1. 다음은 다섯 명의 학생이 5 일 동안 받은 e – mail 의 개수를 나타낸 표이다. 이때, 표준편차가 가장 작은 사람은 누구인가?

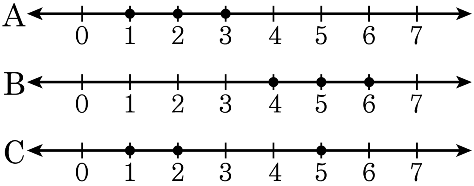
	월요일	화요일	수요일	목요일	금요일
성재	5	2	5	5	2
선영	6	4	6	6	4
민지	10	10	10	11	10
성수	5	8	5	8	9
경희	7	1	7	1	9

① 성재 ② 선영 ③ 민지 ④ 성수 ⑤ 경희

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 작을수록 변량이 평균에서 더 가까워지므로 표준편차가 가장 작은 학생은 민지이다.

2. 다음은 A, B, C 가 3 회에 걸쳐 활을 쏜 기록을 나타낸 그래프이다.



A, B, C 의 활을 쏜 점수의 표준편차를 각각 a, b, c 라고 할 때, a, b, c 의 대소 관계는?

① $a=b=c$ ② $a=b<c$ ③ $a<b=c$

④ $a=b>c$ ⑤ $a<b<c$

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 A, B 의 표준편차는 같고, C 의 표준편차는 A, B 의 표준편차보다 크다.

3. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 학급의 학생들의 평균 몸무게에 대한 편차를 나타낸 표이다. 이 다섯 학급의 몸무게의 평균이 65kg 일 때, A 학급의 몸무게와 다섯 학급의 표준편차를 차례대로 나열한 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

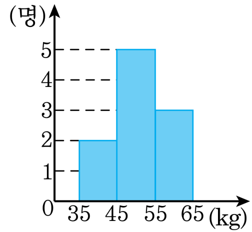
학급	A	B	C	D	E
편차(kg)	-1	2	3	0	x

① 60kg, $\sqrt{2}$kg ② 61kg, $\sqrt{3}$kg ③ 62kg, 2kg
④ 64kg, $\sqrt{6}$kg ⑤ 64kg, $\sqrt{7}$kg

해설

A 학급의 몸무게는 $65+(-1)=64(\text{kg})$
또한, 편차의 합은 0 이므로
$-1+2+3+0+x=0,\quad x+4=0 \quad \therefore x=-4$
따라서 분산이
$$\frac{(-2)^2+1^2+3^2+0^2+(-4)^2}{5}=\frac{30}{5}=6$$
이므로 표준편차는 $\sqrt{6}\,\text{kg}$ 이다.

4. 다음 그림은 A 반 학생들의 몸무게를 조사하여 그린 히스토그램이다. 이 자료의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 49

해설

전체 학생 수는 $2+5+3=10$(명) 이므로

학생들의 몸무게의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{40 \times 2 + 50 \times 5 + 60 \times 3}{10}$$
$$= \frac{80 + 250 + 180}{10} = 51(\text{kg})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(40-51)^2 \times 2 + (50-51)^2 \times 5 + (60-51)^2 \times 3\}$$
$$= \frac{1}{10}(242 + 5 + 243) = 49$$

이다.

5. 다음은 학생 10 명의 음악 실기 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 10 명의 음악 실기 성적의 분산을 구하여라.

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)
55이상 ~ 65미만	60	3	180
65이상 ~ 75미만	70	3	210
75이상 ~ 85미만	80	2	160
85이상 ~ 95미만	90	2	180
계	계	10	730

▶ 답 :

▷ 정답 : 121

해설

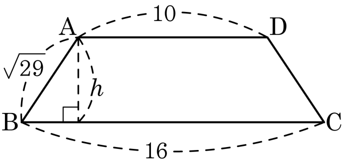
학생들의 음악 성적의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{730}{10} = 73(\text{점})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-73)^2\times3+(70-73)^2\times3+(80-73)^2\times2+(90-73)^2\times2\}$$
$$= \frac{1}{10}(507 + 27 + 98 + 578) = 121$$

6. 다음과 같은 등변사다리꼴의 높이 h 를 구하면?



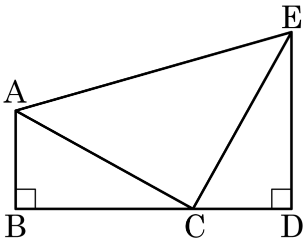
① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$ ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

해설

점 A 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 할 때, $\overline{\mathrm{BE}} = 3$ 이다. (□ABCD 는 등변사다리꼴)

따라서 피타고라스 정리를 적용하면 $h = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ 이다

7. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{DE} = 9\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 넓이는?



① 49　② 50　③ 51　④ 52　⑤ 53

해설

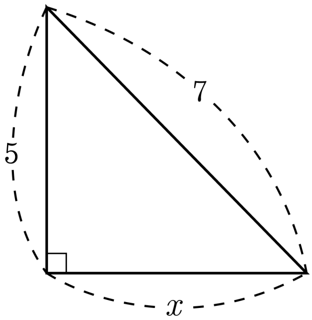
$\overline{AB} = 5$, $\overline{DE} = \overline{BC} = 9$ 이므로

$\overline{AC} = \sqrt{25+81} = \sqrt{106}$ 이다.

