1. 꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 0)$ 이고, 점$(1,\ -4)$ 를 지나는 포물선의 식을 구하면?

① $y=-x^2-4$ ② $y=(x-1)^2$ ③ $y=-(x-3)^2$

④ $y=-(x+3)^2$ ⑤ $y=(x+2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(3,\ 0)$ 이므로 $y=a(x-3)^2$ 이고,

점 $(1,\ -4)$ 를 지나므로

$-4=a(1-3)^2,\ a=-1$

$\therefore y=-(x-3)^2$

2. x 축에 접하고 축의 방정식이 $x = 2$, y 절편이 -2 인 이차함수를 구하면?

① $y = \frac{1}{2}(x+2)^2$
② $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$
③ $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$
④ $y = -\frac{1}{2}(x+2)^2$
⑤ $y = 2(x-2)^2 - 2$

해설

$y = a(x-2)^2$ 의 y 절편 $4a = -2$

$a = -\frac{1}{2}$

$\therefore\ y = -\frac{1}{2}(x-2)^2$

3. $y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이고 두 점 $(2,\ 0)$, $(4,\ 0)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -x^2 - 2$

② $y = -x^2 - 3x - 6$

③ $y = -x^2 + 6x - 8$

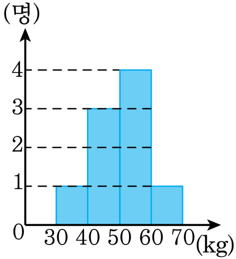
④ $y = x^2 + 6x - 8$

⑤ $y = -x^2 - 6x + 8$

해설

$y = -(x-2)(x-4) = -x^2 + 6x - 8$

4. 다음 그림은 영희네 분단 학생 9 명의 몸무게를 조사하여 그린 히스토그램이다. 학생들 9 명의 몸무게의 중앙값과 최빈값은?



① 중앙값 : 35, 최빈값 : 45

② 중앙값 : 45, 최빈값 : 55

③ 중앙값 : 55, 최빈값 : 55

④ 중앙값 : 55, 최빈값 : 65

⑤ 중앙값 : 65, 최빈값 : 55

해설

최빈값은 학생 수가 4 명으로 가장 많을 때인 55 이고, 학생들의 몸무게를 순서대로 나열하면 35, 45, 45, 45, 55, 55, 55, 55, 65 이므로 중앙값은 55 이다.

5. 다음 표는 선영이의 5 회 동안의 수학 쪽지 시험의 성적을 나타낸 표이다. 5 회의 평균이 8 점일 때, 3 회의 점수를 구하여라.

횟수(회)	1	2	3	4	5
점수(점)	8	7	x	7	9

▶ **답 :** ______ 점

▷ **정답 :** 9 점

해설

$$\frac{8+7+x+7+9}{5}=8,\ \frac{31+x}{5}=8,\ 31+x=40$$

$\therefore x=9$ 점

6. 다음은 양궁 선수 A, B, C, D, E 가 다섯 발의 화살을 쏘아 얻은 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 표이다. 점수가 가장 고른 선수는?

이름	A	B	C	D	E
평균(점)	8	10	9	8	7
표준편차(점)	0.5	2	1	1.5	2.5

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 성적이 가장 고른 학생은 표준편차가 가장 작은 A이다.

7. 6개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_6$ 의 평균이 3이고 표준편차가 4일 때, $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, 2x_3 - 1, \cdots, 2x_6 - 1$ 의 평균과 표준편차는?

① 평균 : 3, 표준편차 : 8
② 평균 : 3, 표준편차 : 15
③ 평균 : 3, 표준편차 : 20
④ 평균 : 5, 표준편차 : 8
⑤ 평균 : 5, 표준편차 : 15

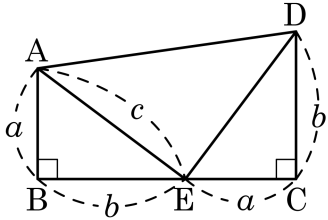
해설

n개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$ 의 평균이 m이고 표준편차가 s일 때, 변량 $ax_1 + b, ax_2 + b, ax_3 + b, \cdots, ax_n + b$에 대하여 평균은 $am + b$, 표준편차는 $|a|s$이므로

평균은 $2 \cdot 3 - 1 = 5$이고

표준편차는 $|2| \cdot 4 = 8$이다.

8. 다음은 그림을 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다.



(가), (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것을 고르면?

$\triangle\mathrm{ABE} + \triangle\mathrm{AED} + \triangle\mathrm{ECD} = \square\mathrm{ABCD}$ 이므로 $\frac{1}{2}ab + (가) + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$ 따라서 (나) 이다.

① (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2 + b^2 = c^2$

② (가) c^2 (나) $b^2 + c^2 = a^2$

③ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a^2 + b^2 = c$

④ (가) c^2 (나) $b^2 - a^2 = c^2$

⑤ (가) $\frac{1}{2}c^2$ (나) $a + b = c$

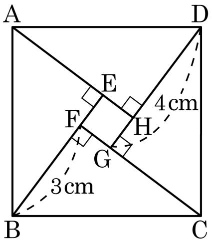
해설

$\triangle\mathrm{ABE} + \triangle\mathrm{AED} + \triangle\mathrm{ECD} = \square\mathrm{ABCD}$ 이므로

$\frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2 + \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2}(a+b)^2$

따라서 $a^2 + b^2 = c^2$ 이다.

