1. 다음은 수희의 5 회에 걸친 100m 달리기 기록이다. 달리기 기록의 평균이 16 초, 분산이 1.2초일 때, x, y의 값을 각각 구하여라.(단 4 회보다 2 회의 기록이 더 좋았다.)

회차	1	2	3	4	5
기록(초)	17	x	16	y	14

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 17$

▷ 정답: $y = 16$

해설

$\frac{17 + x + 16 + y + 14}{5} = 16$, $x + y = 33$ 이다.

$\frac{1 + (x-16)^2 + 0 + (y-16)^2 + 4}{5} = 1.2$, $(x-16)^2 + (y-16)^2 = 1$ 이다.

두 식을 연립해서 풀면, $x = 16,\ y = 17$ 이다.

2. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 반에 대한 중간 고사 수학 성적의 편차를 나타낸 표이다. 이 자료의 표준편차는?

학급	A	B	C	D	E
편차(점)	-3	2	0	-1	2

① $\sqrt{3}$ 점 ② $\sqrt{3.3}$ 점 ③ $\sqrt{3.6}$ 점

④ $\sqrt{3.9}$ 점 ⑤ $\sqrt{4.2}$ 점

해설

분산은

$$\frac{(-3)^2+2^2+0^2+(-1)^2+2^2}{5}=\frac{18}{5}=3.6$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{3.6}$ 점 이다.

3. 다섯 개의 변량 5, 7, x, y, 8 의 평균이 6 이고, 분산이 5 일 때, $2xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 33

해설

다섯 개의 변량 5, 7, x, y, 8 의 평균이 6 이므로

$\frac{5+7+x+y+8}{5} = 6, \quad x+y+20 = 30$

$\therefore x+y = 10 \quad \cdots\cdots ㉠$

또, 분산이 5 이므로

$\frac{(5-6)^2+(7-6)^2+(x-6)^2+(y-6)^2}{5}$

$+\frac{(8-6)^2}{5} = 5$

$\frac{1+1+x^2-12x+36+y^2-12y+36+4}{5} = 5$

$\frac{x^2+y^2-12(x+y)+78}{5} = 5$

$x^2+y^2-12(x+y)+78 = 25$

$\therefore x^2+y^2-12(x+y) = -53 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2 = 12(x+y)-53 = 12\times 10-53 = 67$

$\therefore \ x^2+y^2 = 67 \quad \cdots\cdots ㉢$

$(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy, \quad 10^2 = 67+2xy, \quad 2xy = 33$

$\therefore 2xy = 33$

4. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2일 때, $(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로 각 변량에 대한 편차는 $x-4$, $y-4$, $z-4$ 이다.
따라서 분산은

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=2$$

$\therefore\ (x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=6$ 이다.

5. 3개의 변량 x, y, z의 평균이 5, 분산이 10일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균은 m, 분산은 n이다. 이 때, $m+n$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 50

해설

$m = 2 \cdot 5 = 10, n = 2^2 \cdot 10 = 40$

$\therefore m+n = 10+40 = 50$

6. 세 수, a, b, c의 평균과 분산이 각각 $2, 4$이다. 세 수 $3a+1, 3b+1, 3c+1$의 평균과 분산을 각각 구하면?

① 평균 : 5, 분산 : 10
② 평균 : 6, 분산 : 20
③ 평균 : 7, 분산 : 25
④ 평균 : 7, 분산 : 36
⑤ 평균 : 8, 분산 : 36

해설

a, b, c의 평균이 2, 분산이 4일 때, $3a+1, 3b+1, 3c+1$의 평균은 $3 \cdot 2 + 1 = 7$이고, 분산은 $3^2 \cdot 4 = 36$이다.

7. 변량 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$의 평균이 10, 분산이 5일 때, 변량 $4x_1+1, 4x_2+1, 4x_3+1, \cdots 4x_n+1$의 평균, 분산을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 평균 : 41

▷ 정답: 분산 : 80

해설

(평균)$= 4 \cdot 10 + 1 = 41$
(분산)$= 4^2 \cdot 5 = 80$

8. 다음 물음에 답하여라.

