

1. 함수 $y = \frac{2}{x+3} - 4$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -7

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 7

해설

점근선이 $x = -3, y = -4$ 이므로 $a - b = 1$

2. $y = \frac{3x-1}{x-1}$ 의 점근선의 방정식은 $x=1, y=a$ 이다. a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ -1

⑤ -2

해설

$$y = \frac{3(x-1)+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 3$$

따라서 점근선의 방정식이 $x=1, y=3$ 이므로
 $a=3$

3. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a$, $y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서}$$

$$\text{점근선은 } x = -1, y = 3$$

$$a = -1, b = 3$$

$$a + b = 2$$

4. 다음 중 평행이동 또는 대칭이동에 의하여 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 없는 것은?

① $y = -\sqrt{1-x} + 1$

② $y = \sqrt{x} - 1$

③ $y = \sqrt{x-1} + 3$

④ $y = -\sqrt{-x+2} + 2$

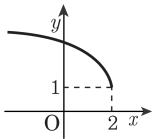
⑤ $y = \sqrt{-2x+1} - 1$

해설

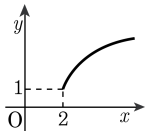
⑤ $y = \sqrt{ax+b} + c$ 에서 a 의 계수가 다르면
평행이동 또는 대칭이동에 의해 겹쳐지지 않는다.

5. 함수 $y = 2\sqrt{-3x+6} + 1$ 의 그래프는?

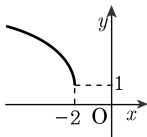
①



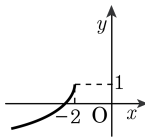
②



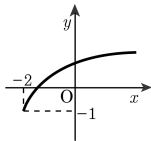
③



④



⑤



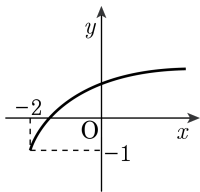
해설

$$y = 2\sqrt{-3(x-2)} + 1$$

$\Rightarrow$ 꼭짓점 : (2, 1)

정의역 : $x \leq 2$, 치역 : $y \geq 1$

6. 다음 그래프는 $y = \sqrt{x}$ 의 그래프를 평행 이동한 것이다. 이 그래프의 함수는?



① $y = \sqrt{x-2} + 1$

② $y = \sqrt{x-2} - 1$

③ $y = \sqrt{x+2} + 1$

④ $y = \sqrt{x+2} - 1$

⑤ $y = -\sqrt{x-2} - 1$

해설

x 축으로 -2만큼

y 축으로 -1만큼 평행이동했으므로

x 대신 $x+2$, y 대신 $y+1$ 을 대입하면

$$y = \sqrt{x+2} - 1$$

7. 함수 $y = \frac{x+3}{x-3}$ 은 $y = \frac{6}{x}$ 을 x 축, y 축의 방향으로 각각 m , n 만큼 평행이동한 것이다. $m+n$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$$

$y = \frac{6}{x}$ 의 그래프를

x 축으로 3, y 축으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

따라서 $m = 3$, $n = 1$

$$m + n = 4$$

8. 다음 함수 중 그 그래프를 평행이동시켰을 때, 함수 $y = \frac{2x^2}{x+1}$ 의 그래프와 일치하는 것은?

① $y = \frac{1}{x}$

② $y = \frac{2}{x}$

③ $y = x + \frac{1}{x}$

④ $y = x + \frac{2}{x}$

⑤ $y = 2x + \frac{2}{x}$

해설

$$2x^2 = (x+1)(2x-2) + 2 \text{ 이므로}$$

$$y = \frac{2x^2}{x+1} = (2x-2) + \frac{2}{x+1}$$

$$= 2(x+1) + \frac{2}{x+1} - 4$$

$$\therefore y+4 = 2(x+1) + \frac{2}{x+1}$$

이것은 $y = 2x + \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축

방향으로 -1 , y 축 방향으로 -4 만큼 이동한 것이다.