9. 다음 그림에서 $\overline{BF}=3\,cm$, $\overline{DG}=4\,cm$ 이고, 삼각형 4 개는 모두 합동인 삼각형이다. (가) 와 (나) 에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것은?



□EFGH 의 모양은 $\boxed{\text{(가)}}$ 이고,
$\overline{BC}$ 의 길이는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

① (가) : 직사각형, (나) : 5 cm

② (가) : 직사각형, (나) : 6 cm

③ (가) : 정사각형, (나) : 5 cm

④ (가) : 정사각형, (나) : 8 cm

⑤ (가) : 정사각형, (나) : 9 cm

해설

□EFGH 의 모양은 정사각형이고, $\overline{BC}$ 의 길이는 5 cm 이다.

10. 세 변의 길이가 다음과 같은 삼각형 중에서 직각삼각형을 모두 골라라.

보기

㉠ $1,\ \sqrt{3}, 2$	㉡ $5, 12, 13$	㉢ $4, 5, 6$
㉣ $4, 6, 2\sqrt{13}$	㉤ $2,\ \sqrt{5}, 3$	㉥ $2, 3, 4$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

직각삼각형이 되려면 가장 긴 변의 제곱이 나머지 변의 제곱의 합과 같아야 한다.

$c^2 = a^2 + b^2$

㉠ $2^2 = 1^2 + (\sqrt{3})^2$

㉡ $13^2 = 5^2 + 12^2$

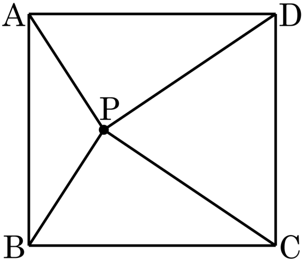
㉢ $6^2 < 4^2 + 5^2$

㉣ $(2\sqrt{13})^2 = 4^2 + 6^2$

㉤ $3^2 = 2^2 + (\sqrt{5})^2$

㉥ $4^2 > 3^2 + 2^2$

11. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{PA}} = 4, \overline{\mathrm{PC}} = 6$ 일 때, $\overline{\mathrm{PB}}^2 + \overline{\mathrm{PD}}^2$ 의 값을 구하여라.

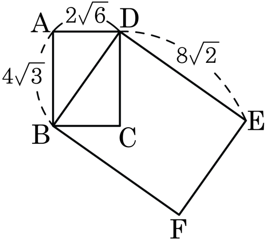


① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

해설

$\overline{\mathrm{PB}^2} + \overline{\mathrm{PD}^2} = 4^2 + 6^2 = 52$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 대각선을 한 변으로 하는 직사각형 BDEF 의 넓이는?



① 24 ② 48 ③ 72 ④ 96 ⑤ 124

해설

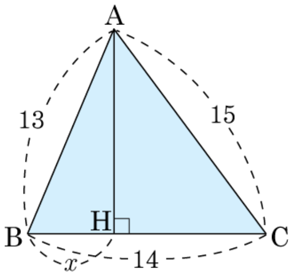
삼각형 ABD 에서 피타고라스 정리에 따라

$\sqrt{(2\sqrt{6})^2+(4\sqrt{3})^2}=6\sqrt{2}$

따라서 직사각형 BDEF의 넓이는

$6\sqrt{2}\times 8\sqrt{2}=96$ 이다.

13. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}^2 - \overline{BH}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{CH}^2$ 임을 이용하여 x 의 값을 구하여라.



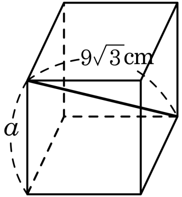
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$13^2 - x^2 = 15^2 - (14 - x)^2 \Rightarrow \therefore x = 5$

14. 대각선의 길이가 $9\sqrt{3}\,\text{cm}$ 인 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하면?



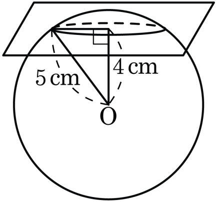
① $6\,\text{cm}$ ② $6\sqrt{6}\,\text{cm}$ ③ $9\,\text{cm}$

④ $9\sqrt{2}\,\text{cm}$ ⑤ $18\,\text{cm}$

해설

한 변의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{a^2+a^2+a^2} = \sqrt{3a^2} = a\sqrt{3}$ 이므로 $a\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$ 으로 두면 $a = 9\,\text{cm}$ 이다.

15. 다음 그림은 반지름의 길이가 5cm 인 구이다. 구의 중심 O 로부터 4cm 거리에 있는 평면에 의해서 잘린 단면의 넓이를 구하여라.



① $\sqrt{41}\pi\,\text{cm}^2$ ② $9\pi\,\text{cm}^2$ ③ $3\pi\,\text{cm}^2$

④ $41\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $6\pi\,\text{cm}^2$

해설

(단면 원의 반지름) $= \sqrt{5^2 - 4^2} = 3(\text{cm})$ 이므로

(원의 넓이) $= \pi \times 3^2 = 9\pi\left(\text{cm}^2\right)$

16. 이차함수 $y=-\frac{1}{2}(x+2)(x-6)$ 의 그래프에서 최댓값을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{2}(x+2)(x-6) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2-4x-12) \\ &= -\frac{1}{2}(x-2)^2+8 \end{aligned}$$

$x=2$ 일 때 최댓값은 8 이다.

