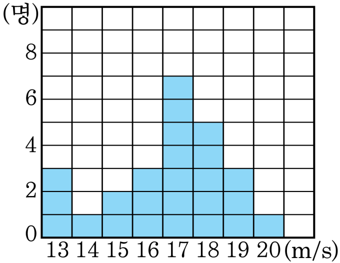
1. 다음은 영진이네 학급 학생들의 100m 달리기 기록에 대한 분포를 나타낸 그래프이다. 이때, 학생들의 100m 달리기 기록에 대한 중앙값과 최빈값은?



① 중앙값 : 15, 최빈값 : 17
② 중앙값 : 16, 최빈값 : 17
③ 중앙값 : 17, 최빈값 : 17
④ 중앙값 : 17, 최빈값 : 16
⑤ 중앙값 : 17, 최빈값 : 18

해설

최빈값은 학생 수가 7 명으로 가장 많을 때인 17 이고, 학생들의 기록을 순서대로 나열하면 13, 13, 13, 14, 15, 15, 16, 16, 16, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 17, 18, 18, 18, 18, 18, 19, 19, 19, 20 이므로 중앙값은 17 이다.

2. 다음은 미희의 5 회의 미술 실기 중 4 회에 걸친 실기 점수를 나타낸 표이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 80 점이 되겠는가?

횟수(회)	1	2	3	4
점수(점)	70	80	75	85

① 80 점 ② 85 점 ③ 90 점

④ 95 점 ⑤ 100 점

해설

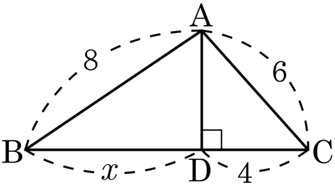
다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

(평균) $= \dfrac{70+80+75+85+x}{5} = 80$, $\dfrac{310+x}{5} = 80$, $310 + x = 400$

$\therefore x = 90$(점)

따라서 90 점을 받으면 평균 80 점이 될 수 있다.

3. 다음 그림에서 x의 값은?



① 4 ② 8 ③ $2\sqrt{11}$ ④ $10\sqrt{2}$ ⑤ 12

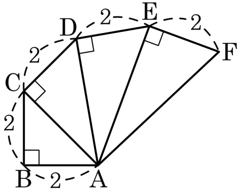
해설

$\triangle$ADC 에서 $\overline{AD} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$

$\triangle$ABD 에서

$x = \sqrt{8^2 - (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{64 - 20} = 2\sqrt{11}$

4. 다음 그림에서 $\triangle$AEF 의 둘레의 길이는?



① $6+2\sqrt{5}$ ② $5+2\sqrt{5}$

③ $4+2\sqrt{5}$ ④ $3+2\sqrt{5}$

⑤ $2+2\sqrt{5}$

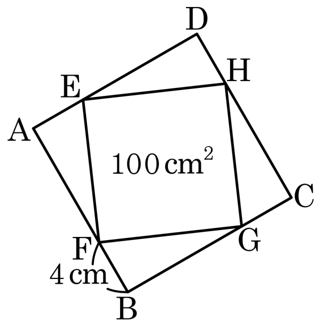
해설

$\overline{AE} = \sqrt{2^2+2^2+2^2+2^2} = 4$,

$\overline{AF} = \sqrt{4^2+2^2} = 2\sqrt{5}$

따라서 $\triangle$AEF 의 둘레를 구하면 $4+2+2\sqrt{5} = 6+2\sqrt{5}$ 이다.

5. 다음 □ABCD 는 $\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}=4\text{cm}$ 인 정사각형이다. □EFGH 의 넓이가 100cm^2 라고 하면, □ABCD 의 넓이는?



① $(99+15\sqrt{21})\,\text{cm}^2$ ② $(99+16\sqrt{21})\,\text{cm}^2$

③ $(99+17\sqrt{21})\,\text{cm}^2$ ④ $(100+15\sqrt{21})\,\text{cm}^2$

⑤ $(100+16\sqrt{21})\,\text{cm}^2$

해설

□EFGH $=100(\text{cm}^2)$ 인 정사각형이므로 $\overline{FG}=10(\text{cm})$,

$\overline{BG}^2=10^2-4^2=84$

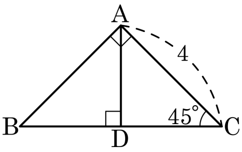
$\overline{BG}=2\sqrt{21}(\text{cm})$ 이므로

$\overline{BC}=2\sqrt{21}+4(\text{cm})$

□ABCD 는 정사각형이므로 넓이는

$$\begin{aligned}(2\sqrt{21}+4)^2 &= 84+16\sqrt{21}+16\\ &=100+16\sqrt{21}(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

6. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 를 구하면?



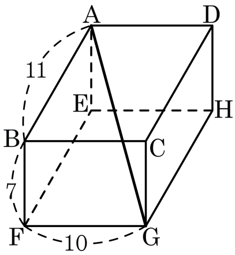
① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$1 : \sqrt{2} = \overline{DC} : 4$, $\overline{DC} = 2\sqrt{2}$ 이다.
따라서 $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$ 이고 $\overline{BD} = 2\sqrt{2}$ 이므로
$\overline{BC} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선 AG의 길이를 구하여라.

