

1. 5개의 변량 3, 5, x , 6, 8의 평균이 6일 때, 분산을 구하여라. (단, 소수로 쓸 것)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3.6

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3 + 5 + x + 6 + 8}{5} = 6$$

$$22 + x = 30$$

$$\therefore x = 8$$

변량의 편차는 -3, -1, 2, 0, 2이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 2^2 + 2^2}{5} = \frac{9 + 1 + 4 + 4}{5} = \frac{18}{5} = 3.6$$

2. 다음은 A ~ E 5명의 학생의 몸무게의 편차를 나타낸 표이다. 다음 물음에 답하여라.

학생	A	B	C	D	E
편차 (kg)	-1	2	3	0	-4

- (1) 분산을 구하여라.
(2) 표준편차를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 6

▷ 정답 : (2) $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(1) (\text{분산}) &= \frac{(-1)^2 + 2^2 + 3^2 + 0^2 + (-4)^2}{5} \\ &= \frac{1 + 4 + 9 + 16}{5} = \frac{30}{5} = 6\end{aligned}$$

$$(2) (\text{표준편차}) = \sqrt{6}$$

3. 다음은 수희의 5 회에 걸친 100m 달리기 기록이다. 달리기 기록의 평균이 16 초, 분산이 1.2초일 때, x, y 의 값을 각각 구하여라.(단 4 회보다 2 회의 기록이 더 좋았다.)

회차	1	2	3	4	5
기록(초)	17	x	16	y	14

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 17$

▷ 정답 : $y = 16$

해설

$$\frac{17 + x + 16 + y + 14}{5} = 16, \quad x + y = 33 \text{ 이다.}$$

$$\frac{1 + (x - 16)^2 + 0 + (y - 16)^2 + 4}{5} = 1.2, \quad (x - 16)^2 + (y - 16)^2 = 1 \text{ 이다.}$$

두 식을 연립해서 풀면, $x = 16, y = 17$ 이다.

4. 다음 표는 미영이의 국어, 영어, 수학, 과학 시험의 성적이다. 이 때, 4

과목의 점수의 분산은?

과목명	국어	영어	수학	과학
점수(점)	84	80	79	
편차	3	-1	-2	

① 1.5

② 2.5

③ 3.5

④ 4.5

⑤ 5.5

해설

편차의 합은 0이다. 따라서 과학 점수의 편차는 -1이다. 평균이 81 점 이므로 과학점수는 80 점 이다.

(분산) = $\frac{(\text{편차}^2)의총합}{(\text{도수})의총합}$ 이므로

$$\frac{9 + 1 + 4 + 1}{4} = \frac{15}{4} = 3.75$$

5. 다섯 개의 변량 5, 7, x , y , 8 의 평균이 6 이고, 분산이 5 일 때, $2xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

다섯 개의 변량 5, 7, x , y , 8 의 평균이 6 이므로

$$\frac{5 + 7 + x + y + 8}{5} = 6, \quad x + y + 20 = 30$$

$$\therefore x + y = 10 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5-6)^2 + (7-6)^2 + (x-6)^2 + (y-6)^2}{5}$$

$$+ \frac{(8-6)^2}{5} = 5$$

$$\frac{1 + 1 + x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + 4}{5} = 5$$

$$\frac{x^2 + y^2 - 12(x+y) + 78}{5} = 5$$

$$x^2 + y^2 - 12(x+y) + 78 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 12(x+y) = -53 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2 + y^2 = 12(x+y) - 53 = 12 \times 10 - 53 = 67$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 67 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy, \quad 10^2 = 67 + 2xy, \quad 2xy = 33$$

$$\therefore 2xy = 33$$

6. 네 개의 수 5, 8, a , b 의 평균이 4이고, 분산이 7일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 5, 8, a , b 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5 + 8 + a + b}{4} = 4, a + b + 13 = 16$$

$$\therefore a + b = 3 \cdots \textcircled{A}$$

또, 분산이 7 이므로

$$\frac{(5-4)^2 + (8-4)^2 + (a-4)^2 + (b-4)^2}{4} = 7$$

$$\frac{1 + 16 + a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16}{4} = 7$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 8(a+b) + 49}{4} = 7$$

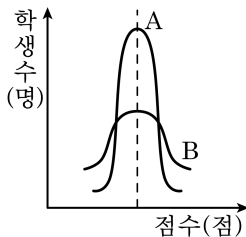
$$a^2 + b^2 - 8(a+b) + 49 = 28$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 8(a+b) = -21 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B}$ 의 식에 $\textcircled{A}$ 을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 8(a+b) - 21 = 8 \times 3 - 21 = 3$$

7. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 틀린 것을 고르면?



