^3+y^3=18$

$$\begin{aligned} x^5+y^5 &= (x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y) \\ &= 7\times 18-1^2\times 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$

**40.** $a+b=4$, $a^2+b^2=10$일 때, $a^5+b^5$의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 244

해설

$a+b=4$ , $a^2+b^2=10$

$ab=\frac{1}{2}\{(a+b)^2-(a^2+b^2)\}=3$

$a^3+b^3=(a+b)^3-3ab(a+b)=28$

$$\begin{aligned}\therefore\ a^5+b^5 &= (a^3+b^3)(a^2+b^2)-a^2b^2(a+b)\\ &= 28\times 10-9\times 4\\ &= 244\end{aligned}$$

**41.** $x+\dfrac{1}{x}=1$ 일 때, $x^{101}+\dfrac{1}{x^{101}}$ 의 값은?

① 1 ② $-1$ ③ $-2$ ④ 2 ⑤ 101

해설

$x+\dfrac{1}{x}=1$ 에서 $x^2+1=x$

$\therefore\ x^2-x+1=0,\ x^3=-1$

$$(\text{준 식})=(x^3)^{33}\cdot x^2+\frac{1}{(x^3)^{33}\cdot x^2}$$

$$=-x^2+\frac{-1}{x^2}=-\frac{x^4+1}{x^2}=-\frac{-x+1}{x^2}$$

$$=\frac{x-1}{x^2}=1$$

**42.** $x^2-x-1=0$일 때, $x^3-\frac{1}{x^3}$의 값과 $y+\frac{1}{y}=1$일 때, $\frac{y^{10}+1}{y^2}$의 값은?

① 4, −1 ② 4, 18 ③ 8, −1 ④ 9, −1 ⑤ 4, 27

해설

(1) $x^2-x-1=0$의 양변을 $x$로 나누면

$$x-1-\frac{1}{x}=0$$

$$\therefore\ x-\frac{1}{x}=1$$

$$\therefore\ x^3-\frac{1}{x^3}=\left(x-\frac{1}{x}\right)^3+3x\cdot\frac{1}{x}\left(x-\frac{1}{x}\right)$$

$$=1^3+3\cdot1\cdot1=4$$

(2) $y+\frac{1}{y}=1$일 때

$y+\frac{1}{y}=1$에서 $\frac{y^2+1}{y}=1$

$\therefore\ y^2-y+1=0\cdots\cdots$㉠

양변에 $(y+1)$을 곱하면 $(y+1)(y^2-y+1)=0$

$y^3+1=0\ \therefore\ y^3=-1\cdots\cdots$㉡

㉠, ㉡에서

$$\frac{y^{10}+1}{y^2}=\frac{(y^3)^3\cdot y+1}{y^2}=\frac{-y+1}{y^2}$$

$$=\frac{-y^2}{y^2}=-1$$

**43.** $a = \sqrt[3]{4},\ b + c = \sqrt[3]{4}$ 일 때, $a^3 + b^3 + c^3 + 3abc$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$a = \sqrt[3]{4}$ 에서 $a^3 = 4 \cdots$ ㉠

$b + c = 3\sqrt{4}$ 에서 $(b+c)^3 = 4$

즉 $b^3 + c^3 + 3bc(b+c) = 4$

$b + c = a$ 이므로

$b^3 + c^3 + 3abc = 4 \cdots$ ㉡

㉠ + ㉡을 하면

$a^3 + b^3 + c^3 + 3abc = 4 + 4 = 8$