

1. 집합 $A = \{x \mid x = 7 \times n - 4, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $3 \notin A$

② $4 \in A$

③ $7 \notin A$

④ $10 \notin A$

⑤ $17 \in A$

해설

$$A = \{3, 10, 17, \dots\}$$

① $3 \in A$

② $4 \notin A$

④ $10 \in A$

2. 세 집합

$$A = \{a, b, c, d, e\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\} \text{ 일 때,}$$

$n(A) + n(B) + n(C)$ 의 값을 구하여라.

① 13

② 15

③ 17

④ 19

⑤ 21

해설

$$B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$$

$$C = \{1, 3, 5, 15\}$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 5 + 8 + 4 = 17$$

3. 집합 $A = \{\emptyset, 1, \{2\}, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \in A$

② $\emptyset \subset A$

③ $\{1, 2\} \in A$

④ $2 \in A$

⑤ $\{\emptyset, 1\} \subset A$

해설

$\{2\}$ 라는 집합을 원소로 가지고 있는 것이지 2를 원소로 가지고 있는 것은 아니다.

4. 세 집합 A, B, C 에 대하여

$$A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\},$$

$$B = \{x | x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\},$$

$$C = \{x | x \text{는 한 자리 짝수인 자연수}\} \text{ 일 때, 다음 중 옳은 것은?}$$

① $B \subset A$

② $A \subset C$

③ $C \subset B$

④ $A \not\subset B$

⑤ $A = C$

해설

$$A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 2, 3, \dots, 9\},$$

$$C = \{2, 4, 6, 8\} \text{ 이므로}$$

$$C \subset B \text{ 이다.}$$

5. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, 다음 중 A 의 부분집합이 아닌 것은?

① $\{1\}$

② $\emptyset$

③ $\{1, 2, 4\}$

④ $\{0\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 4\}$

해설

집합 A 의 부분집합을 구하면

$\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{1, 2, 3\},$
 $\{1, 2, 4\}, \{1, 3, 4\}, \{2, 3, 4\}, \{1, 2, 3, 4\}$

6. 집합 $A = \{a, b, c, d\}$ 에서 a, c 를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

이것은 집합 $\{b, d\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $\emptyset, \{b\}, \{d\}, \{b, d\}$ 의 4개이다.

7. 세 집합 $A = \{2, 5, 6, 9, 12\}$, $B = \{1, 7, 9, 10, 12\}$, $C = \{2, 5, 6, 7, 9, 10\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap B = \{9, 12\}$

② $B \cup C = \{1, 2, 5, 6, 7, 9, 10\}$

③ $A \cup C = \{2, 5, 6, 7, 9, 10, 12\}$

④ $(A \cap B) \cup C = \{2, 5, 6, 7, 9, 10, 12\}$

⑤ $A \cap (B \cup C) = \{2, 5, 6, 9, 12\}$

해설

② $B \cup C = \{1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 12\}$

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 이고, $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{이하의 홀수}\}$ 일 때, 집합 A 의 원소의 합은?

① 4

② 5

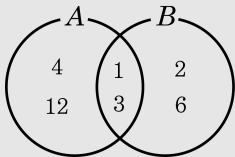
③ 13

④ 16

⑤ 20

해설

$$B = \{1, 2, 3, 6\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, A \cap B = \{1, 3\}$$



$$\therefore A = \{1, 3, 4, 12\}$$

따라서 집합 A 의 원소의 합은 $1 + 3 + 4 + 12 = 20$

9. $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{3, 5, 7, 11\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 은?

① $\{3, 5\}$

② $\{3, 7\}$

③ $\{3, 5, 7, 11\}$

④ $\{3, 5, 7, 9\}$

⑤ $\{3, 5, 7, 9, 11\}$

해설

$A - B = \{1, 9\}$ 이므로 $(A - B)^c = (\{1, 9\})^c = \{3, 5, 7, 11\}$ 이다.

10. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{2, 4, 5, 8\}$ 에 대하여 $(A \cup B) - (A \cap B)$ 는?

① $\{1\}$

② $\{5\}$

③ $\{8\}$

④ $\{1, 5\}$

⑤ $\{1, 8\}$

해설

$(A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 4, 5, 8\} - \{2, 4, 8\} = \{1, 5\}$ 이다.

11. $U = \{1, 2, 4, 7, 8, 9\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 7\}$, $B = \{1, 2, 7, 8\}$ 에 대하여 $B - (A \cap B)$ 는?

① $\{1\}$

② $\{8\}$

③ $\{1, 8\}$

④ $\{4, 7\}$

⑤ $\{4, 8\}$

해설

$B - (A \cap B) = B - A = \{1, 2, 7, 8\} - \{2, 4, 7\} = \{1, 8\}$ 이다.

12. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 3, 8\}$ 일 때, $(A - B) \subset X$, $X - A = \emptyset$ 을 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$, 즉 $\{5, 7\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7\}$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

13. 두 집합 $A = \{1, 2, a^2+2\}$, $B = \{1, 2a-3, 2a+1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 3\}$ 이 되도록 할 때, a 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 1$

해설

$A \cap B = \{1, 3\}$ 이므로 집합

A 에서 $a^2 + 2 = 3$, 따라서 $a = \pm 1$

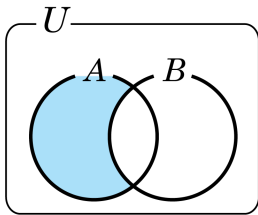
i) $a = 1$ 이면 $B = \{-1, 1, 3\}$

ii) $a = -1$ 이면 $B = \{-5, -1, 1\}$

$A \cap B = \{1, 3\}$ 이므로

$\therefore a = 1$

14. $n(U) = 20, n(B - A) = 6, n(B) = 8, n(A^c) = 6$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



답 :

개



정답 : 12 개

해설

$n(B) = 8, n(B - A) = 6$ 이므로 $n(A \cap B) = 2$ 이다.

$n(A^c) = 6$ 이므로 $n(A) = n(U) - n(A^c) = 20 - 6 = 14$ 이다.

따라서 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 14 - 2 = 12$ 이다.

15. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하자. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P \subset Q$

② $P^c \subset Q$

③ $Q \subset P^c$

④ $P \cup Q^c = U$

⑤ $P^c \cap Q^c = \emptyset$

해설

명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참이므로

$$P \subset Q^c$$

$$\Leftrightarrow (Q^c)^c \subset P^c$$

$$\Leftrightarrow Q \subset P^c$$

16. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 $\{1, 3\} \cap X = \emptyset$ 를 만족하는 A 의 진부분집합 X 의 개수는?

① 7 개

② 15 개

③ 16 개

④ 31 개

⑤ 32 개

해설

집합 X 가 원소 1, 3 을 포함하지 않으므로 A 의 진부분집합 X 의 개수는 $\{2, 4, 5, 6\}$ 의 부분집합의 개수를 구하면 된다.

$\therefore 2^4 = 16$ (2^n : 부분집합의 개수, n : 원소의 개수)

따라서, 진부분집합은 $16 - 1 = 15$ (개)이다.

17. x, y, z 가 실수일 때, 조건 $(x-y)^2 + (y-z)^2 = 0$ 의 부정과 동치인 것은?

① $(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$

② x, y, z 는 서로 다르다.

③ $x \neq y$ 이고 $y \neq z$

④ $(x-y)(y-z)(z-x) > 0$

⑤ x, y, z 중에 적어도 서로 다른 것이 있다.

해설

$(x-y)^2 + (y-z)^2 = 0$ 이면 $x = y = z$ 이므로 이것의 부정은
 $x \neq y$ 또는 $y \neq z$ 또는 $z \neq x$

즉, x, y, z 중에 적어도 서로 다른 것이 있다.

18. 다음 명제의 참, 거짓을 써라. (단, x, y 는 실수)
' $xy \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.'

▶ 답 :

▷ 정답 : 참

해설

대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

대우 : $x = 0, y = 0 \Rightarrow xy = 0$ (참)

19. 다음 중 명제 「 $x + y \geq 2$ 이고 $xy \geq 1$ 이면, $x \geq 1$ 이고 $y \geq 1$ 이다.」가 거짓임을 보이는 반례는?

① $x = 1, y = \frac{1}{2}$

② $x = 100, y = \frac{1}{2}$

③ $x = 1, y = 1$

④ $x = 2, y = 4$

⑤ $x = -1, y = -5$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것을 고르면 된다.
따라서 ②가 올바른 반례이다

20. 두 조건 $p : |x - 2| \leq h$, $q : |x + 1| \leq 7$ 에 대하여 ‘ p 이면 q 이다.’가 참이 되도록 하는 h 의 최댓값을 구하여라. (단, $h \geq 0$)

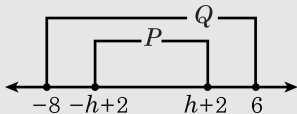
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$p : 2 - h \leq x \leq 2 + h$$

$$q : -8 \leq x \leq 6$$



$$-h + 2 \geq -8 \leftrightarrow h \leq 10, \quad h + 2 \leq 6 \leftrightarrow h \leq 4$$

$$\therefore h \leq 4$$

$\therefore h$ 의 최댓값은 4

21. 두 조건 $p : x^2 - ax - 6 > 0$, $q : x^2 + 2x - 3 \neq 0$ 에 대하여 $p \rightarrow q$ 가 참일 때 a 의 최댓값, 최솟값의 합은?