17. 이차함수 $y = ax^2 - 4x - c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최댓값 1 을 가진다. 이때, ac 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = ax^2 - 4x + c$ 는 $x = 2$ 일 때,
최솟값 -1 이므로
$y = a(x-2)^2 + 1 = ax^2 - 4ax + 4a + 1$
$-4a = -4$, $4a + 1 = -c$ 이므로
$a = 1$, $4 + 1 = -c$, $c = -5$
$\therefore ac = -5$

18. 지면으로부터 초속 30m 로 던져 올린 물체의 t 초 후의 높이를 hm 라고 하면 $h = 30t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 이 물체가 가장 높이 올라갔을 때의 높이는?

① 60m ② 55m ③ 50m ④ 45m ⑤ 40m

해설

$$h = 30t - 5t^2$$
$$= -5(t^2 - 6t + 9) + 45$$
$$= -5(t - 3)^2 + 45$$

19. 다음 표는 동건이의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

① 1시간　② 2시간　③ 3시간
④ 4시간　⑤ 5시간

해설

$(\text{평균}) = \dfrac{\{(\text{변량})\text{의총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의갯수}\}}$ 이므로

$\dfrac{2+1+0+3+2+1+5}{7} = \dfrac{14}{7} = 2(\text{시간})$ 이다.

20. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 100 까지의 홀수 Y : 1 부터 100 까지의 2 의 배수 Z : 1 부터 150 까지의 3 의 배수

① $x = y = z$ ② $x = y < z$ ③ $x < y = z$

④ $x = y > z$ ⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 50 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 3 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

21. 5개의 변량 $3, 5, 9, 6, x$의 평균이 6일 때, 분산은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3+5+9+6+x}{5}=6$$

$23+x=30$

$\therefore x=7$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, 0, 1$이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+0^2+1^2}{5}=\frac{9+1+9+1}{5}=\frac{20}{5}=4$$

22. 다음 도수 분포표는 어느 반 32명의 일주일 간 영어 공부 시간을 나타낸 것이다. 평균, 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

공부시간(시간)	학생 수(명)
$0^{이상}$ ~ $2^{미만}$	4
$2^{이상}$ ~ $4^{미만}$	2
$4^{이상}$ ~ $6^{미만}$	18
$6^{이상}$ ~ $8^{미만}$	6
$8^{이상}$ ~ $10^{미만}$	2
합계	32

① 5, 1 ② 5, 2 ③ 5, 4 ④ 6, 3 ⑤ 6, 4

해설

$$(\text{평균}) = \frac{1\times4+3\times2+5\times18+7\times6+9\times2}{32}$$

$$=5$$

$$(\text{분산}) = \frac{(-4)^2\times4+(-2)^2\times2}{32}$$

$$+\frac{0^2\times18+2^2\times6+4^2\times2}{32}=4$$

$$\therefore (\text{표준편차}) = \sqrt{4}=2$$

23. 다음 중 옳지 않은 것을 골라 기호로 써라.

> 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그리고 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 L , 그 연장선과 $\overline{DE}$ 가 만나는
> 점을 M 이라고 하면
> ㉠$\triangle FBC = \triangle FBA$
> $\triangle FBC \equiv \triangle ABD$ (㉡ASA 합동)
> $\triangle ABD = \triangle LBD$
> 즉, ㉢$\triangle FBA = \triangle LBD$ 이므로
> $\square ABFG = \square BDML$
> 같은 방법으로 ㉣$\square ACIH = \square LMEC$
> 따라서 $\square BDEC = \square BDML + \square LMEC$ 이므로
> ㉤$\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2$

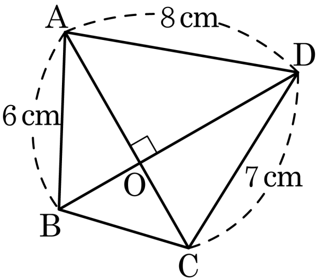
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 그리고 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 L , 그 연장선과 $\overline{DE}$ 가 만나는
점을 M 이라고 하면
㉠$\triangle FBC = \triangle FBA$
$\triangle FBC \equiv \triangle ABD$ (㉡ SAS 합동)
$\triangle ABD = \triangle LBD$
즉, ㉢$\triangle FBA = \triangle LBD$ 이므로
$\square ABFG = \square BDML$
같은 방법으로 ㉣$\square ACIH = \square LMEC$
따라서 $\square BDEC = \square BDML + \square LMEC$ 이므로
㉤$\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2$

24. 두 대각선이 서로 수직이고 각 변의 길이가 $\overline{AB} = 6\text{cm}, \overline{AD} = 8\text{cm}, \overline{CD} = 7\text{cm}$, 사각형 ABCD에서 변 BC 의 길이는 몇cm 인가?