9. $y = \sqrt{4x - 12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α , y 축으로 β 만큼 평행이동한 것이다. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼
평행이동한 그래프의 함수이다.
즉, $\alpha = 3$, $\beta = 5$
 $\therefore \alpha + \beta = 8$

10. 다음 중 무리함수 $y = \sqrt{-3x+1} + \sqrt{-12x}$ 의 정의역과 치역을 차례대로 나타낸 것을 고르면?

① $\{x \mid x \geq 0\}, \{y \mid y \geq 1\}$

② $\{x \mid x \leq 0\}, \{y \mid y \geq 1\}$

③ $\{x \mid x \geq 1\}, \{y \mid y \leq 0\}$

④ $\{x \mid x \leq 1\}, \{y \mid y \geq 0\}$

⑤ $\{x \mid x \leq 0\}, \{y \mid y \leq 1\}$

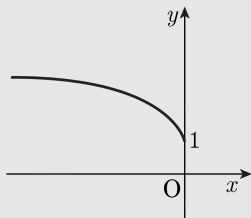
해설

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{-3x+1} + \sqrt{-12x} \\ &= \sqrt{-3x+1} + 2\sqrt{(-3x) \cdot 1} \\ &= \sqrt{-3x+1} \end{aligned}$$

따라서 그래프를 그리면 다음 그림과 같다.

$\therefore$ 정의역 : $\{x \mid x \leq 0\}$,

치역 : $\{y \mid y \geq 1\}$



11. $f : (x, y) \rightarrow (x - 2, y + 1)$, $g : (x, y) \rightarrow (-x, -y)$ 일 때, 곡선 $y = \sqrt{-x + 2} + 1$ 이 $g \circ f$ 에 의하여 변환된 곡선의 방정식은?

① $y = \sqrt{x - 2} - 1$

② $y = \sqrt{-x - 4} + 2$

③ $y = -\sqrt{x} - 2$

④ $y = -\sqrt{x} + 2$

⑤ $y = -\sqrt{x - 2}$

해설

$y = \sqrt{-x + 2} + 1$ 은 f 에 의하여

$$y - 1 = \sqrt{-(x + 2) + 2} + 1$$

$$\therefore y = \sqrt{-x} + 2$$

다시 g 에 의하여 $-y = \sqrt{-(-x)} + 2$

$$\therefore y = -\sqrt{x} - 2$$

12. 함수 $y = \sqrt{x-1} + 2$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때 $g(3)$ 의 값은?

① 3

② 2

③ 0

④ $2 + \sqrt{2}$

⑤ 4

해설

$$y = \sqrt{x-1} + 2 \text{에서}$$

$$y - 2 = \sqrt{x-1} \text{ 이 식의 양변을 제곱하면}$$

$$y^2 - 4y + 4 = x - 1$$

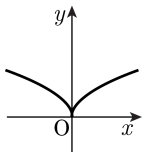
$$x = y^2 - 4y + 4 + 1$$

$$\text{따라서 } g(x) = x^2 - 4x + 5 \quad (x \geq 2) \text{ 이므로}$$

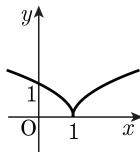
$$g(3) = 3^2 - 4 \cdot 3 + 5 = 9 - 12 + 5 = 2$$

13. 다음 중 함수 $y = \sqrt{|x+1|}$ 의 그래프를 구하면?

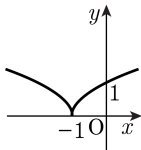
①



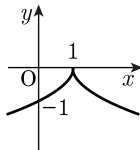
②



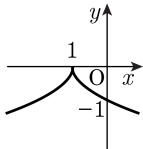
③



④



⑤



해설

$x \geq -1$ 이면 $y = \sqrt{x+1}$

$x < -1$ 이면 $y = \sqrt{-x-1}$ 이므로

3번이 정답임.