① -7

② -6

③ -5

④ -4

⑤ -3

해설

$p \rightarrow q$ 는 $\sim q \rightarrow \sim p$ 와 동치임을 이용

$\therefore x^2 + 2x - 3 = 0$ 이면 $x^2 - ax - 6 \leq 0$ 이다.

$$x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0,$$

$x = -3, 1$ 이면 $x^2 - ax - 6 \leq 0$ 이다.

$$1) x = -3 : 9 + 3a - 6 \leq 0 \rightarrow a \leq -1$$

$$2) x = 1 : 1 - a - 6 \leq 0 \rightarrow a \geq -5$$

$$\therefore -5 \leq a \leq -1$$

따라서, $-5 + (-1) = -6$

22. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $\sim q \rightarrow \sim p$

② $p \rightarrow r$

③ $q \rightarrow r$

④ $\sim r \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim p \rightarrow \sim r$

해설

① 명제 $p \rightarrow q$ 참이므로 대우인 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참

②, ③ 명제 $\sim r \rightarrow \sim q$ 참이므로 대우인 ③ $q \rightarrow r$ 도 참이고, $p \rightarrow q$ 와 $q \rightarrow r$ 로부터 ② $p \rightarrow r$ 도 참이다.

④ $p \rightarrow r$ 이 참이므로 대우인 $\sim r \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

⑤ 명제 $p \rightarrow r$ 이 참이라고 해도 이인 $\sim p \rightarrow \sim r$ 은 반드시 참이라고는 할 수 없다.

23. $x \leq -2$ 또는 $0 < x \leq 3$ 이기 위한 필요조건이 $x \leq a$ 이고, 충분조건이 $x \leq b$ 일 때, a 의 최솟값을 m , b 의 최댓값을 M 이라 할 때, $m + M$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

문제에서 주어진 조건에 의하여 $\{x \mid x \leq b\} \subset \{x \mid x \leq -2 \text{ 또는 } 0 < x \leq 3\} \subset \{x \mid x \leq a\}$ 가 되어야 하므로

$$\therefore a \geq 3, b \leq -2$$

따라서 a 의 최솟값은 3, b 의 최댓값은 -2이다.

$$\therefore m + M = 3 + (-2) = 1$$

24. $(1+a)(1+b)(1+c) = 8$ 인 양수 a, b, c 에 대하여 $abc \leq 1$ 임을 다음과 같이 증명하였다.

증명

$(1+a)(1+b)(1+c) = 8$ 을 전개하면

$$1 + (a+b+c) + (ab+bc+ca) + abc = 8$$

이때, $a > 0, b > 0, c > 0$ 이므로 산술평균, 기하평균의 관계를 이용하면

$$a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc}$$

(단, 등호는 $a=b=c$ 일 때 성립)

$$ab+bc+ca \geq 3([가])$$

(단, 등호는 $a=b=c$ 일 때 성립)

$$\therefore S \geq 1 + 3\sqrt[3]{abc} + 3(\sqrt[3]{abc})^2 + abc$$

$$= (1 + \sqrt[3]{abc})^3$$

$$\text{따라서 } 3\sqrt[3]{abc} + 1 \leq 2, \quad abc \leq 1$$

(단, 등호는 ([나]) 일 때 성립)

위의 증명에서 [가], [나], [다]에 알맞은 것을 순서대로 적으면 ?

- ① $abc, a=b=c=1$ ② $\sqrt[3]{abc}, a=2$ 이고 $b=c$
 ③ $(\sqrt[3]{abc})^2, a=b=c=1$ ④ $abc, a=b$ 이고 $c=2$
 ⑤ $(\sqrt[3]{abc})^2, a=b=c=2$

해설

$(1+a)(1+b)(1+c) = 8$ 을 전개하면

$$1 + (a+b+c) + (ab+bc+ca) + abc = 8$$

이 때 $a > 0, b > 0, c > 0$ 이므로

산술평균, 기하평균의 관계를 이용하면

$$a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc}$$

(단, 등호는 $a=b=c$ 일 때 성립)

$$ab+bc+ca \geq 3(\sqrt[3]{abc})^2$$

(단, 등호는 $a=b=c$ 일 때 성립)

$$\therefore 8 \geq 1 + 3\sqrt[3]{abc} + 3(\sqrt[3]{abc})^2 + abc$$

$$= (1 + \sqrt[3]{abc})^3$$

$$\text{따라서 } 3\sqrt[3]{abc} + 1 \leq 2, \quad abc \leq 1$$

(단, 등호는 $a=b=c=1$ 일 때 성립)

25. $x > 0, y > 0$ 일 때, $4x + y + \frac{1}{\sqrt{xy}}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x > 0, y > 0$ 일 때 $4x + y \geq 2\sqrt{4xy}$ 이므로

$$\begin{aligned} 4x + y + \frac{1}{\sqrt{xy}} &\geq 2\sqrt{4xy} + \frac{1}{\sqrt{xy}} \\ &\geq 2\sqrt{4\sqrt{xy} \cdot \frac{1}{\sqrt{xy}}} = 4 \end{aligned}$$

$\therefore 4x + y + \frac{1}{\sqrt{xy}} \geq 4$, 최솟값 4