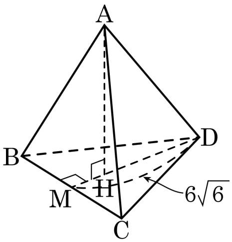


① $3\sqrt{3}$ ② $6\sqrt{15}$ ③ $3\sqrt{30}$ ④ $15\sqrt{2}$ ⑤ $6\sqrt{5}$

해설

$$\overline{AG} = \sqrt{7^2 + 10^2 + 11^2}$$
$$= \sqrt{49 + 100 + 121} = 3\sqrt{30}$$

8. 다음 정사면체의 꼭짓점 A에서 밑면 BCD에 수선 AH를 그으면 점 H는 △BCD의 무게중심이 된다. 선분 MD의 길이가 $6\sqrt{6}$일 때, 정사면체의 부피는?



① 48　② $48\sqrt{2}$　③ 567

④ 576　⑤ $576\sqrt{2}$

해설

한 모서리의 길이를 a라 하면

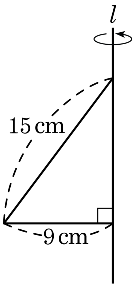
선분 MD는 정삼각형인 △BCD의 높이에 해당하므로

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times a = 6\sqrt{6}$$

$$\therefore a = 12\sqrt{2}$$

$$\therefore (\text{정사면체의 부피}) = \frac{\sqrt{2}}{12} \times \left(12\sqrt{2}\right)^3 = 576$$

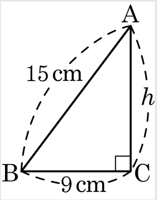
9. 다음 그림과 같은 직각삼각형을 직선 l 축으로 하여 1 회전시킬 때, 만들어지는 입체도형의 부피는?



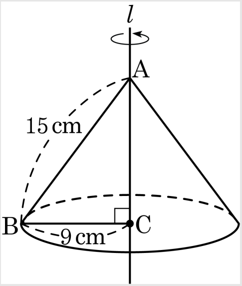
① $54\pi\,\text{cm}^3$　② $81\pi\,\text{cm}^3$　③ $108\pi\,\text{cm}^3$
④ $162\pi\,\text{cm}^3$　⑤ $324\pi\,\text{cm}^3$

해설

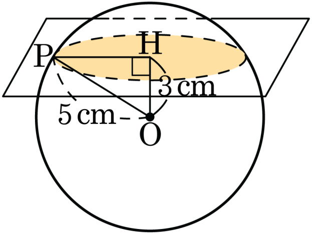
$h = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12(\text{cm})$



따라서 입체도형의 부피는 $\frac{1}{3} \times 9^2 \times \pi \times 12 = 324\pi(\text{cm}^3)$ 이다.



10. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5cm 인 구를 중심 O 에서 3cm 떨어진 평면으로 자를 때 생기는 단면의 반지름은?



① 3cm ② 4cm ③ 5cm ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

$\overline{PH} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4(\text{cm})$

11. 다음은 어느 가게에서 월요일부터 일요일까지 매일 판매된 우유의 개수를 나타낸 것이다. 하루 동안 판매된 우유 개수의 중앙값이 30, 최빈값이 38 일 때, 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합을 구하여라.

요일	월	화	수	목	금	토	일
우유의 개수	24	y	14	28	x	38	31

▶ 답 :

▷ 정답 : 68

해설

최빈값이 38 이므로 $x = 38$ 또는 $y = 38$ 이다.
$x = 38$ 이라고 하면 14, 24, 28, 31, 38, 38, y 에서 중앙값이 30 이므로 $y = 30$ 이다.
따라서 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합은
$30 + 38 = 68$ 이다.

12. 세 수 a, b, c의 평균이 6일 때, 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$의 평균은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

a, b, c의 평균이 6이므로 $\dfrac{a+b+c}{3}=6$

$\therefore a+b+c=18$

따라서 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$의 평균은

$$\frac{8+a+b+c+4}{5}=\frac{8+18+4}{5}=6$$

13. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 200 까지의 짝수 Y : 1 부터 200 까지의 홀수 Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

① $x = y = z$　　② $x < y = z$　　③ $x = y < z$

④ $x = y > z$　　⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

14. 다음은 올림픽 국가대표 선발전에서 준결승을 치른 양궁 선수 4명의 점수를 나타낸 것이다. 네 선수 중 표준 편차가 가장 큰 선수를 구하여라.

기영	10, 9, 8, 8, 8, 8, 9, 10, 10
준수	10, 10, 10, 9, 9, 9, 8, 8, 8
민혁	10, 9, 9, 9,8, 8, 9, 9, 10
동현	8, 10, 7, 8, 10, 7, 9, 10, 7

▶ 답 :

▷ 정답 : 동현

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 큰 선수는 동현이다.

15. 다음은 학생 10 명의 윗몸일으키기 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산을 구하여라.(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림 한다.)