$\triangle ACE$ 이 $\angle ACE = 90°$ 인 직각이등변삼각형이므로 $\triangle ACE = \frac{1}{2} \times \sqrt{106} \times \sqrt{106} = 53$

따라서 $\triangle ACE = 53$ 이다.

8. 다음을 만족하는 x 의 값을 구하여라.



① $2\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $3\sqrt{8}$ ④ 4 ⑤ 6

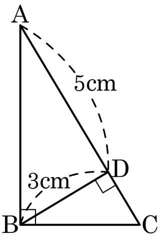
해설

빗변이 7 인 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해 $x^2+5^2=7^2$ 성립해야 하므로

$$\begin{aligned} x^2 &= 7^2-5^2 \\ &= 49-25 \\ &= 24 \end{aligned}$$

$\therefore x=\sqrt{24}=2\sqrt{6}\ (\because x>0)$

9. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BD} = 3\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\dfrac{2\sqrt{23}}{5}$ ② $\dfrac{3\sqrt{23}}{5}$ ③ $\dfrac{3\sqrt{34}}{5}$
④ $\dfrac{4\sqrt{34}}{5}$ ⑤ $\dfrac{18}{5}$

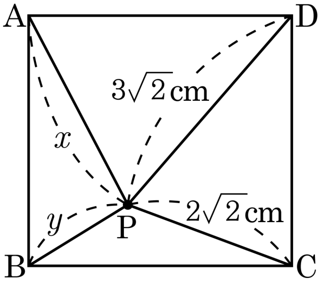
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD^2} = \overline{AD} \cdot \overline{CD}$

$$\overline{CD} = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5}(\,\text{cm})$$

$$x = \sqrt{3^2 + \left(\frac{9}{5}\right)^2} = \frac{3\sqrt{34}}{5}$$

10. 다음과 같이 정사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P 가 있다. $\overline{PC} = 2\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{PD} = 3\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값은?



① 2 ② 4 ③ 6 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x^2 + (2\sqrt{2})^2 = y^2 + (3\sqrt{2})^2$, $x^2 - y^2 = 18 - 8$, $x^2 - y^2 = 10$ 이다.

11. 5개의 변량 $4, 6, 10, x, 9$의 평균이 7일 때, 분산은?

① 4.1 ② 4.3 ③ 4.5 ④ 4.7 ⑤ 4.8

해설

주어진 변량의 평균이 7이므로

$$\frac{4+6+10+x+9}{5}=7$$

$$29+x=35$$

$$\therefore x=6$$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, -1, 2$이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+(-1)^2+2^2}{5}=\frac{9+1+9+1+4}{5}=\frac{24}{5}=4.8$$

12. 다음 표는 정수가 올해 시험을 쳐서 받은 수학점수이다. 평균이 80 점, 분산이 $\frac{146}{7}$ 일 때, 4 월과 7 월 시험성적을 구하여라. (단, 4 월 보다 7 월 시험 성적이 더 우수하다.)

월	3	4	5	6	7	8	9
점수(점)	72	a	80	84	b	81	86

▶ 답 : 점

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 4 월 시험 성적 : 75 점

▷ 정답 : 7 월 시험 성적 : 82 점

해설

$$\frac{72+a+80+84+b+81+86}{7}=80,$$

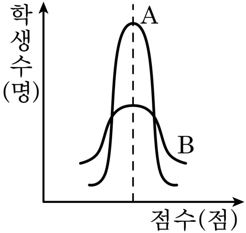
$a+b=157$ 이다.

$$\frac{64+(a-80)^2+0+16+(b-80)^2+1+36}{7}=\frac{146}{7},$$

$(a-80)^2+(b-80)^2=29$ 이다.

두 식을 연립해서 풀면, $a=75,\ b=82$ 이다.

13. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 <u>틀린</u> 것을 고르면?



① A 반 학생 성적은 평균적으로 B 반 학생 성적과 비슷하다.

② 중위권 학생은 A 반에 더 많다.

③ A 반 학생의 성적이 더 고르다.

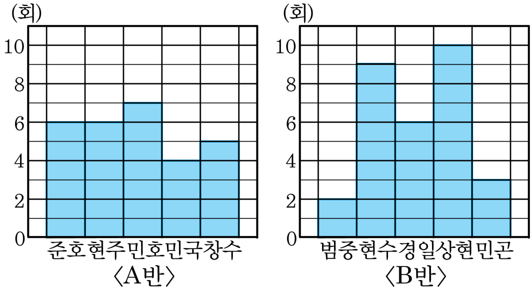
④ 고득점자는 A 반에 더 많다.

⑤ 평균 점수 부근에 있는 학생은 A 반 학생이 더 많다.

해설

④ 고득점자는 A 반에 더 많다. ⇒ 고득점자는 B 반에 더 많다.