14. 분수함수 $y = \frac{x+b}{ax+1}$ 의 그래프의 점근선 중 하나가 $x = -1$ 이고 점 $(1, 2)$ 를 지난다고 한다. 이 분수함수의 정의역이 $\{x \mid -3 \leq x < -1$ 또는 $-1 < x \leq 1\}$ 일 때, 치역을 구하면? (단, a, b 는 상수)

① $\{y \mid y < 0$ 또는 $y > 2\}$

② $\{y \mid y \leq 0$ 또는 $y \geq 2\}$

③ $\{y \mid 0 \leq y \leq 2\}$

④ $\{y \mid y < 1$ 또는 $1 < y \leq 2\}$

⑤ $\{y \mid y < 1$ 또는 $y \geq 2\}$

해설

분수함수 $y = \frac{x+b}{ax+1}$ 의 그래프의

점근선 중 하나가 $x = -1$ 이므로

$$x = -\frac{1}{a} = -1$$

$$\therefore a = 1$$

따라서, 주어진 분수함수는 $y = \frac{x+b}{x+1}$

이고

이 함수의 그래프가 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$$2 = \frac{1+b}{1+1} \quad \therefore b = 3$$

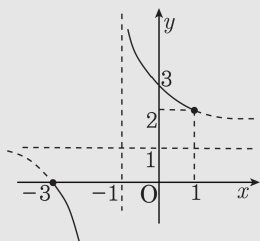
$$\therefore y = \frac{x+3}{x+1}$$

따라서 $-3 \leq x < -1$ 또는 $-1 < x \leq 1$ 에서

$$y = \frac{x+3}{x+1} = \frac{2}{x+1} + 1 \text{ 의 그래프는}$$

다음 그림과 같으므로 구하는 치역은

$$\{y \mid y \leq 0 \text{ 또는 } y \geq 2\}$$



15. 함수 $f(x) = \frac{bx+c}{x+d}$ 의 점근선은 $x = -2$, $y = 4$ 이고, 점 $(3, 1)$ 을 지난다고 한다. 이 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$f(x) = \frac{bx+c}{x+d} \text{에 대하여}$$

$$\text{점근선이 } x = -2 \text{ 이므로 } f(x) = \frac{bx+c}{x+2}$$

$$\text{점근선이 } y = 4 \text{ 이므로 } f(x) = \frac{4x+c}{x+2}$$

이것이 점 $(3, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{12+c}{3+2}$$

$$\therefore c = -7$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{4x-7}{x+2} \text{ 이므로}$$

$$f(1) = \frac{-3}{3} = -1$$

16. 두 함수 $y = \frac{1}{x-1} + 1$, $y = m(x-1) + 1$ 의 그래프가 만날 때, 다음 중 m 의 값이 될 수 있는 것을 고르면?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

분수함수 $y = \frac{1}{x-1} + 1$ 의 그래프는

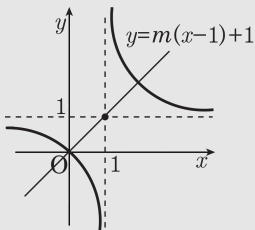
점근선이 $x = 1$, $y = 1$ 이고,

점 $(0, 0)$ 을 지난다.

$y = m(x-1) + 1$ 의 그래프는 점 $(1, 1)$ 을
지나는 직선이므로 두 함수가 만나기 위한
실수 m 의 값의 범위는

다음 그림에서 $m > 0$ 이다.

따라서, 보기 중 m 의 값이 될 수 있는 것은
⑤이다.



17. 무리함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 두 점 $(2, 2)$, $(3, 6)$ 을 잇는 선분과 만나도록 하는 정수 k 의 개수를 구하여라.



