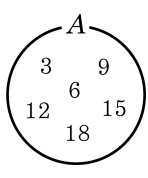


1. 다음 벤 다이어그램의 집합 A 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳은 것은?



- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$
② $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
③ $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 약수}\}$
④ $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

해설

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이므로 조건제시법으로 나타내면 $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 이다.

2. 다음 중 무한집합을 모두 골라라.

- ㉠

$A = \{x \mid x \text{는 아시아에 속하는 국가}\}$
- ㉡

$B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{보다 큰 자연수}\}$
- ㉢

$C = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이상의 자연수}\}$
- ㉣

$D = \{x \mid x \text{는 방위의 종류}\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉠

$A = \{\text{대한민국, 일본, 중국, } \dots, \text{싱가포르}\}$: 유한집합
- ㉡

$B = \{100, 101, 102, \dots\}$: 무한집합
- ㉢

$C = \{20, 21, 22, 23, 24, \dots\}$: 무한집합
- ㉣

$D = \{\text{동, 서, 남, 북}\}$: 유한집합

3. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 골라라.

보기

- ㉠ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$ 일 때, $n(A) = 2$
- ㉡ $B = \{x \mid x \text{는 } 27 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(B) = 4$
- ㉢ $n(\phi) = 1$
- ㉤ $C = \{x \mid x \text{는 두 자리 자연수}\}$ 이면, $n(C) = 90$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ $\{4, 8\}$ 이므로 $n(A) = 2$ 이다.
- ㉡ $\{1, 3, 9, 27\}$ 이므로 $n(B) = 4$ 이다.
- ㉢ 공집합은 원소의 개수가 없다. 그러므로 $n(\phi) = 0$ 이다.
- ㉤ $\{10, 11, 12, \dots, 99\}$ 이므로 $n(C) = 99 - 9 = 90$ 이다.

4. 집합 $A = \{x, y\}$ 의 부분집합의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$A = \{x, y\}$ 이므로 A 의 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2를 곱한 값과 같다.
따라서 $2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

5. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 약수}\}$ 에서 집합 B 의 원소를 포함하는 A 의 부분집합을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 3\}$

▷ 정답 : $\{1, 2, 3\}$

해설

집합 B 를 원소나열법으로 나타내면 $B = \{1, 2, 4\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합 중 1, 3을 원소로 포함하는 부분집합을 구하면 $\{1, 3\}, \{1, 2, 3\}$ 이다.

7. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$A = B$ 이면 두 집합의 모든 원소가 같다. 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면,

$A = \{2, 4, 6, 8, \dots\} = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\} = B$ 이다. 따라서 $a = 2$ 이다.

8. 다음 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 를 구한 것이다. 빈 칸에 들어갈 알맞은 원소를 차례대로 쓴 것을 골라라.
- $A = \{x|x \text{는 알파벳의 모임}\}$
 $B = \{x|x \text{는 단어 } apple \text{에 들어 있는 모임}\}$
 $A \cap B = \{a, \square\}$
 $A \cup B = \{a, e, i, l, \square, o, u\}$

① e, p ② l, p ③ o, u ④ e, o ⑤ p, e

해설

$A = \{a, e, i, o, u\}, \quad B = \{a, e, l, p\}$
 $A \cap B = \{a, e\}, \quad A \cup B = \{a, e, i, l, p, o, u\}$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 12$, $n(A \cup B) = 16$, $n(A \cap B) = 5$ 일 때, $n(B)$ 의 값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$n(B) = n(A \cup B) - n(A) + n(A \cap B)$$

$$= 16 - 12 + 5 = 9$$

$$\therefore n(B) = 9$$

10. 전체 집합 U 의 부분집합 A, B 의 원소의 개수가 다음 표와 같을 때, ㉠~㉤의 원소의 개수를 차례대로 구하여라.

집합	원소의 개수
U	53
B	28
A	16
$A \cap B$	8
B^c	㉠
$A \cup B$	㉡
$A \cap B^c$	㉢
$A \cup B^c$	㉣

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠ 25

▷ 정답 : ㉡ 36

▷ 정답 : ㉢ 8

▷ 정답 : ㉣ 33

해설

$$\begin{aligned}n(B^c) &= n(U) - n(B) = 25 \\n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 36 \\n(A \cap B^c) &= n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 8 \\n(A \cup B^c) &= n(A) + n(B^c) - n(A \cap B^c) = 33\end{aligned}$$

11. 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 4 의 배수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $10 \in A$

② $14 \in A$

③ $16 \notin A$

④ $18 \notin A$

⑤ $20 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 12, 16 이므로 $18 \notin A$ 이다.

12. 집합 $A = \{0, 1, \emptyset, \{0, 1\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $0 \subset A$

② $\emptyset \in A$

③ $\emptyset \subset A$

④ $\{0, 1\} \in A$

⑤ $\{0, 1\} \subset A$

해설

0은 A 의 원소이므로 기호 $\in$ 를 사용해야 한다.

13. 다음 <보기> 중 옳은 것은 모두 고르시오.