14. 다음은 A 반 학생 5 명과 B 반 학생 5 명의 턱걸이 횟수를 히스토그램으로 나타낸 것이다. 어느 반 학생의 성적이 더 고르다고 할 수 있는가?



▶ 답 : 반

▷ 정답 : A반

해설

A 반 학생들의 턱걸이 횟수가 평균을 중심으로 변량의 분포가 더 고르다.

15. 10개의 변량 $x_1, x_2, \cdots, x_{10}$ 의 평균이 6이고 분산이 5일 때, 다음 10개의 변량의 평균과 분산을 구하여라.

$-3x_1+1, -3x_2+1, \cdots -3x_{10}+1$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : -17

▷ 정답 : 분산 : 45

해설

(평균)$= -3\cdot 6+1=-17$,

(분산)$= (-3)^2\cdot 5=45$

16. 변량 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$ 의 평균이 10, 분산이 5 일 때, 변량 $4x_1+1, 4x_2+1, 4x_3+1, \cdots 4x_n+1$ 의 평균, 분산을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 41

▷ 정답 : 분산 : 80

해설

(평균)$= 4 \cdot 10 + 1 = 41$
(분산)$= 4^2 \cdot 5 = 80$

17. 4개의 변량 a, b, c, d의 평균이 10이고, 표준편차가 3일 때, 변량 $a+5, b+5, c+5, d+5$의 평균과 표준편차를 차례로 나열하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 15

▷ 정답 : 표준편차 : 3

해설

평균 : $1 \cdot 10 + 5 = 15$

표준편차 : $|1| \cdot 3 = 3$

18. 3개의 변량 x, y, z의 변량 x, y, z의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균이 m, 표준편차가 n이라 한다. 이 때, $m+n$의 값은?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

x, y, z의 평균과 표준편차가 8, 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

분산은

$$m^2 = \frac{(2x-16)^2+(2y-16)^2+(2z-16)^2}{3}$$

$$= \frac{4\left\{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2\right\}}{3}$$

$$= 4 \cdot 25 = 100$$

$$n = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m+n = 16+10 = 26$$

19. 다음 세 개의 변수 a, b, c 에 대하여 다음 보기 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

보기

㉠ $2a$, $2b$, $2c$ 의 표준편차는 a, b, c 의 표준편차의 2 배이다.

㉡ $a+2$, $b+2$, $c+2$ 의 평균은 a, b, c 의 평균보다 2 만큼 크다.

㉢ $2a+1$, $2b+1$, $2c+1$ 의 표준편차는 a, b, c 의 4 배이다.

㉣ $3a$, $3b$, $3c$ 의 평균은 a, b, c 의 평균보다 3 배만큼 크다.

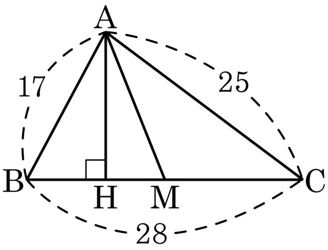
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ $2a+1$, $2b+1$, $2c+1$ 의 표준편차는 a, b, c 의 2 배이다.

20. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AH}} \perp \overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{MC}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AB}} = 17$, $\overline{\mathrm{BC}} = 28$, $\overline{\mathrm{CA}} = 25$ 일 때, $\overline{\mathrm{AM}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{29}$

해설

$\overline{\mathrm{BH}} = x$ 이면 $\overline{\mathrm{HC}} = 28 - x$

$\overline{\mathrm{AH}}^2 = 17^2 - x^2 = 25^2 - (28 - x)^2$

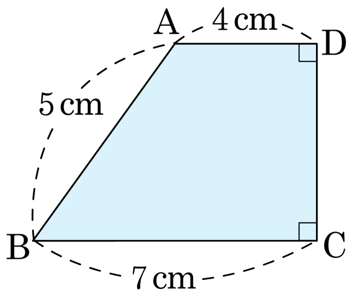
$56x = 448, \ x = 8$

$\overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$

$\overline{\mathrm{HM}} = \left(\frac{1}{2} \times 28\right) - 8 = 6$

$\therefore \ \overline{\mathrm{AM}} = \sqrt{\overline{\mathrm{AH}}^2 + \overline{\mathrm{HM}}^2} = \sqrt{261} = 3\sqrt{29}$

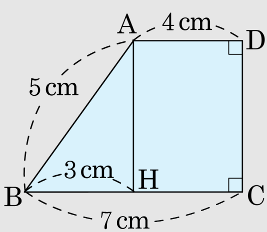
21. 다음 그림에서 □ABCD 가 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$ 인 사다리꼴일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{65}$ cm

해설

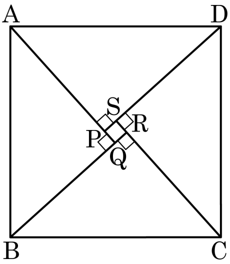


꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 로 수선의 발을 H 라 하자. △ABH 에서 피타고라스 정리를 이용하면

$\overline{AH} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm})$ 가 된다.