- ① A 반 학생 성적은 평균적으로 B 반 학생 성적과 비슷하다.
- ② 중위권 학생은 A 반에 더 많다.
- ③ A 반 학생의 성적이 더 고르다.
- ④ 고득점자는 A 반에 더 많다.
- ⑤ 평균 점수 부근에 있는 학생은 A 반 학생이 더 많다.

해설

④ 고득점자는 A 반에 더 많다. $\Rightarrow$ 고득점자는 B 반에 더 많다.

8. 다음은 양궁 선수 A, B, C, D, E 가 다섯 발의 화살을 쏘아 얻은 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 점수가 가장 고른 선수는?

이름	A	B	C	D	E
평균(점)	8	10	9	8	7
표준편차(점)	0.5	2	1	1.5	2.5

- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학생은 표준편차가 가장 작은 A이다.

9. 3개의 변량 x, y, z 의 평균이 5, 분산이 10일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$ 의 평균은 m , 분산은 n 이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$m = 2 \cdot 5 = 10, n = 2^2 \cdot 10 = 40$$

$$\therefore m + n = 10 + 40 = 50$$

10. 6개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$ 의 평균이 4이고 분산이 6일 때, $3x_1 - 1, 3x_2 - 1, 3x_3 - 1, \dots, 3x_6 - 1$ 의 평균과 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 11

▷ 정답 : 분산 : 54

해설

평균은 $3 \cdot 4 - 1 = 11$ 이고

분산은 $3^2 \cdot 6 = 54$ 이다.

11. 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 10, 분산이 5일 때, 변량 $4x_1 + 1, 4x_2 + 1, 4x_3 + 1, \dots, 4x_n + 1$ 의 평균, 분산을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 41

▷ 정답 : 분산 : 80

해설

$$(\text{평균}) = 4 \cdot 10 + 1 = 41$$

$$(\text{분산}) = 4^2 \cdot 5 = 80$$

12. 다음 물음에 답하여라.

- (1) v, w, x, y, z 의 표준편차가 4일 때, $3v + 1, 3w + 1, 3x + 1, 3y + 1, 3z + 1$ 의 표준편차를 구하여라.
- (2) a, b, c, d, e 의 표준편차가 10일 때, $4a - 2, 4b - 2, 4c - 2, 4d - 2, 4e - 2$ 의 표준편차를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 12

▷ 정답 : (2) 40

해설

n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 m 이고 표준편차가 s 일 때, 변량 $ax_1 + b, ax_2 + b, ax_3 + b, \dots, ax_n + b$ 에 대하여 평균은 $am + b$ 이고 표준편차는 $|a|s$ 이다.

(1) $|3| \cdot 4 = 12$

(2) $|4| \cdot 10 = 40$

13. 다음은 종연이네 반 학생 30 명의 인터넷 사용시간을 나타낸 도수 분포표이다. 이 반 학생들의 인터넷 사용시간의 분산과 표준편차를 구하여라.

시간(분)	학생 수(명)
0 ^{이상} ~ 30 ^{미만}	10
30 ^{이상} ~ 60 ^{미만}	5
60 ^{이상} ~ 90 ^{미만}	5
90 ^{이상} ~ 120 ^{미만}	4
120 ^{이상} ~ 150 ^{미만}	6

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 분산 : 2109

▷ 정답 : 표준편차 : $\sqrt{2109}$

해설

$$\text{평균} : \frac{15 \times 10 + 45 \times 5 + 75 \times 5 + 105 \times 4}{30} + \frac{135 \times 6}{30} = 66$$

$$\text{편차} : -51, -21, 9, 39, 69$$

$$\text{분 산} : \frac{(-51)^2 \times 10 + (-21)^2 \times 5 + 9^2 \times 5}{30} +$$

$$\frac{39^2 \times 4 + 69^2 \times 6}{30} = 2109$$

$$\text{표준편차} : \sqrt{2109}$$

14. 다음은 학생 8명의 수학 점수를 나타낸 것이다. 다음을 구하여라.

