

1. 다음 자료들 중에서 표준편차가 가장 작은 자료와 가장 큰 자료를 차례대로 나열하여라.

㉠ 3, 3, 3, 7, 7, 7, 7, 7

㉡ 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10

㉢ 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4

㉣ 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2

㉤ 1, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3

㉥ 7, 7, 7, 7, 7, 7, 7, 6

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉠

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 작은 것은 ㉡, 가장 큰 것은 ㉠이다.

2. 세 수 a, b, c 의 평균이 6일 때, 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$ 의 평균은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

a, b, c 의 평균이 6이므로 $\frac{a+b+c}{3} = 6$

$$\therefore a+b+c = 18$$

따라서 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$ 의 평균은

$$\frac{8+a+b+c+4}{5} = \frac{8+18+4}{5} = 6$$

3. 희영이네 반 학생 38 명의 몸무게의 평균이 58kg 이다. 2 명의 학생이 전학을 온 후 총 40 명의 학생의 몸무게의 평균이 58.5kg 이 되었다. 이때, 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은?

① 60kg

② 62kg

③ 64kg

④ 66kg

⑤ 68kg

해설

전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 합을 x kg 이라고 하면

$$\frac{38 \times 58 + x}{40} = 58.5, \quad 2204 + x = 2340 \quad \therefore x = 136(\text{kg})$$

따라서 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은

$$\frac{136}{2} = 68(\text{kg}) \text{ 이다.}$$

4. 영희가 4회에 걸쳐 치른 음악 실기시험 성적은 15점, 18점, 17점, x 점이고, 최빈값은 18점이다. 5회의 음악 실기 시험 성적이 높아서 5회까지의 평균이 4회 까지의 평균보다 1점 올랐다면 5회의 성적은 몇 점인지 구하여라.



답:

점



정답: 22점

해설

최빈값이 18점이므로 $x = 18$ (점)이다.

4회까지의 평균은

$$\frac{15 + 18 + 17 + 18}{4} = \frac{68}{4} = 17(\text{점}) \text{이다.}$$

5회까지의 평균은 $17 + 1 = 18$ (점)이고 5회 성적을 y 점이라 하면

$$\frac{15 + 18 + 17 + 18 + y}{5} = 18(\text{점}) \text{이다.}$$

$$68 + y = 90$$

$$\therefore y = 22(\text{점})$$

5. 5개의 변량 3, 5, x , 6, 8의 평균이 6일 때, 분산을 구하여라. (단, 소수로 쓸 것)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3.6

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3 + 5 + x + 6 + 8}{5} = 6$$

$$22 + x = 30$$

$$\therefore x = 8$$

변량의 편차는 -3, -1, 2, 0, 2이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 2^2 + 2^2}{5} = \frac{9 + 1 + 4 + 4}{5} = \frac{18}{5} = 3.6$$

6. 다음은 수희의 5 회에 걸친 100m 달리기 기록이다. 달리기 기록의 평균이 16 초, 분산이 1.2초일 때, x, y 의 값을 각각 구하여라.(단 4 회보다 2 회의 기록이 더 좋았다.)

회차	1	2	3	4	5
기록(초)	17	x	16	y	14

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 17$

▷ 정답 : $y = 16$

해설

$$\frac{17 + x + 16 + y + 14}{5} = 16, x + y = 33 \text{ 이다.}$$

$$\frac{1 + (x - 16)^2 + 0 + (y - 16)^2 + 4}{5} = 1.2, (x - 16)^2 + (y - 16)^2 = 1 \text{ 이다.}$$

두 식을 연립해서 풀면, $x = 16, y = 17$ 이다.

7. 다섯 개의 변량 5, 7, x , y , 8 의 평균이 6 이고, 분산이 5 일 때, $2xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

다섯 개의 변량 5, 7, x , y , 8 의 평균이 6 이므로

$$\frac{5 + 7 + x + y + 8}{5} = 6, \quad x + y + 20 = 30$$

$$\therefore x + y = 10 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5-6)^2 + (7-6)^2 + (x-6)^2 + (y-6)^2}{5}$$

$$+ \frac{(8-6)^2}{5} = 5$$

$$\frac{1 + 1 + x^2 - 12x + 36 + y^2 - 12y + 36 + 4}{5} = 5$$

$$\frac{x^2 + y^2 - 12(x+y) + 78}{5} = 5$$

$$x^2 + y^2 - 12(x+y) + 78 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 12(x+y) = -53 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

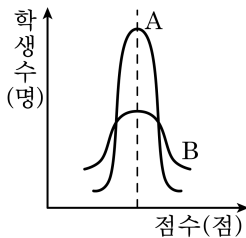
$$x^2 + y^2 = 12(x+y) - 53 = 12 \times 10 - 53 = 67$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 67 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy, \quad 10^2 = 67 + 2xy, \quad 2xy = 33$$

$$\therefore 2xy = 33$$

8. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 틀린 것을 고르면?