$\overline{BD} = \sqrt{4^2 + 7^2} = \sqrt{65}(\text{cm})$

22. 합동인 직각삼각형 4 개를 이용하여 다음 그림과 같이 □ABCD 를 만들었다. $\overline{BR} = 10$, $\overline{PQ} = 1$ 일 때, 사각형 ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



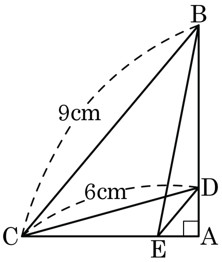
▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{181}$

해설

사각형 ABCD 와 PQRS 는 정사각형이고
정사각형 ABCD 의 한 변의 길이는
$\sqrt{10^2 + 9^2} = \sqrt{181}$ 이므로
둘레의 길이는 $4 \times \sqrt{181} = 4\sqrt{181}$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 의 값을 구하여라.(단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 45

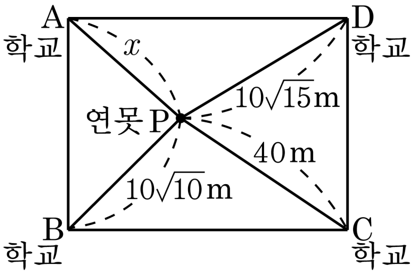
해설

$$\overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 + \left\{(9^2 - \overline{AC}^2)\right\},$$

$$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \left\{(6^2 - \overline{AC}^2)\right\}$$

$$\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 = 9^2 - 6^2 = 45$$

24. 다음 그림과 같이 A, B, C, D 네 학교가 선으로 연결하면 직사각형이 된다. 연못에서 네 학교까지의 거리가 다음과 같을 때, A 학교에서 시속 9km 로 출발하여 연못에 도착하는데 걸리는 시간은 몇 초인가?



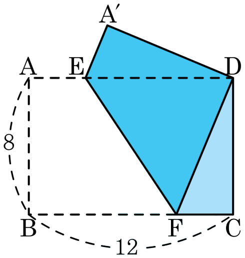
① 6 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 14 초

해설

$x^2 + 40^2 = (10\sqrt{5})^2 + (10\sqrt{10})^2$, $x^2 = 900$, $x = 30$m 이다.

(시간)$= \dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$ 이므로 구하는 시간은 $\dfrac{30}{9000} \times 60 \times 60 = 12$ (초) 이다.

25. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. 이 때, $\overline{AE}$ 의 길이는?



① 3 ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{11}{3}$

④ 4 ⑤ $\frac{13}{3}$

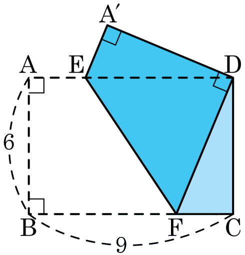
해설

$\triangle A'ED$ 에서

$8^2 + x^2 = (12 - x)^2$

$\therefore x = \frac{10}{3}$

26. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. 다음 중 옳은 것은?



① $\overline{A'D} = \overline{DE} = \overline{DF}$

② $\triangle DEF$ 는 정삼각형이다.

③ $\overline{CF} = 3$

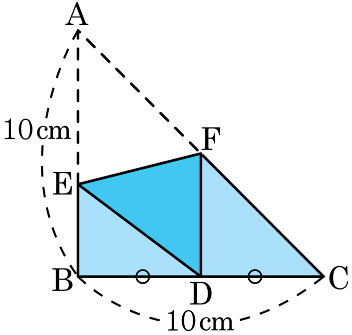
④ $\angle DEF = \angle DFE$

⑤ $\angle A'EF = 90°$

해설

$\overline{ED} = \overline{BF} = \overline{DF}$ 이므로 $\triangle EDF$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $\angle DEF = \angle DFE$ 이다.

27. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}=10$ 인 직각이등변삼각형 ABC 를 $\overline{\mathrm{EF}}$ 를 기준으로 접어서 점 A 가 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점에 위치하도록 하였다. 이때 $\overline{\mathrm{DE}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{25}{4}$ cm

해설

$\overline{\mathrm{DE}}=x$ 라 놓으면 $\overline{\mathrm{AE}}=\overline{\mathrm{DE}}=x$ 가 되고, $\overline{\mathrm{BE}}=10-x$ 가 된다.
$\overline{\mathrm{BD}}=5\mathrm{cm}$ ($\because$ $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점)
삼각형 EBD 에서 피타고라스 정리를 이용하면 $x^2=5^2+(10-x)^2$
, $x=\frac{25}{4}$ (cm)

28. 다음은 민영이의 10회의 영어 듣기 시험에서 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.

횟수	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
점수(점)	78	62	60	54	64	78	61	82	84	80

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 71

▷ 정답 : 최빈값 : 78

해설

민영이의 수학 점수를 순서대로 나열하면

54, 60, 61, 62, 64, 78, 78, 80, 82, 84 이므로

중앙값은 $\frac{64+78}{2}=71$, 최빈값은 78이다.