답:

개



정답: 11 개

해설

함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 $(2, 2)$ 를 지날 때

$$2 = \sqrt{2k}, \quad 2k = 4$$

$$\therefore k = 2$$

또, 함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 $(3, 6)$ 을 지날 때

$$6 = \sqrt{3k}, \quad 3k = 36$$

$$\therefore k = 12$$

따라서 구하는 실수 k 의 값의 범위는

$$2 \leq k \leq 12 \text{ 이므로}$$

정수 k 는 2, 3, 4, $\dots$, 12 의 11 개다.

18. 함수 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 에 대하여 다음 보기중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $f(-x) = \frac{1}{f(x)}$

㉡ $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$

㉢ $f^{-1}(x) = f(x)$ (단 f^{-1} 는 f 의 역함수)

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned}\text{㉠ } f(-x) &= \frac{-x+1}{-x-1} = \frac{x-1}{x+1} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{1}{f(x)}\end{aligned}$$

$$\text{㉡ } f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x}+1}{\frac{1}{x}-1} = \frac{1+x}{1-x} \neq f(x)$$

$$\text{㉢ } f^{-1}(x) = \frac{x+1}{x-1} = f(x)$$

따라서 ㉠, ㉢

19. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+3} - 1$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점 P의 좌표를 구하면?

① $(1, -2)$

② $(-3, -1)$

③ $(1, 1)$

④ $(-2, -2)$

⑤ $(1, 1), (-2, -2)$

해설

$f(x)$ 와 $f^{-1}(x)$ 의 교점의 x 좌표는

$f(x) = x$ 의 해와 같다. $\sqrt{x+3} - 1 = x$ 에서

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x = 1, -2$$

$$x = 1 (\because x \geq -1)$$

$$\therefore P = (1, 1)$$

20. 실수 x, y 가 $1 \leq y \leq \sqrt{x-1} + 1$ 을 만족시킬 때, $\frac{y-2}{x+1}$ 의 최댓값을 a 과 최솟값을 b 라 할 때, $2a - b$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{\sqrt{3}}{2}$

③ 1

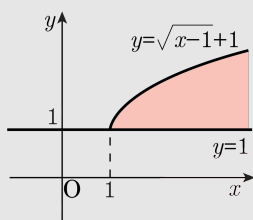
④ $\sqrt{3}$

⑤ 2

해설

$1 \leq y \leq \sqrt{x-1} + 1$ 을 만족시키는 영역은

다음 그림의 색칠된 부분 (경계선 포함) 과 같다.



$$\frac{y-2}{x+1} = k \quad (k \text{ 는 상수}) \text{ 로 놓으면}$$

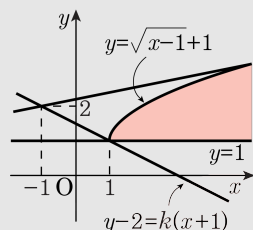
$$y - 2 = k(x + 1) \cdots \textcircled{1} \text{ 이므로}$$

①은 k 의 값에 관계없이 점 $(-1, 2)$ 를 지난다.

(i) ①이 함수

$$y = \sqrt{x-1} + 1 \text{ 의 그래프에 접할 때,}$$

$$kx + k + 2 = \sqrt{x-1} + 1 \text{ 에서 } kx + k + 1 = \sqrt{x-1}$$



양변을 제곱하여 정리하면

$$k^2 x^2 + (2k^2 + 2k - 1)x + k^2 + 2k + 2 = 0,$$

$$D = 0 \text{ 이므로 } 8k^2 + 4k - 1 = 0$$

$$\therefore k = \frac{-2 + 2\sqrt{3}}{8} = \frac{-1 + \sqrt{3}}{4} \quad (\because k > 0)$$

(ii) ①이 점 $(1, 1)$ 을 지날 때, $-1 = k \cdot 2$

$$\therefore k = -\frac{1}{2}$$

$$(i), (ii) \text{ 에서 } \frac{y-2}{x+1} \text{ 의 최댓값 } a = \frac{-1 + \sqrt{3}}{4},$$

$$\text{최솟값 } b = -\frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$\therefore 2a - b = \frac{\sqrt{3}}{2}$$