

1. 다섯 개의 변량 5, 7, x , y , 8 의 평균이 6 이고, 분산이 5 일 때, $2xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

다섯 개의 변량 5, 7, x , y , 8 의 평균이 6 이므로

$$\frac{5 + 7 + x + y + 8}{5} = 6, \quad x + y + 20 = 30$$

$$\therefore x + y = 10 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5-6)^2 + (7-6)^2 + (x-6)^2 + (y-6)^2}{5}$$

$$+ \frac{(8-6)^2}{5} = 5$$

$$\frac{1 + 1 + x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + 4}{5} = 5$$

$$\frac{x^2 + y^2 - 12(x+y) + 78}{5} = 5$$

$$x^2 + y^2 - 12(x+y) + 78 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 12(x+y) = -53 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2 + y^2 = 12(x+y) - 53 = 12 \times 10 - 53 = 67$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 67 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy, \quad 10^2 = 67 + 2xy, \quad 2xy = 33$$

$$\therefore 2xy = 33$$

2. 다음 표는 미정이 친구 6 명의 학생들의 수학 성적의 편차를 나타낸 것이다. 분산이 8 일 때, 두 상수 a, b 에 대하여 $-\frac{ab}{3}$ 의 값을 구하여라.

이름	선영	수림	영진	희숙	경민	유림
편차(점)	-3	-4	3	a	b	2

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

편차의 합은 0 이므로

$$-3 - 4 + 3 + a + b + 2 = 0$$

$$\therefore a + b = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또한, 분산은 8 이므로

$$\frac{(-3)^2 + (-4)^2 + 3^2 + a^2 + b^2 + 2^2}{6} = 8$$

$$a^2 + b^2 + 38 = 48$$

$$a^2 + b^2 = 10 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ 에 ㉠, ㉡을 대입하면

$$2^2 = 10 + 2ab, \quad 2ab = -6 \quad \therefore ab = -3$$

따라서 $-\frac{ab}{3} = -\frac{-3}{3} = 1$ 이다.

3. 3개의 변량 x, y, z 의 평균이 5, 분산이 10일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$ 의 평균은 m , 분산은 n 이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$m = 2 \cdot 5 = 10, n = 2^2 \cdot 10 = 40$$

$$\therefore m + n = 10 + 40 = 50$$

4. 다음 물음에 답하여라.

- (1) w, x, y, z 의 표준편차가 3일 때, $2w + 1, 2x + 1, 2y + 1, 2z + 1$ 의 표준편차를 구하여라.
- (2) a, b, c, d 의 표준편차가 6일 때, $4a + 1, 4b + 1, 4c + 1, 4e + 1$ 의 표준편차를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 6

▷ 정답 : (2) 24

해설

n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 m 이고 표준편차가 s 일 때, 변량 $ax_1 + b, ax_2 + b, ax_3 + b, \dots, ax_n + b$ 에 대하여 평균은 $am + b$ 이고 표준편차는 $|a|s$ 이다.

(1) $|2| \cdot 3 = 6$

(2) $|4| \cdot 6 = 24$

5. 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 10, 분산이 5일 때, 변량 $4x_1 + 1, 4x_2 + 1, 4x_3 + 1, \dots, 4x_n + 1$ 의 평균, 분산을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 41

▷ 정답 : 분산 : 80

해설

$$(\text{평균}) = 4 \cdot 10 + 1 = 41$$

$$(\text{분산}) = 4^2 \cdot 5 = 80$$

6. 세 수, x, y, z 의 평균과 표준편차가 각각 3, 2이다. 세 수 $2x + 1, 2y + 1, 2z + 1$ 의 평균과 표준편차를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

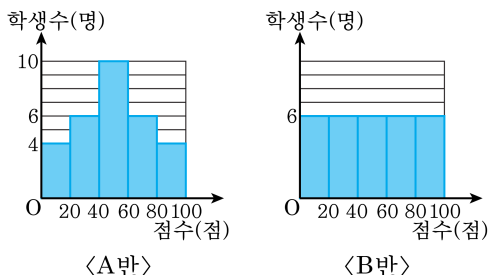
▷ 정답 : 평균 : 7

▷ 정답 : 표준편차 : 4

해설

x, y, z 의 평균이 3, 표준편차가 2일 때,
 $2x + 1, 2y + 1, 2z + 1$ 의 평균은 $2 \cdot 3 + 1 = 7$ 이고,
표준편차는 $|2|2 = 4$ 이다.

7. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.



보기

- ㉠ A 반 학생 성적이 B 반 학생 성적보다 고르다.
- ㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다.
- ㉢ A 반 학생 성적의 표준편차가 B 반 학생 성적의 표준편차보다 크다.
- ㉣ 80 점 100 점 사이에 있는 학생은 B 반에 더 많다.
- ㉤ 중위권 학생은 A 반에 더 많다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

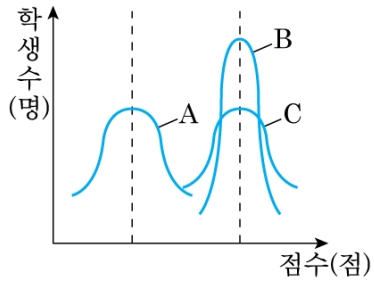
▶ 정답 : ㉤

해설

㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다. $\Rightarrow$ 평균은 같다.