① $\sqrt{17}$cm ② $\sqrt{19}$cm ③ $\sqrt{21}$cm

④ $\sqrt{23}$cm ⑤ $\sqrt{26}$cm

해설

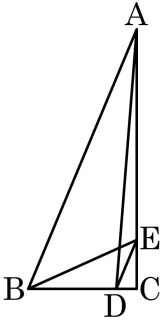
$\overline{BC}^2 + \overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 에서

$\overline{BC}^2 + 64 = 36 + 49$

$\overline{BC}^2 = 21$

$\therefore \overline{BC} = \sqrt{21}(\text{cm})$

25. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = 12$, $\overline{BC} = 5$, $\overline{DE} = \sqrt{6}$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BE}^2$ 의 값은?



① 169 ② 171 ③ 173 ④ 175 ⑤ 177

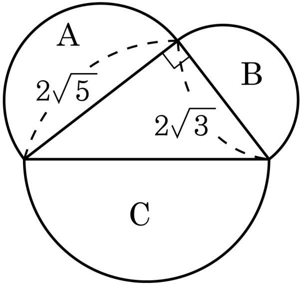
해설

$\overline{AB}^2 + \overline{DE}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{AD}^2$

$\overline{AB} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$ 이므로

$\overline{AD}^2 + \overline{BE}^2 = 13^2 + \sqrt{6}^2 = 175$

26. 그림과 같이 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{C}$ 라고 할 때, $2(\mathrm{A}+\mathrm{B})+\mathrm{C}$ 의 값을 구하면?



① 8π ② 10π ③ 12π ④ 14π ⑤ 16π

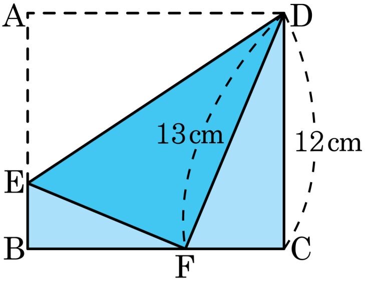
해설

피타고라스 정리에 의해서 C 의 지름을 c 라고 하면 $c^2 = \left(2\sqrt{5}\right)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 32$

따라서 $c = 4\sqrt{2}$ 이므로 $\mathrm{C} = \frac{1}{2} \times \left(\frac{c}{2}\right)^2 \pi = \frac{1}{8} \times 32\pi = 4\pi$

피타고라스 정리를 이용하면 $\mathrm{C} = \mathrm{A}+\mathrm{B}$ 이므로 $2(\mathrm{A}+\mathrm{B})+\mathrm{C} = 3\mathrm{C} = 12\pi$

27. 직사각형을 접어 다음의 그림과 같은 모양을 만들었다. 이 때 $\overline{FD}=13\text{cm}$, $\overline{CD}=12\text{cm}$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① $\dfrac{160}{3}\text{cm}^2$ ② $\dfrac{145}{7}\text{cm}^2$ ③ $\dfrac{169}{3}\text{cm}^2$

④ $\dfrac{178}{7}\text{cm}^2$ ⑤ $\dfrac{170}{3}\text{cm}^2$

해설

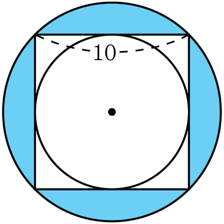
$(\overline{FD})^2=(\overline{FC})^2+(\overline{CD})^2$, $\overline{FC}=5\text{cm}$.

$\overline{AE}=\overline{EF}=x$, $\overline{BF}=13-5=8\text{cm}$, $\overline{EB}=(12-x)\text{cm}$.

$x^2=(12-x)^2+8^2$, $x=\dfrac{26}{3}\text{cm}$.

$\overline{EF}=\dfrac{26}{3}\text{cm}$ 이므로 $\triangle DEF=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{26}{3}\times 13=\dfrac{169}{3}(\text{cm}^2)$.

28. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 10 인 정사각형에 내접하는 원과 외접하는 원을 그렸다. 이때 색칠한 부분의 넓이가 $a+b\pi$ 라면 $b-a$ 의 값은? (단, a, b는 유리수)



① 50　② 100　③ 150　④ 200　⑤ 250

해설

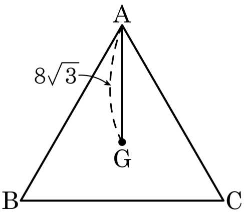
한 변의 길이가 10 인 정사각형의 대각선의 길이는 $10\sqrt{2}$ 이다. 외접원은 정사각형의 대각선을 지름으로 하는 원이므로 이 원의 반지름은 $5\sqrt{2}$ 이고, 색칠한 부분의 넓이는 외접원의 넓이에서 정사각형의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$(5\sqrt{2})^2\pi - 10^2 = 50\pi - 100$ 이므로

$a=-100$, $b=50$

따라서 $b-a=50-(-100)=150$ 이다.

29. 다음 그림의 정삼각형에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게 중심이고, $\overline{AG} = 8\sqrt{3}$ 일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $144\sqrt{3}$

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 a라 하면

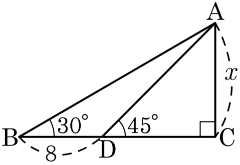
$$\frac{\sqrt{3}}{2}a \times \frac{2}{3} = 8\sqrt{3}$$

$\therefore\ a = 24$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$\dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 24^2 = 144\sqrt{3}$ 이다.

30. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BD} = 8$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{3}$

② $4(\sqrt{3}-1)$

③ 4

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $4(\sqrt{3}+1)$

해설

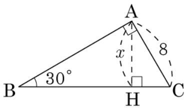
$\angle CAD = 45°$ 이므로 $\overline{CD} = x$

$1 : \sqrt{3} = x : (x+8)$

$(\sqrt{3}-1)x = 8$

$\therefore\ x = \dfrac{8}{\sqrt{3}-1} = 4(\sqrt{3}+1)$

31. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 x 의 길이를 구하여라.



① $\sqrt{3}\,\text{cm}$ ② $2\sqrt{3}\,\text{cm}$ ③ $3\sqrt{3}\,\text{cm}$

④ $4\sqrt{3}\,\text{cm}$ ⑤ $5\sqrt{3}\,\text{cm}$

해설

$\overline{AC} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$

$8 : x = 2 : \sqrt{3}$

$\therefore x = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

32. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 가 있다. 꼭짓점을 P, y 축과 만나는 점을 Q 라 할 때, 선분 PQ 의 길이를 구하면?

① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

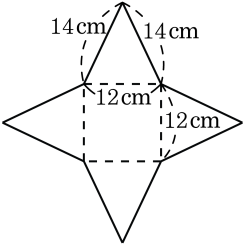
$y = x^2 + 2x + 3 = (x+1)^2 + 2$

꼭짓점 $\mathrm{P}(-1,\ 2)$

Q 는 y 절편이므로 $(0,\ 3)$

$\overline{\mathrm{PQ}} = \sqrt{(-1-0)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{2}$

33. 다음 그림과 같은 전개도로 만들 수 있는 정사각뿔의 높이는?



① $\sqrt{31}$ cm ② $\sqrt{34}$ cm

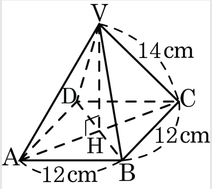
③ $2\sqrt{31}$ cm ④ $2\sqrt{34}$ cm

⑤ $\sqrt{35}$ cm

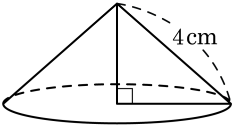
해설

$\overline{AC} = \sqrt{12^2 + 12^2} = 12\sqrt{2}(\text{cm})$ ∴ $\overline{AH} = 6\sqrt{2}$ cm

$\triangle VHA$ 에서 $\overline{AH} = 6\sqrt{2}$ cm, $\overline{VA} = 14$ cm 이므로 $\overline{VH} = \sqrt{14^2 - (6\sqrt{2})^2} = \sqrt{124} = 2\sqrt{31}(\text{cm})$ 이다.



34. 다음 그림과 같이 밑면의 넓이가 $9\pi\,\text{cm}^2$ 이고 모선의 길이가 $4\,\text{cm}$ 인 원뿔의 높이는?

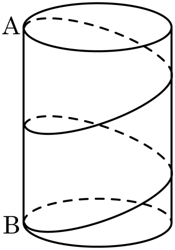


① $2\,\text{cm}$　② $\sqrt{7}\,\text{cm}$　③ $3\,\text{cm}$
④ $2\sqrt{3}\,\text{cm}$　⑤ $5\,\text{cm}$

해설

밑면의 넓이가 $9\pi\,\text{cm}^2$ 이므로 밑면의 반지름은 $3\,\text{cm}$
따라서 원뿔의 높이는 $\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}(\text{cm})$ 이다.

35. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름이 $3\,\mathrm{cm}$, 높이가 $9\pi\,\mathrm{cm}$ 인 원기둥이 있다. 점 A 에서 점 B 까지 팽팽하게 실로 두 바퀴 감을 때, 실의 길이를 구하여라.

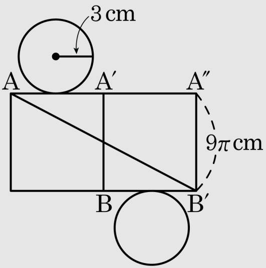


▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 15π cm

해설

$\overline{AA'}$ 은 원의 둘레의 길이와 같으므로 $2\pi \times 3 = 6\pi(\mathrm{cm})$ 이고, $\overline{AA}$ 은 $12\pi\ (\mathrm{cm})$ 이다. $\overline{AB'} = \sqrt{(12\pi)^2 + (9\pi)^2} = \sqrt{225}\pi = 15\pi(\mathrm{cm})$



36. 세 점 $(0,\ -4)$, $(1,\ -1)$, $(2,\ 8)$ 을 지나는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

㉠ 아래로 볼록한 형태의 그래프이다. ㉡ y 절편은 3 이다. ㉢ x 절편은 두 개이다. ㉣ 왼쪽 위를 향하는 포물선 그래프이다. ㉤ 왼쪽 위를 향한다.

① ㉠,㉡　② ㉡,㉢　③ ㉡,㉤　④ ㉢,㉣　⑤ ㉣,㉤

해설

세 점 $(0,\ -4)$, $(1,\ -1)$, $(2,\ 8)$ 을 지나므로

$-4 = c$

$-1 = a + b + c$

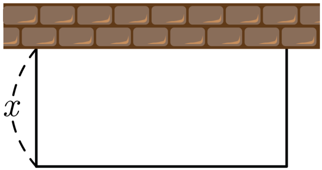
$8 = 4a + 2b + c$

세 식을 연립하면, $a = 3,\ b = 0,\ c = -4$ 이다.