- ① A 반 학생 성적은 평균적으로 B 반 학생 성적과 비슷하다.
- ② 중위권 학생은 A 반에 더 많다.
- ③ A 반 학생의 성적이 더 고르다.
- ④ 고득점자는 A 반에 더 많다.
- ⑤ 평균 점수 부근에 있는 학생은 A 반 학생이 더 많다.

해설

④ 고득점자는 A 반에 더 많다. $\Rightarrow$ 고득점자는 B 반에 더 많다.

9. 다음 중 [보기] A, B, C 의 표준편차의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

보기

- A. 1 부터 50 까지의 자연수
- B. 51 부터 100 까지의 자연수
- C. 1 부터 100 까지의 홀수

- ① $C > A = B$
- ② $A > B = C$
- ③ $C > A > B$
- ④ $B > C > A$
- ⑤ $A = B = C$

해설

A 와 B 의 표준편차는 같고, C 의 표준편차는 이들보다 크다.

10. 3개의 변량 x, y, z 의 평균이 5, 분산이 10일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$ 의 평균은 m , 분산은 n 이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$$m = 2 \cdot 5 = 10, n = 2^2 \cdot 10 = 40$$

$$\therefore m + n = 10 + 40 = 50$$

11. 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 10, 분산이 5일 때, 변량 $4x_1 + 1, 4x_2 + 1, 4x_3 + 1, \dots, 4x_n + 1$ 의 평균, 분산을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 41

▷ 정답 : 분산 : 80

해설

$$(\text{평균}) = 4 \cdot 10 + 1 = 41$$

$$(\text{분산}) = 4^2 \cdot 5 = 80$$

12. 다음 네 개의 변수 a, b, c, d 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① $a + 1, b + 1, c + 1, d + 1$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 1만큼 크다.
- ② $a + 3, b + 3, c + 3, d + 3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3배만큼 크다.
- ③ $2a + 3, 2b + 3, 2c + 3, 2d + 3$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차보다 2배만큼 크다.
- ④ $4a + 7, 4b + 7, 4c + 7, 4d + 7$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 4배이다.
- ⑤ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9배이다.

해설

② $a + 3, b + 3, c + 3, d + 3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3배만큼 크다.

→ $a + 3, b + 3, c + 3, d + 3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3만큼 크다.

⑤ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9배이다.

→ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 3배이다.

13. 다음은 종연이네 반 학생 30 명의 인터넷 사용시간을 나타낸 도수 분포표이다. 이 반 학생들의 인터넷 사용시간의 분산과 표준편차를 구하여라.

시간(분)	학생 수(명)
0 ^{이상} ~ 30 ^{미만}	10
30 ^{이상} ~ 60 ^{미만}	5
60 ^{이상} ~ 90 ^{미만}	5
90 ^{이상} ~ 120 ^{미만}	4
120 ^{이상} ~ 150 ^{미만}	6

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 분산 : 2109

▷ 정답 : 표준편차 : $\sqrt{2109}$

해설

$$\text{평균} : \frac{15 \times 10 + 45 \times 5 + 75 \times 5 + 105 \times 4}{30} + \frac{135 \times 6}{30} = 66$$

$$\text{편차} : -51, -21, 9, 39, 69$$

$$\text{분산} : \frac{(-51)^2 \times 10 + (-21)^2 \times 5 + 9^2 \times 5}{30} +$$

$$\frac{39^2 \times 4 + 69^2 \times 6}{30} = 2109$$

$$\text{표준편차} : \sqrt{2109}$$

14. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	3
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	a
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	1
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	1
합계	8

① 60

② 70

③ 80

④ 90

⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3 + 1 + 1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\
 &= \frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8} \\
 &= \frac{560}{8} = 70(\text{점})
 \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{8} \{ (60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1 \} \\
 &= \frac{1}{8} (300 + 0 + 100 + 400) = 100
 \end{aligned}$$

이다.