(1) w, x, y, z의 평균이 25일 때, $w+4$, $x+4$, $y+4$, $z+4$의 평균을 구하여라.
(2) a, b, c, d의 평균이 5일 때, $3a$, $3b$, $3c$, $3d$의 평균을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: (1) 29

▷ 정답: (2) 15

해설

n개의 변량 x_1, x_2, x_3, $\cdots$, x_n의 평균이 m이고 표준편차가 s일 때, 변량 ax_1+b, ax_2+b, ax_3+b, $\cdots$, ax_n+b에 대하여 평균은 $am+b$이고 표준편차는 $|a|s$이다.
(1) $25+4=29$
(2) $3\times 5=15$

9. 다음 네 개의 변수 a, b, c, d 에 대하여 다음 보기 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① $a+1$, $b+1$, $c+1$, $d+1$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 1 만큼 크다.

② $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 배만큼 크다.

③ $2a+3$, $2b+3$, $2c+3$, $2d+3$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차보다 2 배만큼 크다.

④ $4a+7$, $4b+7$, $4c+7$, $4d+7$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 4 배이다.

⑤ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9 배이다.

해설

② $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 배만큼 크다.
→ $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 만큼 크다.
⑤ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9 배이다.
→ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 3 배이다.

10. 다음 물음에 답하여라.

(1) x, y, z의 표준편차가 7일 때, $3x+1$, $3y+1$, $3z+1$의 표준편차를 구하여라.
(2) a, b, c, d의 표준편차가 10일 때, $2a-2$, $2b-2$, $2c-2$, $2d-2$의 표준편차를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: (1) 21

▷ 정답: (2) 20

해설

n개의 변량 x_1, x_2, x_3, $\cdots$, x_n의 평균이 m이고 표준편차가 s일 때, 변량 ax_1+b, ax_2+b, ax_3+b, $\cdots$, ax_n+b에 대하여 평균은 $am+b$이고 표준편차는 $|a|s$이다.
(1) $|3|\cdot 7=21$
(2) $|2|\cdot 10=20$

11. 다음은 종연이네 반 학생 30 명의 인터넷 사용시간을 나타낸 도수분포표이다. 이 반 학생들의 인터넷 사용시간의 분산과 표준편차를 구하여라.

시간(분)	학생 수(명)
$0^{\text{이상}} \sim 30^{\text{미만}}$	10
$30^{\text{이상}} \sim 60^{\text{미만}}$	5
$60^{\text{이상}} \sim 90^{\text{미만}}$	5
$90^{\text{이상}} \sim 120^{\text{미만}}$	4
$120^{\text{이상}} \sim 150^{\text{미만}}$	6

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 분산: 2109

▷ 정답: 표준편차: $\sqrt{2109}$

해설

평균: $\dfrac{15\times 10+45\times 5+75\times 5+105\times 4}{30}+\dfrac{135\times 6}{30}=66$

편차: $-51,\ -21,\ 9,\ 39,\ 69$

분 산 : $\dfrac{(-51)^2\times 10+(-21)^2\times 5+9^2\times 5}{30}+\dfrac{39^2\times 4+69^2\times 6}{30}=2109$

표준편차: $\sqrt{2109}$

12. 다음은 학생 8 명의 기말고사 국어 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 국어 성적의 분산은?

계급	도수
$55^{\text{이상}} \sim 65^{\text{미만}}$	3
$65^{\text{이상}} \sim 75^{\text{미만}}$	3
$75^{\text{이상}} \sim 85^{\text{미만}}$	1
$85^{\text{이상}} \sim 95^{\text{미만}}$	1
합계	8

① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

학생들의 국어 성적의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100$$

이다.

13. 다음은 주영이가 10회의 수학 쪽지 시험에서 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.

횟수	1회	2회	3회	4회	5회
점수(점)	62	77	60	71	74

6회	7회	8회	9회	10회
78	62	54	65	80

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 중앙값 : 68

▷ 정답: 최빈값 : 62

해설

주영이의 수학 점수를 순서대로 나열하면
54, 60, 62, 62, 65, 71, 74, 77, 78, 80이므로
중앙값은 $\frac{65+71}{2}=68$, 최빈값은 62이다.