29. 세호네 반 학생 30 명의 몸무게의 총합은 2100 , 몸무게의 제곱의 총합은 150000 일 때, 세호네 반 학생 몸무게의 표준편차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$(\text{분산}) = \frac{\left\{(\text{변량})^2 \text{ 의 총 합}\right\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$\dfrac{150000}{30} - 70^2 = 100$, 즉 분산은 100 이다.

따라서 표준편차는 10 이다.

30. x, y, z의 평균이 5이고 분산이 2일 때, 세 수 x^2, y^2, z^2의 평균은?

① 20 ② 23 ③ 24 ④ 26 ⑤ 27

해설

세 수 x, y, z의 평균이 8이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=5$$

$\therefore x+y+z=15 \cdots ㉠$

또, 분산이 2이므로 $\dfrac{(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2}{3}=2$

$(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2=6$

$\therefore x^2+y^2+z^2-10(x+y+z)+75=6$

위 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-10(15)+75=6$

$x^2+y^2+z^2=81$

따라서 $x^2+y^2+z^2$의 평균은 $\dfrac{81}{3}=27$이다.

31. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2.2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.

③ B 의 표준편차가 A 의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B 이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.2 = \sqrt{4.84}$	$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{2.5}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A 이다.

32. 다음 도수분포표는 정섭이네 반 학생들의 턱걸이 기록을 나타낸 것이다. 턱걸이 기록에 대한 분산과 표준편차를 차례대로 구하여라.

횟수(회)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
학생 수(명)	1	3	7	5	7	9	4	2	1	1

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 2

해설

평균 :

$$\frac{1+2\times3+3\times7+4\times5+5\times7+6\times9}{40}$$

$$+\frac{7\times4+8\times2+9+10}{40}=5$$

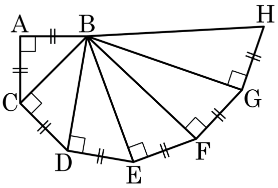
편차 : $-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$

분산 : $\dfrac{16+9\times3+4\times7+5}{40}$

$$+\frac{9\times2+16+25}{40}=4$$

표준편차 : 2

33. 다음 그림에서 $\triangle BGH$ 의 넓이가 $3\sqrt{6}\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



① $2(\sqrt{3}+\sqrt{2})$ cm

② $\sqrt{2}(2+\sqrt{2})$ cm

③ $2\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$ cm

④ $2(\sqrt{3}+1)$ cm

⑤ $\sqrt{3}(1+\sqrt{3})$ cm

해설

$\overline{GH}=a$라고 하면

$\overline{BG}=\sqrt{a^2+a^2+a^2+a^2+a^2+a^2}=a\sqrt{6}$일 때,

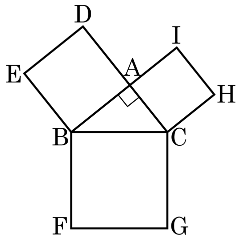
$\triangle BGH$의 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times a\sqrt{6}\times a=3\sqrt{6}, a^2=6, a=\sqrt{6}$이다.

$\overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{6})^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$이다.

따라서 $\triangle ABC$의 둘레는 $\sqrt{6}+\sqrt{6}+2\sqrt{3}=2\sqrt{6}+2\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

34. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 10 이고 $\square ADEB$ 의 넓이가 25 일 때, 두 정사각형 BFGC, ACHI 의 넓이의 차를 구하면?



① 21 ② 22 ③ 23

④ 24 ⑤ 25

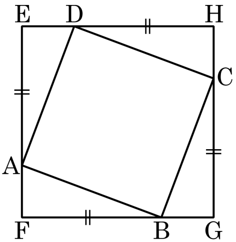
해설

$\square ADEB + \square ACHI = \square BFGC$

$\square BFGC - \square ACHI = \square ADEB$

따라서 구하는 넓이는 $\square ADEB = 25$ 이다.

35. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 EFGH 는 모두 정사각형이고 □ABCD $= 73\,\text{cm}^2$, □EFGH $= 121\,\text{cm}^2$, $\overline{\text{BF}} > \overline{\text{BG}}$ 일 때, $\overline{\text{BG}}$ 의 길이는?



① $3\,\text{cm}$　② $\frac{7}{2}\,\text{cm}$　③ $4\,\text{cm}$

④ $8\,\text{cm}$　⑤ $\frac{15}{2}\,\text{cm}$

해설

□ABCD $= 73\,\text{cm}^2$, □EFGH $= 121\,\text{cm}^2$ 이므로 $\overline{\text{AB}} = \sqrt{73}\,\text{cm}$, $\overline{\text{FG}}\,\text{cm} = 11\,\text{cm}$ 이다.

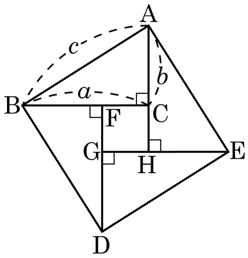
$\overline{\text{BG}} = x\,\text{cm}$, $\overline{\text{FB}} = y\,\text{cm}$ 라고 할 때,

$x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.