계급	도수
$3^{\text{이상}} \sim 5^{\text{미만}}$	3
$5^{\text{이상}} \sim 7^{\text{미만}}$	3
$7^{\text{이상}} \sim 9^{\text{미만}}$	2
$9^{\text{이상}} \sim 11^{\text{미만}}$	2

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

학생들의 윗몸일으키기 횟수의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{4 \times 3 + 6 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 2}{10}$$
$$= \frac{12 + 18 + 16 + 20}{10} = 6.6(\text{회})$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회)이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(4-7)^2 \times 3 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 2\}$$
$$= \frac{1}{10}(27 + 3 + 2 + 18) = 5$$

16. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
$55^{이상} \sim 65^{미만}$	3
$65^{이상} \sim 75^{미만}$	a
$75^{이상} \sim 85^{미만}$	1
$85^{이상} \sim 95^{미만}$	1
합계	8

① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3 + 1 + 1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$= \dfrac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$= \dfrac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8}$

$= \dfrac{560}{8} = 70(\text{점})$

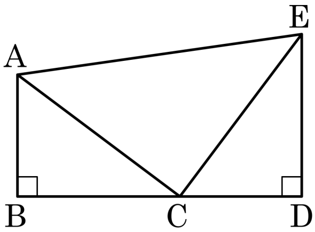
따라서 구하는 분산은

$\dfrac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\}$

$= \dfrac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100$

이다.

17. 다음 그림에서 두 직각삼각형 ABC 와 CDE 는 합동이고, 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\angle$CAE 의 크기는?



① 30° ② 45° ③ 60° ④ 65° ⑤ 35°

해설

$\triangle$ABC $\equiv$ $\triangle$CDE 이므로 $\angle BAC = \angle ECD$, $\angle ACB = \angle CED$, $\overline{AC} = \overline{CE}$ 이다.

그리고 $\angle BAC + \angle ACB = 90°$ 이므로

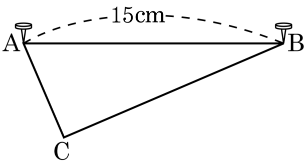
$\angle ECD + \angle ACB = 90°$ 이다.

따라서 $\angle ECD + \angle ACE + \angle ACB = 180°$ 이므로 $\angle ACE = 90°$ 이다.

또, $\overline{AC} = \overline{CE}$ 이므로 $\triangle$ACE 는 직각이등변삼각형이다.

따라서 $\angle CAE = \dfrac{1}{2} \times 90° = 45°$ 이다.

18. 15 cm 거리에 있는 두 못 A, B 에 길이 36 cm 의 끈을 걸어서 다음 그림과 같이, ∠C 가 직각이 되게 하려고 한다. 변 AC 를 몇 cm 로 하여야 하는가? (단, $\overline{AC} < \overline{BC}$)



① 9 cm　　② 10 cm　　③ 11 cm　　④ 12 cm　　⑤ 13 cm

해설

$\overline{AB} = 15\,\text{cm}, \overline{AC} = x\,\text{cm}, \overline{BC} = 21 - x\,\text{cm}$ 로 둘 수 있다. ($\because$ 둘레의 길이가 36 cm)

$15^2 = x^2 + (21 - x)^2$

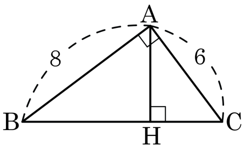
$2x^2 - 42x + 216 = 0$

$x^2 - 21x + 108 = 0$

$(x - 9)(x - 12) = 0$

$\therefore x = 9(\because \overline{AC} < \overline{BC})$

19. 다음 그림에서 $\angle A = 90°$ 이고, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?



① $\frac{12}{5}$　② $\frac{24}{5}$　③ 24　④ $2\sqrt{6}$　⑤ $\frac{24}{15}$

해설

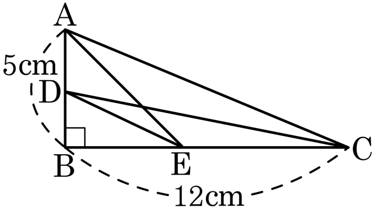
$\overline{BC} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{100} = 10$

$\triangle ABC$ 에서 삼각형의 넓이는

$8 \times 6 \times \frac{1}{2} = 10 \times \overline{AH} \times \frac{1}{2}$

$\therefore \ \overline{AH} = \frac{8 \times 6}{10} = \frac{24}{5}$

20. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AE} = 7\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}^2 - \overline{DE}^2$ 의 값은?(단, 단위는 생략)

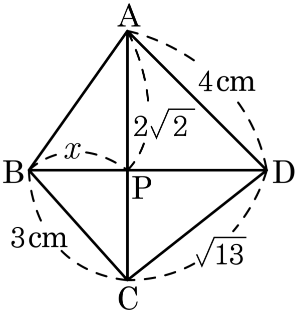


① 100 ② 120 ③ 150 ④ 150 ⑤ 210

해설

$\overline{AC} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ 이므로 $\overline{CD}^2 - \overline{DE}^2 = 13^2 - 7^2 = 120$

21. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{BP}$ 의 길이는?



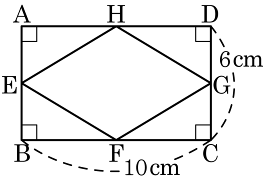
① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm ④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$(\overline{AB})^2 + 13 = 16 + 9$, $\overline{AB} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$

$x^2 + (2\sqrt{2})^2 = (2\sqrt{3})^2 \qquad \therefore\ x = 2\,\text{cm}$

22. 다음 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 마름모 EFGH 를 만들었다. $\overline{BC} = 10\,cm$, $\overline{CD} = 6\,cm$ 일 때, 마름모 EFGH 의 둘레를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

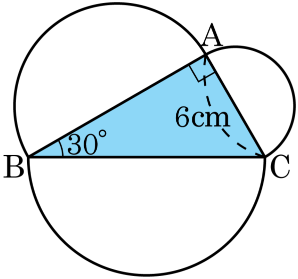
▷ 정답 : $4\sqrt{34}$ cm

해설

$\overline{AE} = 3\,cm$, $\overline{AH} = 5\,cm$ 이고 $\triangle AEH$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{EH} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}(cm)$ 이다.