14. 다음은 수영이가 이번 주에 받은 문자의 개수를 나타낸 표이다. 이때, 수영이가 하루 동안 받은 문자의 개수의 중앙값과 최빈값을 각각 구하여라.

요일	월	화	수	목	금	토	일
문자의 개수	10	15	14	17	15	11	15

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 15

▷ 정답 : 최빈값 : 15

해설

수영이가 받은 문자의 개수를 순서대로 나열하면
10, 11, 14, 15, 15, 15, 17 이므로 중앙값은 15, 최빈값도 15 이다.

15. 찬수네 반 학생 35 명의 수학점수의 총합은 2800 , 수학점수의 제곱의 총합은 231000 일 때, 찬수네 반 학생 수학 성적의 분산을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 200

해설

$$(\text{분산}) = \frac{\{(\text{변량})^2 \text{ 의 총 합}\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$$\frac{231000}{35} - 80^2 = 200$$

즉, 분산은 200 이다.

16. 다음 표는 A, B, C, D, E 인 5 명의 학생의 음악 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?

학생	*A*	*B*	*C*	*D*	*E*
변량(점)	72	75	77	76	80

① 5 ② 5.4 ③ 6.2 ④ 6.6 ⑤ 6.8

해설

주어진 자료의 평균은

$$\frac{72+75+77+76+80}{5}=\frac{380}{5}=76(\text{점})$$

이므로 각 자료의 편차는 $-4,\ -1,\ 1, 0,\ 4$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(-4)^2+(-1)^2+1^2+0^2+4^2}{5}=\frac{34}{5}=6.8$$

17. 50 개의 변량 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_{48}, a_{49}, a_{50}$ 에 대하여 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50}=200$ 이고, $a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_{48}^2+a_{49}^2+a_{50}^2=1400$ 일 때, 이 변량들의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50}=200$ 이므로 평균은

$\dfrac{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50}}{50}=\dfrac{200}{50}=4$

이므로 각 변량에 대한 편차는 $a_1-4,\ a_2-4,\ a_3-4,\ \cdots,\ a_{48}-4,\ a_{49}-4,\ a_{50}-4$ 이다.

따라서 분산은

$\dfrac{1}{50}\{(a_1-4)^2+(a_2-4)^2+(a_3-4)^2+\cdots+(a_{48}-4)^2+(a_{49}-4)^2+(a_{50}-4)^2\}$

$=\dfrac{1}{50}\{\left(a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_{48}^2+a_{49}^2+a_{50}^2\right)-8(a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50})+4^2\times 50\}$

$=\dfrac{1400-8\times 200+16\times 50}{50}=12$ 이다.

18. 다음 표는 A, B, C, D, E 5명의 학생의 영어 성적의 편차를 나타낸 것이다. 이 때, 5명의 영어 성적의 표준편차를 구하여라.

학생	A	B	C	D	E
편차(점)	-5	0	10	x	5

▶ 답:

▷ 정답: $5\sqrt{2}$

해설

편차의 합은 0이므로

$-5+0+10+x+5=0$

$\therefore x=-10$

$$\frac{(-5)^2+10^2+(-10)^2+(-5)^2}{5}$$

$$=\frac{25+100+100+25}{5}=\frac{250}{5}=50$$

따라서 표준편차는 $\sqrt{50}=5\sqrt{2}$이다.

19. 세 수 a, b, c 의 평균이 7 , 분산이 4 일 때, ab, bc, ca 의 평균을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 47

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 7 이므로

$\frac{a+b+c}{3} = 7$

$\therefore a+b+c = 21 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, 세 수 a, b, c 의 분산이 4 이므로

$\frac{(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2}{3} = 4$

$\frac{a^2-14a+49+b^2-14b+49+c^2-14c+49}{3}$

$= 4$

$a^2+b^2+c^2-14(a+b+c)+147 = 12$

$a^2+b^2+c^2-14(a+b+c)+135 = 0$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2 = 14(a+b+c)-135 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하여 풀면

$\therefore\ a^2+b^2+c^2 = 14\times 21-135 = 159 \quad \cdots\cdots ㉢$

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 이므로 ㉠, ㉢에 의하여

$ab+bc+ca = 141$

따라서 ab, bc, ca 의 평균은

$\frac{ab+bc+ca}{3} = \frac{141}{3} = 47$ 이다.