$y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$

인수분해를 이용하면 $(x-3)(x-8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{\text{BF}} > \overline{\text{BG}}$)이다.

36. 다음 그림에서 □ABDE는 한 변의 길이가 c인 정사각형이다. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\triangle ABC \equiv \triangle BDF$

㉡ $\overline{CH} = a + b$

㉢ □FGHC는 정사각형

㉣ $\triangle ABC = \frac{1}{4}$□ABDE

㉤ $a^2 + b^2 = c^2$

㉥ $\overline{CH} = a - b$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

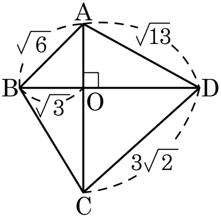
▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\overline{CH} = \overline{AH} - \overline{AC} = a - b$

㉣ $\triangle ABC = \frac{1}{4}$(□ABDE − □FGHC)

37. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{CO}$ 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$)



① $2\sqrt{2}$　② $\sqrt{11}$　③ $\sqrt{13}$
④ $\sqrt{19}$　⑤ $2\sqrt{5}$

해설

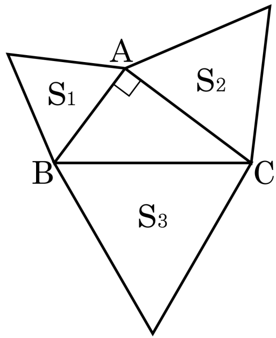
$\overline{BC}^2 + \sqrt{13}^2 = \sqrt{6}^2 + \left(3\sqrt{2}\right)^2$

$\therefore \overline{BC} = \sqrt{11}$

$\triangle BCO$ 에서 $\overline{CO}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{BO}^2 = 11 - 3 = 8$

$\therefore \overline{CO} = 2\sqrt{2}$

38. $\angle A$ 가 $90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 각 변을 한 변으로 하는 세 정삼각형을 작도하였다. 각각의 정삼각형의 넓이를 S_1, S_2, S_3 라 하고, $S_1 = 5, S_2 = 6$ 일 때, S_3 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

세 정삼각형은 모두 닮음이므로 넓이가 S_1 인 정삼각형과 S_2 인 정삼각형의 닮음비는 $\sqrt{5} : \sqrt{6}$

$\overline{AB} = \sqrt{5}a$, $\overline{AC} = \sqrt{6}a$ 라고 하면

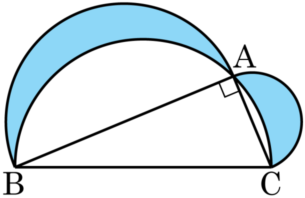
$\overline{BC} = \sqrt{5a^2 + 6a^2} = \sqrt{11}a$

따라서, S_1 , S_2 , S_3 의 닮음비는 $\sqrt{5} : \sqrt{6} : \sqrt{11}$ 이므로

넓이의 비는 $5 : 6 : 11$ 이 되어 $S_3 = 11$

즉, $S_1 + S_2 = S_3$ 이다.

39. 다음 그림과 같이 $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원을 각각 그렸다. $\overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 13$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 13$ 인 직각삼각형이므로

$\overline{AB} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

$\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 라 하면

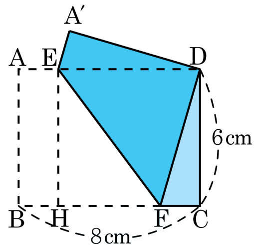
$S_1 + S_2 = S_3$ 이므로

(색칠된 부분의 넓이)

$= S_1 + S_2 + \triangle ABC - S_3$

$= \triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 5 \times 12 = 30$

40. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 점 B 가 점 D 에 오도록 접었다. $\overline{CD} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\mathrm{cm}$, 점 H 는 점 E 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{A'E} = \frac{7}{4}\,\mathrm{cm}$　② $\angle DEF = \angle EFH$

③ $\overline{EF} = \frac{17}{2}\,\mathrm{cm}$　④ $\overline{BF} = \overline{DE}$

⑤ $\overline{HF} = \frac{9}{2}\,\mathrm{cm}$

해설

$\triangle A'ED$ 에서 $\overline{A'E}$ 를 x 로 잡으면 피타고라스 정리에 따라

$x^2 + 6^2 = (8 - x)^2$, $x = \frac{7}{4} = \overline{A'E} = \overline{FC}$

$\therefore \overline{ED} = 8 - \frac{7}{4} = \frac{25}{4}(\mathrm{cm})$ 이고, $\overline{HF} = \overline{CH} - \overline{CF} = \frac{25}{4} - \frac{7}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}(\mathrm{cm})$

$\triangle EHF$ 에서 피타고라스 정리에 따라

$\overline{EF}^2 = 6^2 + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = \frac{225}{4}$

$\overline{EF}$ 는 변이므로 양수이다. 따라서 $\overline{EF} = \frac{15}{2}(\mathrm{cm})$ 이다.