따라서 마름모의 둘레는 $4 \times \sqrt{34} = 4\sqrt{34}(cm)$ 이다.

23. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 고르면?



① $10\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $12\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $14\sqrt{3}\text{cm}^2$

④ $16\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ $18\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

$\overline{AC} : \overline{AB} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로

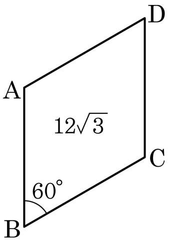
$\overline{AB} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$, $\overline{BC} = 12(\text{cm})$

(색칠한 부분의 넓이) = ($\triangle$ABC의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6$$

$$= 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

24. 다음은 마름모 ABCD 를 그린 것이다. 마름모의 넓이가 $12\sqrt{3}$ 이고, $\angle B = 60°$ 일 때, 이 마름모의 한 변의 길이는?



① $2\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{6}$ ④ $5\sqrt{6}$ ⑤ $6\sqrt{6}$

해설

점 A 와 점 C 를 이으면 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $6\sqrt{3}$

$\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로 한 변의 길이를 a 라고 하면 넓이는

$$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 6\sqrt{3}\ ,\ a^2 = 24$$

$$\therefore\ a = 2\sqrt{6}$$

25. 이차함수 $y=-\frac{1}{12}x^2+x-2$ 의 꼭짓점과 점 $(3,\ -3)$ 사이의 거리는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y=-\frac{1}{12}x^2+x-2$

$y=-\frac{1}{12}(x-6)^2+1$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(6,\ 1)$ 이다.

따라서 꼭짓점과 점 $(3,\ -3)$ 사이의 거리는

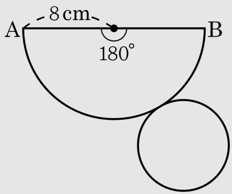
$\sqrt{(6-3)^2+\{1-(-3)\}^2}=\sqrt{25}=5$ 이다.

26. 중심각의 크기가 $180°$ 이고 반지름의 길이가 8cm 인 부채꼴로 원뿔을 만들 때, 원뿔의 높이는?

① $3\sqrt{2}\text{cm}$ ② $4\sqrt{2}\text{cm}$ ③ $4\sqrt{3}\text{cm}$

④ $5\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $7\sqrt{3}\text{cm}$

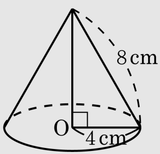
해설



부채꼴 호의 길이 $l = 2\pi \times 8 \times \dfrac{180°}{360°} = 8\pi$ 이다.

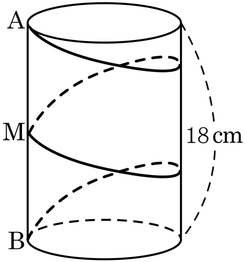
호 AB 의 길이, 밑면의 둘레의 길이가 $2\pi r = 8\pi$ 이므로 밑면의 반지름의 길이 $r = 4(\text{cm})$ 이다.

위의 전개도로 다음과 같은 원뿔이 만들어진다.



따라서 원뿔의 높이 $h = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

27. 다음 원기둥의 높이는 18 cm 이다. 점 M 은 높이의 중점이며, 그림과 같이 점 A 에서 출발하여 옆면을 따라 중점 M 을 지나 점 B 에 이르는 최단거리가 30 cm 이라 할 때, 밑면의 둘레의 길이를 구하면?



① 11 cm ② 11.5 cm

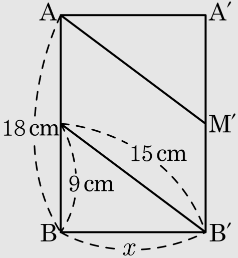
③ 12 cm ④ 12.5 cm

⑤ 13 cm

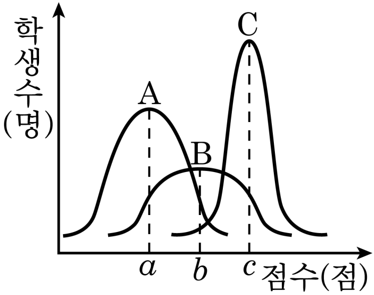
해설

$x = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12$

따라서 밑면의 둘레의 길이는 12(cm)



28. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.

② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.

③ C반 성적이 가장 고르다.

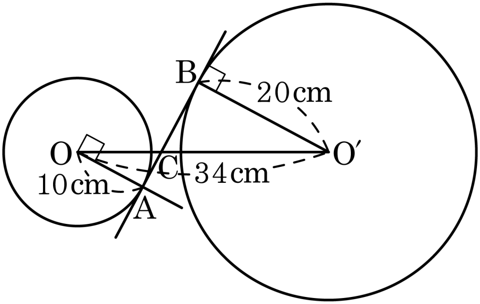
④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.

⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

해설

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

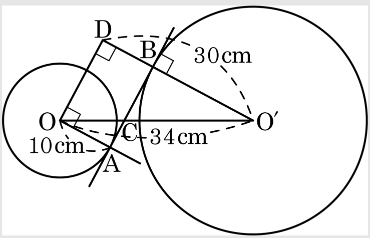
29. 다음 그림에서 반지름의 길이가 10 cm , 20 cm 인 원 O, O′ 의 중심 사이의 거리는 34 cm 이다. 공통접선 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

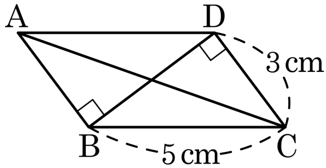


$\overline{O'B}$ 의 연장선과 점 O 에서 $\overline{AB}$ 에 평행하게 그은 직선이 만나는 점을 D 라 하면

$\overline{O'D} = 20 + 10 = 30(\text{cm})$

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \overline{OD} = \sqrt{\overline{OO'}^2 - \overline{O'D}^2} \\ &= \sqrt{34^2 - 30^2} = \sqrt{256} \\ &= 16(\text{cm})\end{aligned}$$

30. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = 5\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CD}} = 3\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{AC}} + \overline{\mathrm{BD}}$ 의 값은?



① $(2\sqrt{13}+2)\,\mathrm{cm}$　② $(4\sqrt{13}+2)\,\mathrm{cm}$

③ $(2\sqrt{13}+4)\,\mathrm{cm}$　④ $(4\sqrt{13}+4)\,\mathrm{cm}$

⑤ $10\,\mathrm{cm}$

해설

삼각형 BCD 에서 피타고라스 정리에 따라

$5^2 = 3^2 + \overline{\mathrm{BD}}^2$

$\overline{\mathrm{BD}} > 0$ 이므로 $\overline{\mathrm{BD}} = 4\,\mathrm{cm}$ 이다.

평행사변형의 대각선은 다른 대각선을 이등분하므로

대각선끼리의 교점을 O 라 할 때,

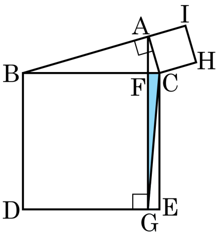
삼각형 ABO 에 대해서

$\overline{\mathrm{AB}} = 3\,\mathrm{cm},\ \overline{\mathrm{BO}} = 2\,\mathrm{cm}$

피타고라스 정리에 의해서 $\overline{\mathrm{AO}} = \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{13}(\,\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{\mathrm{AC}} + \overline{\mathrm{BD}} = (4+2\sqrt{13})\,\mathrm{cm}$ 이다.

31. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형이고 $\square BDEC$ 는 정사각형이다. $\overline{AG} \perp \overline{DE}$ 이고, $\overline{AB} = 24$, $\overline{BC} = 25$ 일 때, $\triangle FGC$ 의 넓이는 얼마인가?



① 48 ② $\frac{49}{2}$ ③ 50

④ $\frac{51}{2}$ ⑤ 52

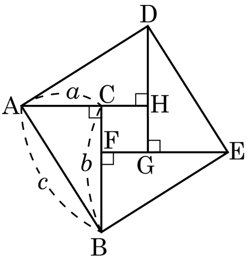
해설

$\overline{AC} = \sqrt{25^2 - 24^2} = 7$ 이므로 $\square ACHI = 49$

$\triangle FGC = \triangle ECF = \triangle ACH = \frac{1}{2}\square ACHI$ 이므로

$\triangle FGC = \frac{1}{2} \times 49 = \frac{49}{2}$ 이다.

32. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle ABC \equiv \triangle EDG$

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{CF}$

③ $\overline{FG} = b - a$

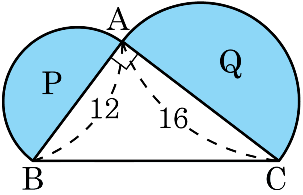
④ $\square ABED = \square CFGH + \triangle AHD + \triangle ABC + \triangle EFB + \triangle GDE$

⑤ $\square CFGH$는 정사각형

해설

② $\overline{AC} = \overline{DH} = \overline{GE} = \overline{BF}$, $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF}$

33. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90°$ 이고, $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P, Q 라 할 때, $P + Q$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 50π

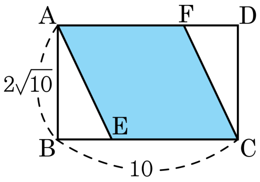
해설

$\overline{BC} = \sqrt{12^2 + 16^2} = 20$

$P + Q$는 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이와 같으므로

$$P + Q = \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \pi = 50\pi$$

34. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CE}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, $\overline{AE} = \overline{AF}$ 가 되도록 점 F 를 잡을 때, □AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $14\sqrt{10}$

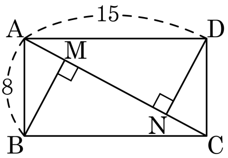
해설

$\overline{CE} = x$ 라 하면

$x^2 = (2\sqrt{10})^2 + (10 - x)^2 \quad \therefore \ x = 7$

$\therefore$ □AECF $= 7 \times 2\sqrt{10} = 14\sqrt{10}$

35. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 점 B, D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 각각 M, N 이라고 할 때, $\overline{\mathrm{MN}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{161}{17}$

해설

$\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{8^2+15^2} = 17$, $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{NC}}$

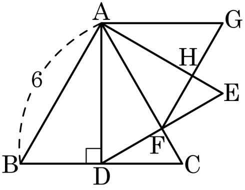
$\overline{\mathrm{AB}}^2 = \overline{\mathrm{AM}} \times \overline{\mathrm{AC}}$ 이므로