계급 (점)	도수
$55^{\text{이상}} \sim 65^{\text{미만}}$	3
$65^{\text{이상}} \sim 75^{\text{미만}}$	3
$75^{\text{이상}} \sim 85^{\text{미만}}$	1
$85^{\text{이상}} \sim 95^{\text{미만}}$	1
합계	8

- (1) 평균
- (2) 분산
- (3) 표준편차

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) 70 점

▷ 정답 : (2) 100

▷ 정답 : (3) 10

해설

- (1) 공부시간의 평균은

$$\frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8}$$

$$= \frac{180 + 210 + 80 + 90}{8} = \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

- (2) 공부시간의 분산은

$$\frac{(60 - 70)^2 \times 3 + (70 - 70)^2 \times 3}{8}$$

$$+ \frac{(80 - 70)^2 \times 1 + (90 - 70)^2 \times 1}{8}$$

$$= \frac{300 + 0 + 100 + 400}{8} = \frac{800}{8} = 100$$

- (3) 공부시간의 표준편차는 $\sqrt{100} = 10$

15. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2.2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

- ① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
 ② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.
 ③ B의 표준편차가 A의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B이다.
 ④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.
 ⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준 편차	2.2 $=\sqrt{4.84}$	$2\sqrt{2}$ $=\sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$ $=\sqrt{\frac{10}{4}}$ $=\sqrt{2.5}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

- ③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A이다.

16. 다음은 A, B, C, D, E 다섯 반에 대한 학생들의 키에 대한 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 학생들 간의 몸무게의 격차가 가장 큰 학급과 작은 학급을 차례대로 나열한 것은?

이름	A	B	C	D	E
평균 (cm)	165	161	165	162	168
표준편차 (cm)	2.1	2	2.3	1.4	1.9

① A, B

② A, C

③ B, C

④ B, E

⑤ C, D

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내고, 표준편차가 클수록 변량이 평균에서 더 멀어지므로 몸무게의 격차가 가장 큰 학급은 C이다. 또한, 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중되므로 몸무게의 격차가 가장 작은 학급은 D이다.

17. 세 수 a, b, c 의 평균이 7, 분산이 4 일 때, ab, bc, ca 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 7 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 7$$

$$\therefore a+b+c = 21 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또한, 세 수 a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-7)^2 + (b-7)^2 + (c-7)^2}{3} = 4$$

$$\frac{a^2 - 14a + 49 + b^2 - 14b + 49 + c^2 - 14c + 49}{3}$$

$$= 4$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 14(a+b+c) + 147 = 12$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 14(a+b+c) + 135 = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14(a+b+c) - 135 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하여 풀면

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14 \times 21 - 135 = 159 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$ 이므로 ㉠, ㉢에 의하여

$$ab+bc+ca = 141$$

따라서 ab, bc, ca 의 평균은

$$\frac{ab+bc+ca}{3} = \frac{141}{3} = 47 \text{ 이다.}$$

18. 세 수 a, b, c 의 평균이 7, 분산이 4 일 때, ab, bc, ca 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 7 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 7$$

$$\therefore a+b+c = 21 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또한, 세 수 a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-7)^2 + (b-7)^2 + (c-7)^2}{3} = 4$$

$$\frac{a^2 - 14a + 49 + b^2 - 14b + 49 + c^2 - 14c + 49}{3} = 4$$

$$\frac{a^2 + b^2 + c^2 - 14(a+b+c) + 147}{3} = 4$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 14(a+b+c) + 135 = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14(a+b+c) - 135 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하여 풀면

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14 \times 21 - 135 = 159 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

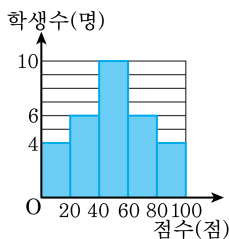
$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$ 이므로 ㉠, ㉢에 의하여

$$ab+bc+ca = 141$$

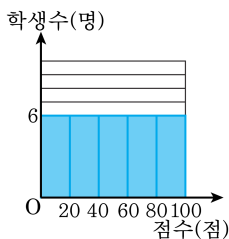
따라서 ab, bc, ca 의 평균은

$$\therefore \frac{ab+bc+ca}{3} = \frac{141}{3} = 47$$

19. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.