15. 다음은 주영이가 10회의 수학 쪽지 시험에서 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.

횟수	1회	2회	3회	4회	5회
점수(점)	62	77	60	71	74

6회	7회	8회	9회	10회
78	62	54	65	80

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 68

▷ 정답 : 최빈값 : 62

해설

주영이의 수학 점수를 순서대로 나열하면
54, 60, 62, 62, 65, 71, 74, 77, 78, 80이므로

중앙값은 $\frac{65 + 71}{2} = 68$, 최빈값은 62이다.

16. 다음은 민영이의 10회의 영어 듣기 시험에서 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.

횟수	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
점수(점)	78	62	60	54	64	78	61	82	84	80

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 71

▷ 정답 : 최빈값 : 78

해설

민영이의 수학 점수를 순서대로 나열하면
54, 60, 61, 62, 64, 78, 78, 80, 82, 84 이므로

중앙값은 $\frac{64 + 78}{2} = 71$, 최빈값은 78 이다.

17. 은정이는 5회에 걸친 사회 시험에서 4회까지 83 점, 84 점, 79 점, 90 점을 받았고, 5회는 병결로 인해 4회까지의 평균 성적의 50%를 받았다. 은정이의 5회에 걸친 사회시험 성적의 평균은?

① 72 점

② 73.2 점

③ 75.6 점

④ 77.8 점

⑤ 82 점

해설

$$4 \text{ 회 } \text{까지의 평균} : \frac{83 + 84 + 79 + 90}{4} = \frac{336}{4} = 84(\text{ 점})$$

$$5 \text{ 회 } \text{성적} : 84 \times \frac{50}{100} = 42(\text{ 점})$$

(5 회에 걸친 사회 성적의 평균)

$$= \frac{83 + 84 + 79 + 90 + 42}{5} = \frac{378}{5} = 75.6(\text{ 점})$$

18. 찬수네 반 학생 35 명의 수학점수의 총합은 2800, 수학점수의 제곱의 총합은 231000 일 때, 찬수네 반 학생 수학 성적의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

$$(\text{분산}) = \frac{\{(\text{변량})^2 \text{의 총 합}\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$$\frac{231000}{35} - 80^2 = 200$$

즉, 분산은 200 이다.

19. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2.2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

- ① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.
 ② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.
 ③ B의 표준편차가 A의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B이다.
 ④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.
 ⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준 편차	2.2 $=\sqrt{4.84}$	$2\sqrt{2}$ $=\sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$ $=\sqrt{\frac{10}{4}}$ $=\sqrt{2.5}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

- ③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A이다.

20. 다음 도수분포표는 정섭이네 반 학생들의 턱걸이 기록을 나타낸 것이다. 턱걸이 기록에 대한 분산과 표준편차를 차례대로 구하여라.

횟수(회)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
학생 수(명)	1	3	7	5	7	9	4	2	1	1

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 2

해설

평균 :

$$\frac{1 + 2 \times 3 + 3 \times 7 + 4 \times 5 + 5 \times 7 + 6 \times 9}{40} + \frac{7 \times 4 + 8 \times 2 + 9 + 10}{40} = 5$$

편차 : -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5

$$\text{분산 : } \frac{16 + 9 \times 3 + 4 \times 7 + 5}{40}$$

$$+ \frac{9 \times 2 + 16 + 25}{40} = 4$$

표준편차 : 2

21. 50 개의 변량 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{48}, a_{49}, a_{50}$ 에 대하여 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50} = 200$ 이고, $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{48}^2 + a_{49}^2 + a_{50}^2 = 1400$ 일 때, 이 변량들의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50} = 200 \text{ 이므로 평균은}$$

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50}}{50} = \frac{200}{50} = 4$$

이므로 각 변량에 대한 편차는 $a_1 - 4, a_2 - 4, a_3 - 4, \dots, a_{48} - 4, a_{49} - 4, a_{50} - 4$ 이다.