$8^2 = \overline{\mathrm{AM}} \times 17$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AM}} = \dfrac{64}{17}$

$\therefore \overline{\mathrm{MN}} = \overline{\mathrm{AC}} - 2\overline{\mathrm{AM}} = 17 - 2 \times \dfrac{64}{17} = \dfrac{289-128}{17} = \dfrac{161}{17}$

36. 정삼각형 세 개가 다음 그림과 같이 겹쳐져 있다. 가장 큰 정삼각형 ABC 의 한 변의 길이가 6 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



① $\dfrac{9\sqrt{3}}{4}$ ② $\dfrac{12\sqrt{3}}{4}$ ③ $\dfrac{9\sqrt{3}}{5}$
④ $\dfrac{12\sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\dfrac{15\sqrt{3}}{4}$

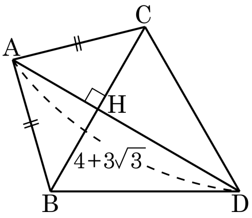
해설

$\overline{AD}$ 의 길이를 구하면,

$\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ 이고 $\overline{AF}$ 의 길이는 $\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 3\sqrt{3} = \dfrac{9}{2}$

따라서 $\overline{AH}$ 의 길이를 구하면 $\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \dfrac{9}{2} = \dfrac{9\sqrt{3}}{4}$

37. 다음 조건을 만족할 때, $\overline{AB}$를 구하여라.



(가) $\overline{AB}=\overline{AC}$ 이고 $\overline{BC}=6$ 인 이등변 삼각형 ABC
(나) $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 BDC
(다) $\overline{AD}=4+3\sqrt{3}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\overline{AD}$ 는 $\triangle ABC$ 의 수선이므로 $\overline{BC}$ 를 이등분한다. 따라서 $\overline{BC}$ 의 중점을 H 라 하면 $\overline{BH}=\overline{HC}=3$ 이다.

$\triangle BDC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DH}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$ 이다.

따라서 $\overline{AH}=4+3\sqrt{3}-3\sqrt{3}=4$,
$\overline{AB}=\sqrt{4^2+3^2}=5$ 이다.

38. 두점 A(1, 2) B(−5, 0) 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

① $(0, -5)$ ② $(0, -4)$ ③ $(0, -3)$

④ $(0, -2)$ ⑤ $(0, -1)$

해설

점 P 의 좌표를 $(0,\ p)$ 라 하면

$\overline{\mathrm{BP}} = \sqrt{25 + p^2}$

$\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$

$\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{AP}}$ 이므로

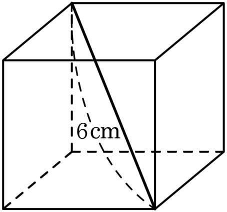
$\sqrt{25 + p^2} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$

$25 + p^2 = 1 + (p-2)^2$

$-4p = 20$

$p = -5 \therefore\ \mathrm{P}(0, -5)$

39. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체의 부피 V를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\mathrm{cm}^3}$

▷ 정답: $24\sqrt{3}\,\underline{\mathrm{cm}^3}$

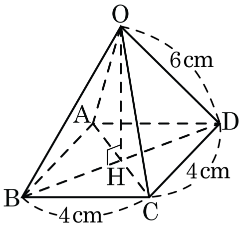
해설

한 모서리의 길이를 a 라 하면

$\sqrt{3}a = 6,\ a = 2\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore\ \mathrm{V} = (2\sqrt{3})^3 = 24\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^3)$

40. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변이 4 cm 인 정사각형이고, 옆면의 모서리의 길이는 6 cm 일 때, △OHD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $2\sqrt{14}\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

□ABCD 가 정사각형이므로

$\overline{BD} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{DH} = \frac{1}{2}\overline{BD} = 2\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{OH} = \sqrt{6^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7}(\text{cm})$

△OHD 의 넓이는

$S = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{7} = 2\sqrt{14}(\text{cm}^2)$ 이다.

41. 다음 조건을 만족하는 50 개의 변량 $x_1,\ x_2,\ x_3,\ \cdots,\ x_{48},\ x_{49},\ x_{50}$ 의 분산을 구하여라.

㉠ $x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{48}+x_{49}+x_{50}=100$
㉡ $x_1^2+x_2^2+x_3^2+\cdots+x_{48}^2+x_{49}^2+x_{50}^2=800$

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{48}+x_{49}+x_{50}=100$ 이므로 평균은
$$\frac{x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{48}+x_{49}+x_{50}}{50}=\frac{100}{50}=2$$
이므로 각 변량에 대한 편차는 $x_1-2,\ x_2-2,\ x_3-2,\ \cdots,\ x_{48}-2,\ x_{49}-2,\ x_{50}-2$ 이다.

따라서 분산은
$$\frac{1}{50}\{(x_1-2)^2+(x_2-2)^2+(x_3-2)^2+\cdots+(x_{48}-2)^2+(x_{49}-2)^2+(x_{50}-2)^2\}$$
$$=\frac{1}{50}\{(x_1^2+x_2^2+x_3^2+\cdots+x_{48}^2+x_{49}^2+x_{50}^2)-4(x_1+x_2+x_3+\cdots+x_{48}+x_{49}+x_{50})+4\times 50\}$$
$$=\frac{800-4\times 100+4\times 50}{50}=12$$ 이다.