따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 는

$y = -4x + 3$ 이고, 이 함수의 그래프는 y 절편이 3 이고 왼쪽 위를 향하는 직선이다.

37. 아래 그림과 같이 40 m 인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다.
넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?



① 6m ② 8m ③ 10m ④ 12m ⑤ 14m

해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로의 길이를 $20-2x$ 라고 하면,

$$\begin{aligned} y &= x(40-2x) \\ &= -2x^2+40x \\ &= -2(x-10)^2+200 \end{aligned}$$

$x=10$ 일 때, 최댓값은 200 이다.

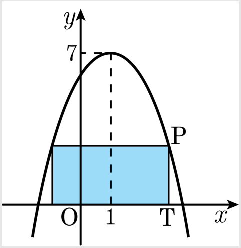
38. 이차함수 $y=-x^2+2x+5$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형에 내접하고, 한 변이 x 축 위에 오는 직사각형을 만들 때, 이 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$y=-x^2+2x+5$ 의 그래프를 그리면 다음과 같다.



포물선 위의 임의의 점 P 의 좌표는 $(t,\ -t^2+2t+5)$ 이다.

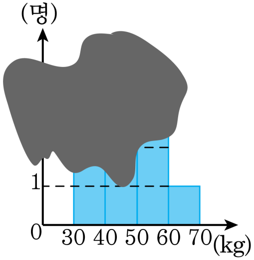
직사각형의 가로의 길이는 $2(t-1)$,

직사각형의 세로의 길이는 $-t^2+2t+5$ 이다.

$$
\begin{aligned}
(\text{둘레의 길이}) &= 2\{2(t-1)-t^2+2t+5\} \\
&= 2(-t^2+4t+3) \\
&= -2t^2+8t+6 \\
&= -2(t-2)^2+14
\end{aligned}
$$

$t=2$ 일 때, 최댓값은 14 이다.

39. 다음은 영웅이네 반 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 젖어 잉크가 번져 버렸다. 이때, 계급값이 35 인 학생이 전체의 20% 이고, 50kg 미만인 학생은 모두 5 명이다. 이 반 학생 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 84

해설

계급값이 35 인 학생이 전체의 20% 이므로 $10 \times \dfrac{20}{100} = 2$(명)

50kg 미만인 학생은 모두 5 명이므로 $2 + x = 5, \quad x = 3$

50kg 이상 60kg 미만의 도수는 $10 - (2 + 3 + 1) = 4$

학생들의 몸무게의 평균은

$$\begin{aligned}(\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}} \\ &= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10} \\ &= \frac{490}{10} = 49(\text{kg})\end{aligned}$$

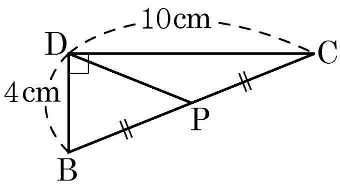
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(35-49)^2 \times 2 + (45-49)^2 \times 3 + (55-49)^2 \times 4 + (65-49)^2 \times 1\}$$

$$= \frac{1}{10}(392 + 48 + 144 + 256) = 84$$

이다.

40. 직각삼각형 BCD 에서 $\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 10\text{cm}$ 이고, 점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분할 때, $\overline{PD}$ 의 길이는?



① $\sqrt{29}\,\text{cm}$　② $\sqrt{30}\,\text{cm}$　③ $\sqrt{31}\,\text{cm}$

④ $4\sqrt{2}\,\text{cm}$　⑤ $\sqrt{33}\,\text{cm}$

해설

피타고라스 정리에 따라서

$\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{CD}^2 = 4^2 + 10^2 = 116$

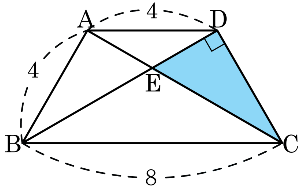
$\overline{BC} = 2\sqrt{29}\,\text{cm}$

점 P 가 $\overline{BC}$ 를 이등분하므로 $\overline{BP} = \overline{CP} = \sqrt{29}\,\text{cm}$

그런데 직각삼각형의 빗변의 중점은 직각삼각형의 외심이므로

$\overline{DP} = \overline{BP} = \overline{CP}$ 이므로 $\overline{DP} = \sqrt{29}\,\text{cm}$ 이다.

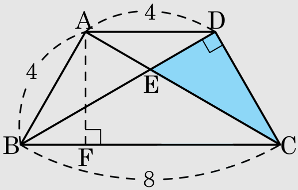
41. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle$CDE 의 넓이는 $\dfrac{b\sqrt{3}}{a}$ 이다. 이때, $b-a$ 의 값을 구하여라.(단, a, b는 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



점 A 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 하면 $\overline{\mathrm{AF}} = \sqrt{16-4} = 2\sqrt{3}$ 이다.