20. 다섯 개의 변량 8, 7, x, y, 9의 평균이 8이고, 분산이 5일 때, $4xy$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 210

해설

다섯 개의 변량 8, 7, x, y, 9 의 평균이 8 이므로

$\frac{8+7+x+y+9}{5} = 8,\ x+y+24 = 40$

$\therefore\ x+y = 16 \cdots ㉠$

또, 분산이 5이므로

$\frac{(8-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5}$

$+\frac{(y-8)^2+(9-8)^2}{5} = 5$

$\frac{0+1+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5} = 5$

$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+130}{5} = 5$

$x^2+y^2-16(x+y)+130 = 25$

$\therefore\ x^2+y^2-16(x+y) = -105 \cdots ㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2 = 16(x+y)-105 = 16\times 16-105 = 151$

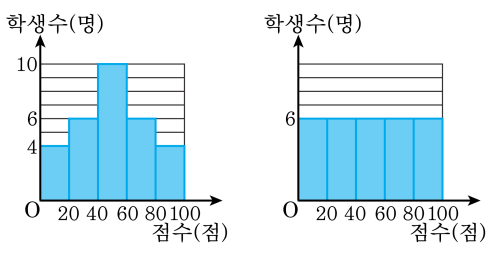
$\therefore\ x^2+y^2 = 151 \cdots ㉢$

$(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy,$

$16^2 = 151+2xy,\ 2xy = 105$

$\therefore\ 4xy = 210$

21. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.



〈A반〉 〈B반〉

보기

㉠ A 반 학생 성적이 B 반 학생 성적보다 고르다.

㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다.

㉢ A 반 학생 성적의 표준편차가 B 반 학생 성적의 표준편차보다 크다.

㉣ 80 점 100 점 사이에 있는 학생은 B 반에 더 많다.

㉤ 중위권 학생은 A 반에 더 많다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

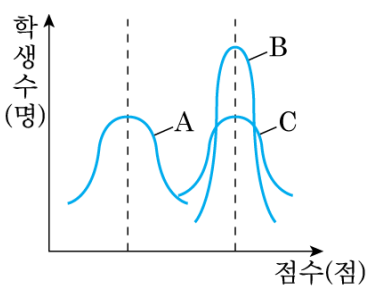
▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다. ⇒ 평균은 같다.
㉢ A 반 성적이 더 고르므로 표준편차가 B반 보다 더 작다.

22. 다음은 A 반, B 반, C 반의 수학성적 분포에 관한 그래프이다. 다음 빈칸에 알맞은 말을 골라라. (단, 점선을 중심으로 각각의 그래프는 대칭이다.



㉠ C 반 학생의 성적이 평균적으로 A 반 학생의 성적보다 (높다./낮다.)

㉡ 고득점자는 C 반 학생보다 B 반 학생이 더 (많다./적다)

㉢ A 반 학생의 성적이 B 반 학생의 성적보다 더 (고르다./편차가 크다.)

㉣ 중위권 학생은 B 반 보다 A 반에 더 (많다./적다.)

㉤ B 반 학생의 성적과 (A 반/C 반) 학생의 성적의 평균은 비슷하다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ : 높다

▷ 정답 : ㉡ : 적다

▷ 정답 : ㉢ : 편차가 크다

▷ 정답 : ㉣ : 적다

▷ 정답 : ㉤ : C반

해설

㉠ 높다 ㉡ 적다 ㉢ 편차가 크다 ㉣ 적다 ㉤ C반

23. 두 직선 $(3+a)x+y=1$, $4x+(2a-1)y=1$이 평행할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{7}{2}$

해설

$\frac{3+a}{4}=\frac{1}{2a-1}\neq 1$

$(a+3)(2a-1)=4$

$2a^2+5a-7=0$

$(a-1)(2a+7)=0$

$\therefore\ a=1$ 또는 $a=-\frac{7}{2}$

그런데 $\frac{1}{2a-1}\neq 1$

즉 $a\neq 1$이어야 하므로 $a=-\frac{7}{2}$이다.