42. 네 수 5, 7, x, y 의 평균이 4 이고, 분산이 3 일 때, 5, $2x^2$, $2y^2$, 7 의 평균은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

변량 5, 7, x, y 의 평균이 4 이므로

$$\frac{5+7+x+y}{4}=4,\quad x+y+12=16$$

$\therefore x+y=4 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, 분산이 3 이므로

$$\frac{(5-4)^2+(7-4)^2+(x-4)^2+(y-4)^2}{4}=3,$$

$$\frac{1+9+x^2-8x+16+y^2-8y+16}{4}=3,$$

$$\frac{x^2+y^2-8(x+y)+42}{4}=3$$

$x^2+y^2-8(x+y)+42=12$

$\therefore\ x^2+y^2-8(x+y)=-30 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ x^2+y^2=8(x+y)-30=8\times4-30=2$

따라서 5, $2x^2$, $2y^2$, 7 의 평균은

$$\frac{5+2x^2+2y^2+7}{4}=\frac{12+2(x^2+y^2)}{4}=\frac{12+4}{4}=4 \text{ 이다.}$$

43. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, $3x$, $3y$, $3z$ 의 분산은?

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=4$$

$\therefore\ x+y+z=12 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=2$$

$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=6$

$x^2-8x+16+y^2-8y+16+z^2-8z+16=6$

$x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48=6$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-8\times 12+48=6$

$\therefore x^2+y^2+z^2=54$

한편, $3x$, $3y$, $3z$ 의 평균은

$$\frac{3x+3y+3z}{3}=\frac{3(x+y+z)}{3}=\frac{3\times 12}{3}=12$$

따라서 분산은

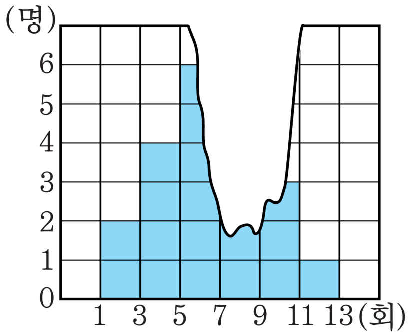
$$\frac{(3x-12)^2+(3y-12)^2+(3z-12)^2}{3}$$

$$=\frac{9x^2+9y^2+9z^2-72(x+y+z)+144\times 3}{3}$$

$$=\frac{9\times 54-72\times 12+432}{3}=\frac{54}{3}$$

$=18$

44. 다음 그림은 어느 학급 학생 20 명의 턱걸이 횟수를 조사하여 나타낸 히스토그램의 일부이다. 이 자료의 분산을 구하여라. (단, 평균은 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 7.4

해설

계급값 8 에 대한 도수를 x 라고 하면 도수의 합은 20 명이므로

$20-(2+4+6+3+1)=4 \quad \therefore\ x=4$

이때, 주어진 자료의 평균은

$$\frac{2\times2+4\times4+6\times6+8\times4+10\times3+12\times1}{20}$$

$$=\frac{4+16+36+32+30+12}{20}=6.5(\text{회})$$ 이므로 반올림하면

7(회) 이다.

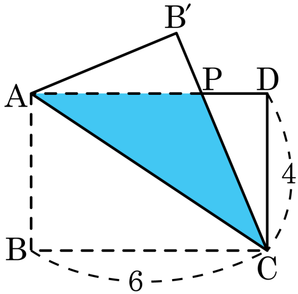
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{20}\left\{(2-7)^2\times2+(4-7)^2\times4+(6-7)^2\times6+(8-7)^2\times4+(10-7)^2\times3+(12-7)^2\times1\right\}$$

$$=\frac{1}{20}(50+36+6+4+27+25)=7.4$$

이다.

45. 다음 그림은 가로, 세로의 길이가 각각 6, 4 인 직사각형 모양의 종이를 대각선 AC 를 접는 선으로 하여 접은 것이다. 변 B′C 가 변AD 와 만나는 점을 P 라고 할 때, △ACP 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{26}{3}$

해설

$\overline{\mathrm{AP}}$ 의 길이를 x 라 하면

$\overline{\mathrm{PD}} = 6 - x$

$\triangle \mathrm{AB'P}$ 와 $\triangle \mathrm{CDP}$ 는 서로 합동이므로

$\overline{\mathrm{PD}} = \overline{\mathrm{PB'}} = 6 - x$

$x^2 = (6 - x)^2 + 4^2$,$x = \dfrac{13}{3}$

($\triangle \mathrm{ACP}$ 의 넓이)

$= \dfrac{1}{2} \times \dfrac{13}{3} \times 4 = \dfrac{26}{3}$

46. 사각형 ABCD 의 두 대각선 AC, BD 의 길이는 각각 5, 6 이고, 대각선 AC, BD 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, $\overline{MN}=1$ 일 때, $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{CD}^2+\overline{DA}^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 65

해설

보조선 BM 와 DM 를 그으면

$\triangle$ABC 에서 파푸스의 정리에 의해

$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=2(\overline{BM^2}+\overline{AM^2})\cdots$①