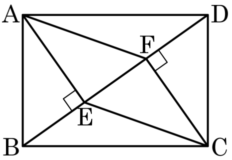
따라서 $\triangle$ADC 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

$\triangle$ADE 와 $\triangle$BCE 는 닮음이고 $\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{EC}} = 4 : 8 = 1 : 2$ 이다.
따라서 $\triangle$AED, $\triangle$DEC 는 높이가 일정하고, 밑변의 길이가 1 : 2 이므로 넓이의 비가 1 : 2 이다.

$\triangle$CDE 의 넓이는 $4\sqrt{3} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $a = 3,\ b = 8$ 이다.

$\therefore b - a = 8 - 3 = 5$

42. 다음 직사각형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 이고 $\overline{BE}=\overline{EF}=\overline{FD}$ 이고, $\overline{BD}=15\,\text{cm}$ 일 때, 사각형 AECF 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $25\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB}^2=\overline{BE}\times\overline{BD}$ 이므로

$5\times15=\overline{AB}^2$, $\overline{AB}=5\sqrt{3}$ 이다.

$\triangle ABD$ 가 직각삼각형이므로

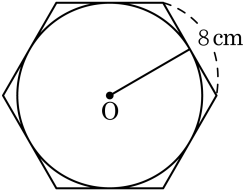
$\overline{AD}=\sqrt{15^2-(5\sqrt{3})^2}=5\sqrt{6}(\text{cm})$ 이다.

$\overline{AE}=\dfrac{\overline{AB}\times\overline{AD}}{\overline{BD}}=5\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 사각형 AECF의 넓이

$=5\sqrt{2}\times5=25\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ 이다.

43. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 정육각형에 내접하는 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

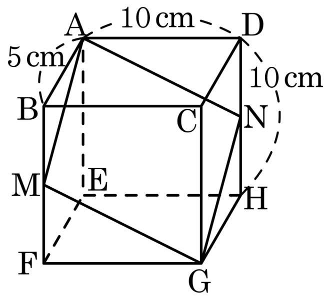
▷ 정답 : $4\sqrt{3}$ cm

해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형이 된다.

정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되므로 구하면 $\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$ 이다.

44. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{BF}$ 의 중점을 M , $\overline{DH}$ 의 중점을 N 이라 할 때, □AMGN 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 75 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

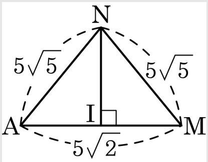
□AMGN 은 평행사변형이므로

□AMGN = 2△AMN

$\overline{AM} = \sqrt{5^2+5^2} = 5\sqrt{2}(\text{cm})$

$\overline{AN} = \sqrt{10^2+5^2} = 5\sqrt{5}(\text{cm})$

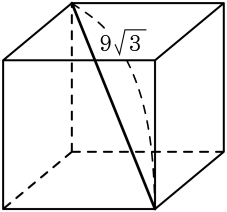
△AMN 은 $\overline{AN} = \overline{MN}$ 인 이등변삼각형이다.



$$\overline{NI} = \sqrt{\overline{AN}^2 - \overline{AI}^2}$$
$$= \sqrt{(5\sqrt{5})^2 - \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{15\sqrt{2}}{2}(\text{cm})$$

$$(\square\text{AMGN의 넓이}) = 2 \times (\triangle\text{AMN의 넓이})$$
$$= 2 \times \frac{1}{2} \times \overline{AM} \times \overline{NI}$$
$$= 5\sqrt{2} \times \frac{15\sqrt{2}}{2}$$
$$= 75(\text{cm}^2)$$

45. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $9\sqrt{3}$ 인 정육면체의 부피 V 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 729

해설

한 모서리의 길이를 a 라 하면
$\sqrt{3}a = 9\sqrt{3},\ a = 9 \qquad \therefore\ \mathrm{V} = 9^3 = 729$

46. 함수 $f(x) = \dfrac{3}{\sqrt{ax^2 - 3x + a - 2}}$ 이 최댓값을 가질 때, 정수 a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

분모가 항상 양수이므로 주어진 함수가 최대가 될 때는 함수 $y = ax^2 - 3x + a - 2 \cdots$ ㉠이 최솟값을 가질 때이다.
만약 함수 y 가 음수나 0 을 최솟값으로 갖게 되면 함숫값이 존재하지 않으므로 함수 y 의 최솟값은 양수이다.
따라서 $a > 0 \cdots$ ㉡
$D = -4a^2 + 8a + 9 < 0 \cdots$ ㉢ 의 두 식이 모두 만족되면, ㉠이 양의 최솟값을 갖는다.

$-4a^2 + 8a + 9 < 0$ 에서 $a < \dfrac{2 - \sqrt{13}}{2}$, $a > \dfrac{2 + \sqrt{13}}{2}$

따라서 ㉡과의 공통 범위를 구하면 $a > \dfrac{2 + \sqrt{13}}{2} = 2.80$ 이므로

$a = 3$ 이다.