따라서 분산은

$$\begin{aligned} & \frac{1}{50} \{ (a_1 - 4)^2 + (a_2 - 4)^2 + (a_3 - 4)^2 + \dots + (a_{48} - 4)^2 + (a_{49} - 4)^2 + (a_{50} - 4)^2 \} \\ &= \frac{1}{50} \{ (a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{48}^2 + a_{49}^2 + a_{50}^2) - 8(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50}) + 4^2 \times 50 \} \\ &= \frac{1400 - 8 \times 200 + 16 \times 50}{50} = 12 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

22. 세 수 a, b, c 의 평균이 7, 분산이 4 일 때, ab, bc, ca 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 7 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 7$$

$$\therefore a+b+c = 21 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또한, 세 수 a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-7)^2 + (b-7)^2 + (c-7)^2}{3} = 4$$

$$\frac{a^2 - 14a + 49 + b^2 - 14b + 49 + c^2 - 14c + 49}{3}$$

$$= 4$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 14(a+b+c) + 147 = 12$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 14(a+b+c) + 135 = 0$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14(a+b+c) - 135 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하여 풀면

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14 \times 21 - 135 = 159 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

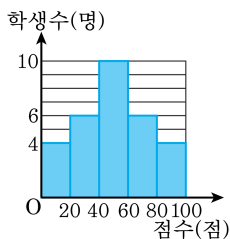
$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$ 이므로 ㉠, ㉢에 의하여

$$ab+bc+ca = 141$$

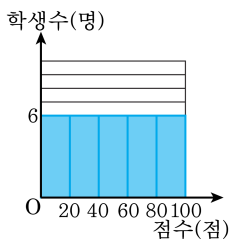
따라서 ab, bc, ca 의 평균은

$$\frac{ab+bc+ca}{3} = \frac{141}{3} = 47 \text{ 이다.}$$

23. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.



〈A반〉



〈B반〉

보기

- ㉠ A 반 학생 성적이 B 반 학생 성적보다 고르다.
- ㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다.
- ㉢ A 반 학생 성적의 표준편차가 B 반 학생 성적의 표준편차보다 크다.
- ㉣ 80 점 100 점 사이에 있는 학생은 B 반에 더 많다.
- ㉤ 중위권 학생은 A 반에 더 많다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

- ㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다. ⇒ 평균은 같다.
- ㉢ A 반 성적이 더 고르므로 표준편차가 B 반 보다 더 작다.

24. 두 직선 $(3+a)x + y = 1$, $4x + (2a-1)y = 1$ 이 평행할 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{7}{2}$

해설

$$\frac{3+a}{4} = \frac{1}{2a-1} \neq 1$$

$$(a+3)(2a-1) = 4$$

$$2a^2 + 5a - 7 = 0$$

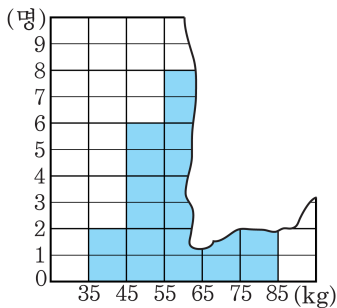
$$(a-1)(2a+7) = 0$$

$$\therefore a = 1 \text{ 또는 } a = -\frac{7}{2}$$

$$\text{그런데 } \frac{1}{2a-1} \neq 1$$

즉 $a \neq 1$ 이어야 하므로 $a = -\frac{7}{2}$ 이다.

25. 다음 히스토그램은 수진이네 반 학생 24 명의 몸무게를 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 계급값이 80 일 때, 도수가 전체 학생의 12.5% 일 때, 전체 학생의 분산을 구하여라. (단, 평균과 분산은 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 129

해설

계급값이 80 인 도수는 $24 \times \frac{12.5}{100} = 3$ (명)

계급값이 70 인 도수를 x 라고 하면 $24 - (2 + 6 + 8 + 3) = 5 \therefore x = 5$

이므로 평균은

$$\frac{40 \times 2 + 50 \times 6 + 60 \times 8 + 70 \times 5 + 80 \times 3}{24} \\ = \frac{80 + 300 + 480 + 350 + 240}{24} = 60.4 \dots \text{ (kg)}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 60kg 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{24} \{ (40 - 60)^2 \times 2 + (50 - 60)^2 \times 6 + (60 - 60)^2 \times 8 + (70 - 60)^2 \times 5 + (80 - 60)^2 \times 3 \} \\ = \frac{1}{24} (800 + 600 + 0 + 500 + 1200) = 129.16 \dots \text{ 이다.}$$

따라서 소수 첫째자리에서 반올림하면 129이다.