③ $\overline{EF} \neq \frac{17}{2}\,\mathrm{cm}$

41. 지호네 반 학생 40명의 몸무게의 평균은 60 kg이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38명의 몸무게의 평균이 59.5 kg이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5 kg ② 65.5 kg ③ 67 kg

④ 69 kg ⑤ 69.5 kg

해설

40명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400(\mathrm{kg})$

전학생 2명을 뺀 38명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261(\mathrm{kg})$

전학생 2명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139(\mathrm{kg})$

$\therefore$ (전학생 2명의 몸무게의 평균)$= \dfrac{139}{2} = 69.5(\mathrm{kg})$

42. 세 실수 $a,\ b,\ c$ 가 $a^2+b^2+c^2=24,\ a+b,\ b+c,\ c+a$ 의 평균이 4 일 때, $ab,\ bc,\ ca$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a+b,\ b+c,\ c+a$ 의 평균이 4 이므로

$$\frac{2(a+b+c)}{3}=4,\quad a+b+c=6$$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 에서

$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$24=6^2-2(ab+bc+ca)$

$\therefore ab+bc+ca=6$ 따라서 $ab,\ bc,\ ca$ 의 평균은

$$\frac{ab+bc+ca}{3}=\frac{6}{3}=2$$ 이다.

43. 세 수 $a,\ b,\ c$ 의 평균이 2 이고 분산이 2 일 때, 변량 $2a,\ 2b,\ 2c$ 의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

세 수 $a,\ b,\ c$ 의 평균이 2 이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=2$$

$\therefore a+b+c=6\ \cdots\cdots$ ㉠

또한, $a,\ b,\ c$ 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2}{3}=2$$

$(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2=6$

$a^2-4a+4+b^2-4b+4+c^2-4c+4=6$

$a^2+b^2+c^2-4(a+b+c)+12=6$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2-4\times6+12=6$

$\therefore a^2+b^2+c^2=18$

한편, $2a,\ 2b,\ 2c$ 의 평균은

$$\frac{2a+2b+2c}{3}=\frac{2(a+b+c)}{3}=\frac{2\times6}{3}=4$$

따라서 분산은

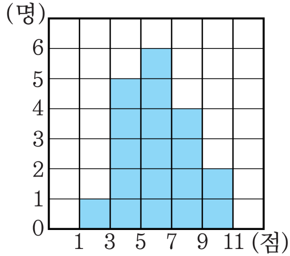
$$\frac{(2a-4)^2+(2b-4)^2+(2c-4)^2}{3}$$

$$=\frac{4a^2+4b^2+4c^2-16(a+b+c)+16\times3}{3}$$

$$=\frac{4\times18-16\times6+48}{3}$$

$$=\frac{24}{3}=8$$

44. 다음은 한결이네 반의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 한결이네 반 학생의 수학 성적의 분산을 구하면 $a.\dot{b}$ 로 나타낼 수있다. 이때, 상수 $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, 평균은 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

한결이네 반 학생 수는 $1+5+6+4+2=18$(명) 이므로 학생들의 수학 성적의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{2\times1+4\times5+6\times6+8\times4+10\times2}{18}$$
$$= \frac{2+20+36+32+20}{18} = 6.1\cdots(\text{점})$$

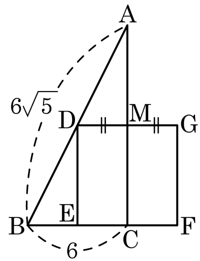
이므로 소수 첫째 자리에서 반올림하면 6 점이다.

한편, 이 자료의 분산은

$$\frac{1}{18}\{(2-6)^2\times1+(4-6)^2\times5+(6-6)^2\times6+(8-6)^2\times4+(10-6)^2\times2\}$$
$$=\frac{1}{18}(16+20+0+16+32)=4.\dot{6}$$

이므로 $a=4,\ b=6 \quad \therefore a+b=10$

45. 다음 그림의 $\triangle\mathrm{ABC}$ 는 $\overline{\mathrm{AB}} = 6\sqrt{5}\mathrm{m}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 6$, $\angle\mathrm{C} = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square\mathrm{DEFG}$ 는 정사각형이다. $\overline{\mathrm{DM}} = \overline{\mathrm{MG}}$ 일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{(6\sqrt{5})^2 - 6^2} = 12(\mathrm{cm})$ 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면

$\overline{\mathrm{DM}} = \overline{\mathrm{GM}} = \dfrac{x}{2}$ 이므로

$\overline{\mathrm{BE}} = 6 - \dfrac{x}{2}$, $\overline{\mathrm{AM}} = 12 - x$ 이다.