47. 다섯 개의 변량 $1,\ 2,\ a,\ b,\ 3$ 의 평균이 2 이고, 분산이 4 일 때, $6,\ 8,\ \frac{1}{3}a^2,\ \frac{1}{3}b^2$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{3}$

해설

다섯 개의 변량 $1,\ 2,\ a,\ b,\ 3$ 의 평균이 2 이므로

$$\frac{1+2+a+b+3}{5}=2,\quad a+b+6=10$$

$$\therefore a+b=4 \quad \cdots\cdots ㉠$$

또, 분산이 4 이므로

$$\frac{(1-2)^2+(2-2)^2+(a-2)^2}{5}$$

$$+\frac{(b-2)^2+(3-2)^2}{5}=4$$

$$\frac{1+0+a^2-4a+4+b^2-4b+4+1}{5}=4$$

$$\frac{a^2+b^2-4(a+b)+10}{5}=4$$

$$a^2+b^2-4(a+b)+10=20$$

$$\therefore a^2+b^2-4(a+b)=10 \quad \cdots\cdots ㉡$$

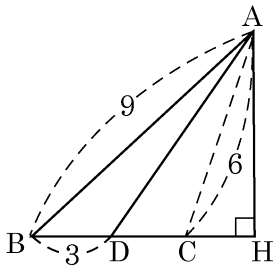
㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2+b^2=4(a+b)+10=4\times4+10=26$$

따라서 $6,\ 8,\ \frac{1}{3}a^2,\ \frac{1}{3}b^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{4}\left(6+8+\frac{a^2}{3}+\frac{b^2}{3}\right)=\frac{1}{4}\left\{14+\frac{1}{3}(a^2+b^2)\right\}=\frac{17}{3}$$ 이다.

48. 다음 그림과 같이 $\angle C$ 가 둔각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 9$, $\overline{AC} = 6$ 이고, $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 하면 $\overline{BD} = 3$ 이다. 이때, 점 A 에서 변 BC 의 연장선에 내린 수선 $\overline{CH}$ 의 길이를 구하여라.



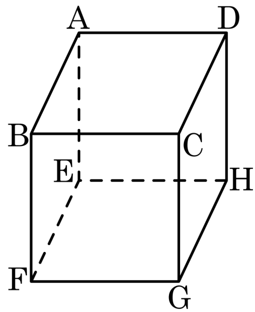
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\triangle BAD = \angle CAD$ 이므로
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$
$9 : 6 = 3 : \overline{DC}$ $\therefore$ $\overline{DC} = 2$
$\triangle ACH$ 에서 $\overline{AH}^2 = 6^2 - \overline{CH}^2 \cdots$ ㉠
마찬가지로 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{AH}^2 = 9^2 - (5 + \overline{CH})^2 \cdots$ ㉡
㉠ = ㉡ 에서
$6^2 - \overline{CH}^2 = 9^2 - (5 + \overline{CH})^2$, $\quad 10 \times \overline{CH} = 20$
$\overline{CH} = 2$

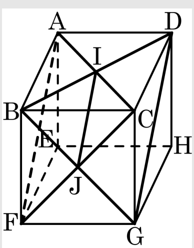
49. 다음은 한 모서리의 길이가 12cm 인 정육면체이다. 사면체 ACFH와 BDEG가 겹쳐지는 부분의 부피를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^3

▷ 정답 : 288 cm^3

해설



면 ACF와 면 BDG에서 $\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 I, $\overline{CF}$와 $\overline{BG}$의 교점을 J라 할 때, $\overline{IJ}$가 두 면의 교선이다.

$\overline{BC}$의 중점을 K라 하면

$\overline{IK} = 6(\text{cm})$

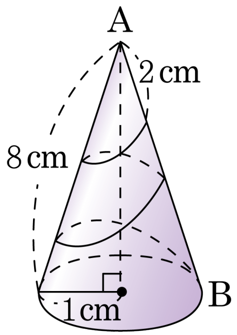
$\triangle IJK$에서

$\overline{IJ} = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 구하는 부분의 부피는 한 모서리의 길이가 $6\sqrt{2}(\text{cm})$인 정팔면체의 부피이므로

$$\frac{\sqrt{2}}{3} \times (6\sqrt{2})^3 = 288(\text{cm}^3)$$

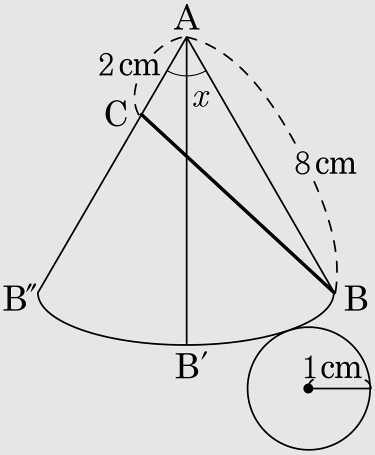
50. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 1cm 이고 모선의 길이가 8cm 인 원뿔에서 모선 AB 위의 점 C 를 출발하여 축 AO 의 둘레를 두 바퀴 돌아서 B 까지 움직일 때, 그 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $2\sqrt{17}$ cm

해설



1) 부채꼴의 중심각을 구하는 공식은

$$\text{중심각} = \frac{\text{밑면의 반지름}}{\text{모선}} \times 360^\circ \text{ 이므로}$$

$$x = \frac{1}{8} \times 360^\circ,\ x = 45^\circ,$$

$\therefore \angle B''AB = 90^\circ$

2) $\overline{CB}$ 의 최단 거리는 $\sqrt{2^2 + 8^2} = 2\sqrt{17}(\text{cm})$ 이다.