$\triangle$ADC 에서 파푸스의 정리에 의해

$\overline{AD}^2+\overline{CD}^2=2(\overline{DM^2}+\overline{AM^2})\cdots$②

① + ② 을 하면

$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{CD}^2+\overline{DA}^2$

$=2(\overline{BM^2}+\overline{DM^2})+4\overline{AM^2}$

$\triangle$BMD 에서 파푸스의 정리에 의해

$\overline{BM^2}+\overline{DM^2}=2(\overline{MN^2}+\overline{DN^2})\cdots$③

또, $\overline{AC}=2\overline{AM}$ 이므로 $\overline{AC^2}=4\overline{AM^2}\cdots$④

$\overline{BD}=2\overline{DN}$ 이므로 $\overline{BD^2}=4\overline{DN^2}\cdots$⑤

$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{CD}^2+\overline{DA}^2$

$=2(\overline{BM^2}+\overline{DM^2})+4\overline{AM^2}$

$=4(\overline{DN^2}+\overline{MN^2})+4\overline{AM^2}$ ($\because$ ③)

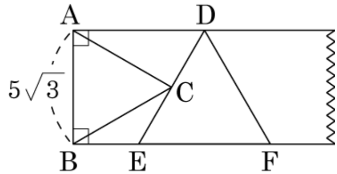
$=4\overline{AM^2}+4\overline{DN^2}+4\overline{MN^2}$

$=\overline{AC^2}+\overline{BD^2}+4\overline{MN^2}$ ($\because$ ④, ⑤)

따라서, $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2+\overline{CD}^2+\overline{DA}^2$

$=5^2+6^2+4=65$ 이다.

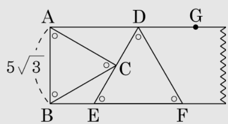
47. 다음 그림과 같이 폭이 $5\sqrt{3}$ 으로 일정한 종이테이프 내부에 두 개의 정삼각형 ABC, DEF 가 맞닿아 있다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



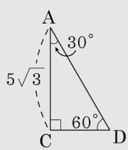
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

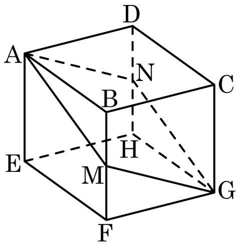


다음 그림에서 $\angle CAD = 90° - 60° = 30°$, $\overline{AG} // \overline{BF}$ 이므로 $\angle ADC = \angle CEF = 60°$ 이다.



$\triangle ACD$ 에서 $\overline{AD} : \overline{CD} : \overline{AC} = 2 : 1 : \sqrt{3}$ 이므로 $\overline{AD} : 5\sqrt{3} = 2 : \sqrt{3}$, $\therefore \overline{AD} = 10$

48. 다음 그림과 같이 한 모서리가 6 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 BF, DH 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이는?



▶ **답 :**

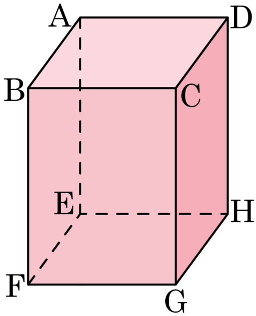
▷ **정답 :** $18\sqrt{6}$

해설

1) $\overline{\mathrm{MN}} = 6\sqrt{2}$
2) $\overline{\mathrm{AG}} = 6\sqrt{3}$

$\therefore\ \square\mathrm{AMGN} = \dfrac{1}{2} \times 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{3} = 18\sqrt{6}$ 이다.

49. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AD} = 3$, $\overline{AE} = 4$ 인 직육면체의 한 점 A 에서 겉면을 따라 점 G 에 이르는 최단 거리와 대각선 AG 의 차를 구하여라.

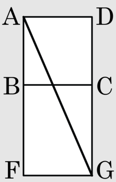


▶ 답 :

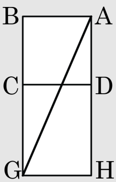
▷ 정답 : $2\sqrt{13} - \sqrt{34}$

해설

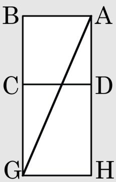
구하는 최단 거리는 다음 세 가지의 경우 중 한 가지이다.



$\overline{AG} = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{58}$



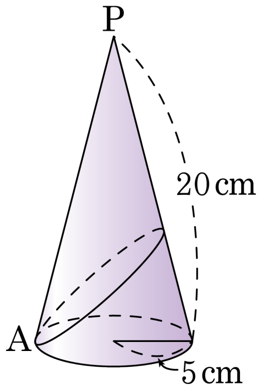
$\overline{AG} = \sqrt{7^2 + 3^2} = \sqrt{58}$



$\overline{AG} = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

따라서 최단 거리는 $2\sqrt{13}$ 이고,
대각선 $AG = \sqrt{3^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{34}$ 이다.
따라서 최단 거리와 대각선 AG 의 차는 $2\sqrt{13} - \sqrt{34}$ 이다.

50. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 20cm, 밑면의 원의 반지름의 길이가 5cm 인 원뿔의 밑면의 한 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 로 되돌아오는 최단 거리를 구하여라.



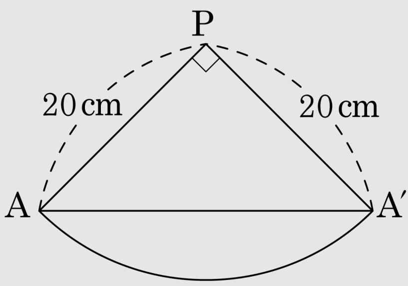
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $20\sqrt{2}$ cm

해설

전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기는

$\frac{5}{20} \times 360° = 90°$,



최단 거리 $\overline{AA'} = 20\sqrt{2}$ cm 이다.