또한, $\triangle\mathrm{ADM} \backsim \triangle\mathrm{DBE}$ ($\because$ AA 닮음) 이므로

$\overline{\mathrm{DM}} : \overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{AM}} : \overline{\mathrm{DE}}$

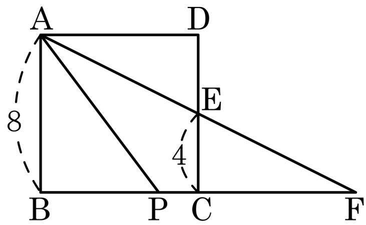
$\dfrac{x}{2} : \left(6 - \dfrac{x}{2}\right) = (12 - x) : x$

$\dfrac{x^2}{2} = \left(6 - \dfrac{x}{2}\right)(12 - x)$

$12x = 72$

$\therefore\ x = 6$

46. 한 변의 길이가 8 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P 를 잡고 점 A 와 점 P 를 잇고 ∠PAD 의 이등분선이 $\overline{AE}$, $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 하자. $\overline{EC} = 4$ 일 때, $\overline{AP}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\triangle$ECF ∽ $\triangle$ABF 이므로

$8 : 4 = (\overline{CF} + 8) : \overline{CF}$

$\therefore \overline{CF} = 8$

$\angle DAE = \angle CFE$ (엇각)

$\triangle$APF 는 이등변삼각형

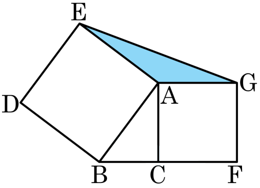
$\overline{AP} = \overline{PF} = x$ 라 하면 $\overline{BP} = 16 - x$

$\triangle$ABP 에서

$x^2 = 8^2 + (16 - x)^2$

$\therefore x = 10$

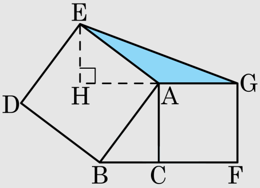
47. 다음 그림은 $\overline{AB}=10$, $\overline{AC}=8$ 인 직각삼각형 ABC 의 두 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형 ABDE 와 ACFG 이다. 이때 삼각형 AEG 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설



점 E 에서 $\overline{AG}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle$HAE 와 $\triangle$ABC 에서

$\overline{AE}=\overline{AB}$, $\angle EHA=\angle ACB=90^\circ$,

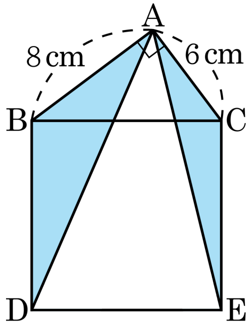
$\angle EAH=90-\angle HAB=\angle CAB$

$\therefore$ $\triangle HAE\equiv\triangle ABC$ (RHA합동)

$\therefore$ $\overline{EH}=\overline{BC}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

따라서 삼각형 AEG 의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 8\times 6=24$ 이다.

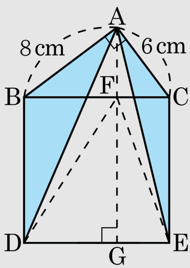
48. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 8\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\,\text{cm}$ 인 $\triangle ABC$ 가 있다. $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BDEC 를 그렸을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $50\,\underline{\text{cm}^2}$

해설



$\overline{BC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10\,(\text{cm})$

점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 F ,$\overrightarrow{AF}$ 와$\overline{DE}$ 의 교점을 G 라 하면

$\triangle ABD = \triangle FBD, \ \triangle ACE = \triangle FCE$

$\triangle ABD + \triangle ACE = \triangle FBD + \triangle FCE$

$\triangle FBD + \triangle FCE = \dfrac{1}{2}\square BDGF + \dfrac{1}{2}\square FGEC$

$\triangle FBD + \triangle FCE = \dfrac{1}{2}\square BDEC = \dfrac{1}{2} \times 10^2 = 50(\text{cm}^2)$

49. 자연수 a, b 에 대하여 세 변의 길이가 a, $a+50$, b 인 삼각형이 직각삼각형일 때, b 의 최솟값을 구하여라.

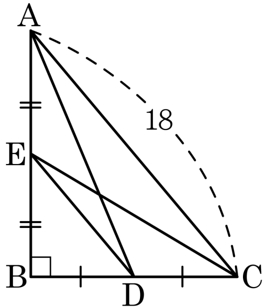
▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

b 가 가장 작은 값을 가질 때는 $a+50$ 이 빗변인 경우이다.
피타고라스 정리에 의해 $a^2+b^2=(a+50)^2$
$\therefore\ b=10\sqrt{a+25}$
그런데 b는 자연수이므로 $a+25$ 가 완전제곱수가 되어야 한다.
이때, $a+25$ 가 최소의 완전제곱수가 되는 경우는 $a+25=36$ 에서 $a=11$ 일 때이다.
따라서 b의 최솟값은 $10\sqrt{11+25}=60$ 이다.

50. 다음 그림에서 $\angle B = 90°$ 이고, D, E 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\overline{AC} = 18$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 405

해설

$\overline{BE} = x,\ \overline{BD} = y$ 라고 두자.

$\triangle ABC$ 에서

$18^2 = (2x)^2 + (2y)^2,\ x^2 + y^2 = 81$ 이 된다.

$\overline{AD}^2 = (2x)^2 + y^2,\ \overline{CE}^2 = x^2 + (2y)^2$

$$\begin{aligned}\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2 &= 5x^2 + 5y^2 = 5(x^2 + y^2)\\ &= 5 \cdot 81 = 405\end{aligned}$$