㉢ A 반 성적이 더 고르므로 표준편차가 B 반 보다 더 작다.

8. 다음은 A 반, B 반, C 반의 수학적 분포에 관한 그래프이다. 다음 빈칸에 알맞은 말을 골라라. (단, 점선을 중심으로 각각의 그래프는 대칭이다.)



- ㉠ C 반 학생의 성적이 평균적으로 A 반 학생의 성적보다 (높다./낮다.)
 ㉡ 고득점자는 C 반 학생보다 B 반 학생이 더 (많다./적다)
 ㉢ A 반 학생의 성적이 B 반 학생의 성적보다 더 (고르다./편차가 크다.)
 ㉣ 중위권 학생은 B 반 보다 A 반에 더 (많다./적다.)
 ㉤ B 반 학생의 성적과 (A 반/C 반) 학생의 성적의 평균은 비슷하다.

- ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :
 ▶ 답 :

- ▷ 정답 : ㉠ : 높다
 ▷ 정답 : ㉡ : 적다
 ▷ 정답 : ㉢ : 편차가 크다
 ▷ 정답 : ㉣ : 적다
 ▷ 정답 : ㉤ : C반

해설

㉠ 높다 ㉡ 적다 ㉢ 편차가 크다 ㉣ 적다 ㉤ C반

9. 두 직선 $(3+a)x + y = 1$, $4x + (2a-1)y = 1$ 이 평행할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{2}$

해설

$$\frac{3+a}{4} = \frac{1}{2a-1} \neq 1$$

$$(a+3)(2a-1) = 4$$

$$2a^2 + 5a - 7 = 0$$

$$(a-1)(2a+7) = 0$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -\frac{7}{2}$$

$$\text{그런데 } \frac{1}{2a-1} \neq 1$$

즉 $a \neq 1$ 이어야 하므로 $a = -\frac{7}{2}$ 이다.

10. 4개의 변량 a, b, c, d 의 평균이 10이고, 표준편차가 3일 때, 변량 $a + 5, b + 5, c + 5, d + 5$ 의 평균과 표준편차를 차례로 나열하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 15

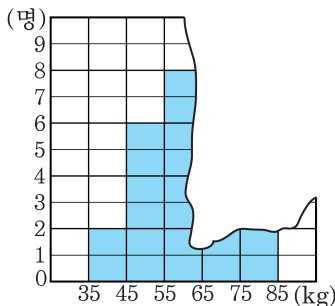
▷ 정답 : 표준편차 : 3

해설

$$\text{평균} : 1 \cdot 10 + 5 = 15$$

$$\text{표준편차} : |1| \cdot 3 = 3$$

11. 다음 히스토그램은 수진이네 반 학생 24 명의 몸무게를 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 계급값이 80 일 때, 도수가 전체 학생의 12.5% 일 때, 전체 학생의 분산을 구하여라. (단, 평균과 분산은 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 129

해설

계급값이 80 인 도수는 $24 \times \frac{12.5}{100} = 3$ (명)

계급값이 70 인 도수를 x 라고 하면 $24 - (2 + 6 + 8 + 3) = 5$
 $\therefore x = 5$

이므로 평균은

$$\frac{40 \times 2 + 50 \times 6 + 60 \times 8 + 70 \times 5 + 80 \times 3}{24}$$

$$= \frac{80 + 300 + 480 + 350 + 240}{24} = 60.4 \dots \text{ (kg)}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 60kg 이다.

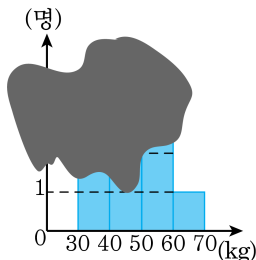
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{24} \{ (40 - 60)^2 \times 2 + (50 - 60)^2 \times 6 + (60 - 60)^2 \times 8 + (70 - 60)^2 \times 5 + (80 - 60)^2 \times 3 \}$$

$$= \frac{1}{24} (800 + 600 + 0 + 500 + 1200) = 129.16 \dots \text{ 이다.}$$

따라서 소수 첫째자리에서 반올림하면 129이다.

12. 다음은 영웅이네 반 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 젖어 잉크가 번져 버렸다. 이때, 계급값이 35인 학생이 전체의 20% 이고, 50kg 미만인 학생은 모두 5명이다. 이 반 학생 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : 84

해설

계급값이 35인 학생이 전체의 20% 이므로 $10 \times \frac{20}{100} = 2$ (명)

50kg 미만인 학생은 모두 5명이므로 $2 + x = 5$, $x = 3$

50kg 이상 60kg 미만의 도수는 $10 - (2 + 3 + 1) = 4$

학생들의 몸무게의 평균은

$$\begin{aligned}
 (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10} \\
 &= \frac{490}{10} = 49 \text{ (kg)}
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{10} \{ (35 - 49)^2 \times 2 + (45 - 49)^2 \times 3 + (55 - 49)^2 \times 4 + (65 - 49)^2 \times 1 \} \\
 &= \frac{1}{10} (392 + 48 + 144 + 256) = 84
 \end{aligned}$$

이다.