〈A반〉



〈B반〉

보기

- ㉠ A 반 학생 성적이 B 반 학생 성적보다 고르다.
- ㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다.
- ㉢ A 반 학생 성적의 표준편차가 B 반 학생 성적의 표준편차보다 크다.
- ㉣ 80 점 100 점 사이에 있는 학생은 B 반에 더 많다.
- ㉤ 중위권 학생은 A 반에 더 많다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

- ㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다. ⇒ 평균은 같다.
- ㉢ A 반 성적이 더 고르므로 표준편차가 B 반 보다 더 작다.

20. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

- ① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.
- ④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.
- ⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준 편차	2.1 $=\sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$ $=\sqrt{\frac{10}{9}}$ $=\sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

- ① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
- ④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.
- ⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

21. 두 직선 $(3+a)x + y = 1$, $4x + (2a-1)y = 1$ 이 평행할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{2}$

해설

$$\frac{3+a}{4} = \frac{1}{2a-1} \neq 1$$

$$(a+3)(2a-1) = 4$$

$$2a^2 + 5a - 7 = 0$$

$$(a-1)(2a+7) = 0$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -\frac{7}{2}$$

$$\text{그런데 } \frac{1}{2a-1} \neq 1$$

즉 $a \neq 1$ 이어야 하므로 $a = -\frac{7}{2}$ 이다.

22. 변량 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 의 평균이 4, 분산이 5 일 때, 변량 $3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \dots, 3x_n - 5$ 의 평균을 m , 분산을 n 이라 한다. 이 때, $m + n$ 의 값은?

① 50

② 51

③ 52

④ 53

⑤ 54

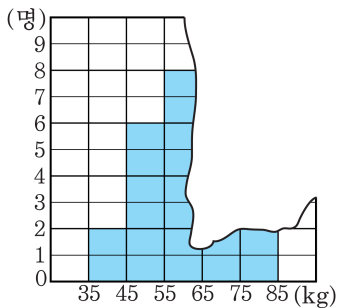
해설

$$(\text{평균}) = 3 \cdot 4 - 5 = 7 = m$$

$$(\text{분산}) = 3^2 \cdot 5 = 45 = n$$

$$\therefore m + n = 7 + 45 = 52$$

23. 다음 히스토그램은 수진이네 반 학생 24 명의 몸무게를 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 계급값이 80 일 때, 도수가 전체 학생의 12.5% 일 때, 전체 학생의 분산을 구하여라. (단, 평균과 분산은 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 129

해설

계급값이 80 인 도수는 $24 \times \frac{12.5}{100} = 3$ (명)

계급값이 70 인 도수를 x 라고 하면 $24 - (2 + 6 + 8 + 3) = 5 \therefore x = 5$

이므로 평균은

$$\frac{40 \times 2 + 50 \times 6 + 60 \times 8 + 70 \times 5 + 80 \times 3}{24} = \frac{80 + 300 + 480 + 350 + 240}{24} = 60.4 \dots \text{ (kg)}$$

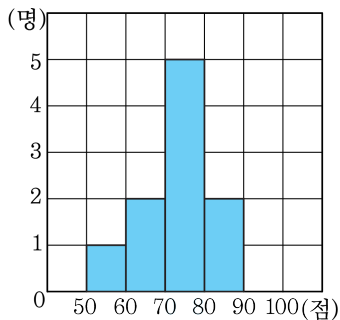
이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 60kg 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{1}{24} \{ (40 - 60)^2 \times 2 + (50 - 60)^2 \times 6 + (60 - 60)^2 \times 8 + (70 - 60)^2 \times 5 + (80 - 60)^2 \times 3 \} \\ &= \frac{1}{24} (800 + 600 + 0 + 500 + 1200) = 129.16 \dots \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 소수 첫째자리에서 반올림하면 129이다.

24. 다음 히스토그램은 학생 10명의 영어 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 72

② 74

③ 76

④ 78

⑤ 80

해설

$$(\text{평균}) = \frac{55 \times 1 + 65 \times 2 + 75 \times 5 + 85 \times 2}{10} = \frac{730}{10} = 73(\text{점})$$

$$(\text{분산}) = \frac{1}{10} \{ (55 - 73)^2 \times 1 + (65 - 73)^2 \times 2 \}$$

$$+ \frac{1}{10} \{ (75 - 73)^2 \times 5 + (85 - 73)^2 \times 2 \}$$

$$= \frac{760}{10} = 76$$