24. 자연수 a, b, c에 대하여 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 각각 $\sqrt{a}$, $\sqrt{b}$, $\sqrt{c}$ 인 직육면체의 부피가 $6\sqrt{5}$일 때, 이 직육면체의 겉넓이의 최댓값을 구하여라. (단, $a \le b \le c$)

① $1+2\sqrt{5}$ ② $2+\sqrt{3}$ ③ $2+12\sqrt{3}$

④ $2+21\sqrt{5}$ ⑤ $2+24\sqrt{5}$

해설

부피는 $\sqrt{abc} = 6\sqrt{5} = \sqrt{180}$

$\therefore abc = 180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

한편 직육면체의 겉넓이는

$2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca})$ 이고

$\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}$가 최댓값을 갖기 위한 자연수 a, b, c의 순서쌍은 $(1,\ 1,\ 180)$ 이므로

$\therefore$ (직육면체의 겉넓이) $= 2(\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca})$

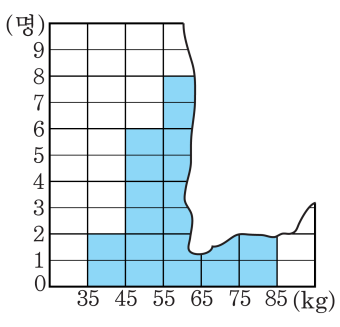
$= 2(1+\sqrt{180}+\sqrt{180})$

$= 2(1+6\sqrt{5}+6\sqrt{5})$

$= 2(1+12\sqrt{5})$

$= 2+24\sqrt{5}$

25. 다음 히스토그램은 수진이네 반 학생 24 명의 몸무게를 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 계급값이 80 일 때, 도수가 전체 학생의 12.5 % 일 때, 전체 학생의 분산을 구하여라. (단, 평균과 분산은 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)



▶ 답:

▷ 정답: 129

해설

계급값이 80 인 도수는 $24 \times \frac{12.5}{100} = 3$(명)

계급값이 70 인 도수를 x 라고 하면 $24 - (2 + 6 + 8 + 3) = 5 \quad \therefore x = 5$

이므로 평균은

$$\frac{40 \times 2 + 50 \times 6 + 60 \times 8 + 70 \times 5 + 80 \times 3}{24}$$

$$= \frac{80 + 300 + 480 + 350 + 240}{24} = 60.4 \cdots \text{ (kg)}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 60kg 이다.

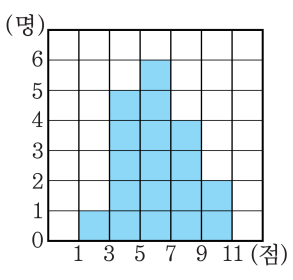
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{24}\{(40-60)^2 \times 2 + (50-60)^2 \times 6 + (60-60)^2 \times 8 + (70-60)^2 \times 5 + (80-60)^2 \times 3\}$$

$$= \frac{1}{24}(800 + 600 + 0 + 500 + 1200) = 129.16 \cdots \text{ 이다.}$$

따라서 소수 첫째자리에서 반올림하면 129 이다.

26. 다음은 한결이네 반의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 한결이네 반 학생의 수학 성적의 분산을 구하면 $a.\dot{b}$ 로 나타낼 수있다. 이때, 상수 $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, 평균은 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)



▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

한결이네 반 학생 수는 $1+5+6+4+2=18$(명) 이므로 학생들의 수학 성적의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{2\times1+4\times5+6\times6+8\times4+10\times2}{18}$$
$$= \frac{2+20+36+32+20}{18} = 6.1\cdots(\text{점})$$

이므로 소수 첫째 자리에서 반올림하면 6 점이다.

한편, 이 자료의 분산은

$$\frac{1}{18}\{(2-6)^2\times1+(4-6)^2\times5+(6-6)^2\times6+(8-6)^2\times4+(10-6)^2\times2\}$$
$$= \frac{1}{18}(16+20+0+16+32) = 4.\dot{6}$$

이므로 $a=4,\ b=6 \quad \therefore a+b=10$