보기

- ☐ ㉠ $\{0\} \subset \{0\}$
- ☐ ㉡ $0 \notin \emptyset$
- ☐ ㉢ $\{0\} \subset \emptyset$
- ☐ ㉣ $\emptyset \in \{\emptyset, 0\}$
- ☐ ㉤ $\{a\} \subset \{a, b\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉤

해설

- ☐ ㉡ $0 \notin \emptyset$
- ☐ ㉢ $\{0\} \not\subset \emptyset$

14. 집합 $X = \{x \mid x \text{는 } 4\text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 그 원소의 개수가 1개인 것의 개수와 원소의 개수가 2개인 것의 개수의 합을 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 6개

해설

$$X = \{1, 2, 3\}$$

원소의 개수가 1 개인 X 의 부분집합 :

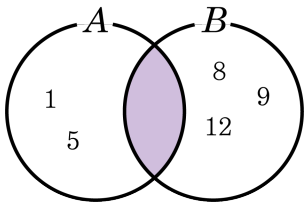
$\{1\}, \{2\}, \{3\}$

원소의 개수가 2 개인 X 의 부분집합 :

 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$

따라서 $3 + 3 = 6$

15. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 12\}$ 일 때. 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

색칠한 부분은 집합 A 와 집합 B 의 공통 부분인 교집합에 해당한다.

$A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 12\}$ 이므로 벤 다이어그램에 표시되어 있지 않은 원소를 말한다.

그러므로 색칠한 부분의 원소는 3, 7 이다.

원소의 개수는 2 개이다.

16. 전체집합 $U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 의 두 부분집합 $A = \{3, 6, 15\}$, $B = \{3, 6, 9, 12\}$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

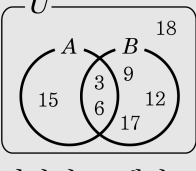
보기

- $\textcircled{1} \ A^c = \{9, 12, 18\}$
- $\textcircled{2} \ B^c = \{15\}$
- $\textcircled{3} \ A \cup B^c = \{3, 6, 15, 18\}$

- $\textcircled{1} \ \textcircled{1}$
- $\textcircled{2} \ \textcircled{2}$
- $\textcircled{3} \ \textcircled{1}, \textcircled{3}$
- $\textcircled{4} \ \textcircled{2}, \textcircled{3}$
- $\textcircled{5} \ \textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$

해설

벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



따라서 $\textcircled{2}$ 에서 $B^c = \{15, 18\}$ 이므로 옳은 것은 $\textcircled{1}, \textcircled{3}$ 이다.

17. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 6\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A - (A \cap B)$ 는?

- ① $\{1\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{1, 3\}$ ④ $\{3, 5\}$ ⑤ $\{1, 5\}$

해설

$A - (A \cap B) = A - B = \{1, 3, 5, 6\} - \{5, 6\} = \{1, 3\}$ 이다.

18. 다음 중 $A \cap (A - B)^c$ 과 같은 집합은?

- ① A ② B ③ $A \cap B$ ④ $A \cup B$ ⑤ $A - B$

해설

$$\begin{aligned} A \cap (A - B)^c &= A \cap (A \cap B^c)^c \\ &= A \cap (A^c \cup B) \\ &= (A \cap A^c) \cup (A \cap B) \\ &= \emptyset \cup (A \cap B) \\ &= A \cap B \end{aligned}$$

19. 조건 $x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은?

① $x < 1$ 그리고 $x > 2$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \geq 1$ 또는 $x \leq 2$

④ $x \leq 1$ 그리고 $x \geq 2$

⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

$x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은 $1 \leq x \leq 2$ 이다.

20. 명제 ‘ x 가 소수이면 x 는 홀수이다.’는 거짓이다. 다음 중 반례로 알맞은 것은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$x = 2$ 인 경우에는 소수이지만 짝수이다.

21. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 $|a| + |b| \geq 0, |a + b| \geq 0$ 임을 증명하는 과정이다. [가]~[라] 에 알맞은 것을 바르게 나타낸 것은?

$$\begin{aligned} &|a| + |b| \geq 0, |a + b| \geq 0 \text{ 이므로 } (|a| + |b|)^2, |a + b|^2 \text{ 의 대소를} \\ &\text{비교하면 된다.} \\ &(|a| + |b|)^2 - |a + b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a + b)^2 \\ &= a^2 + [\text{가}] + b^2 - (a^2 + [\text{나}] + b^2) \\ &= 2([\text{다}]) \geq 0 \\ &(\text{단, 등호는 } [\text{라}] \geq 0 \text{ 일때 성립}) \end{aligned}$$

- ① 가: $|ab|$, 나: ab , 다: $2|ab| - 2ab$, 라: ab

② 가: $|ab|$, 나: ab , 다: $2|ab| - 2ab$, 라: $2ab$

③ 가: $2|ab|$, 나: $2ab$, 다: $|ab| - ab$, 라: ab

④ 가: $2|ab|$, 나: $2ab$, 다: $2|ab| - 2ab$, 라: ab

⑤ 가: $2|ab|$, 나: $2ab$, 다: $2|ab| - 2ab$, 라: $2ab$

해설

$$\begin{aligned} &(|a| + |b|)^2 - |a + b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a + b)^2 \\ &= a^2 + 2|ab| + b^2 - (a^2 + 2ab + b^2) \\ &= 2(|ab| - ab) \geq 0 \\ &(\text{단, 등호는 } ab \geq 0 \text{ 일때 성립}) \end{aligned}$$

22. 두 집합 $X = \{-2, -1, 0\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 Y 로의 함수가 아닌 것은 무엇인가?
- ① $f(x) = 1 - x$ ② $f(x) = |x| + 1$
 ③ $f(x) = x^2 + x + 1$ ④ $f(x) = x^3 + 2$
 ⑤ $f(x) = |x^2 + x| + 1$

해설

각 대응을 그림으로 나타내면 다음과 같다.

①

X

Y

-2

-1

0

1

2

3

-2 → 1

-1 → 2

0 → 3

②

X

Y

-2

-1

0

1

2

3

-2 → 1

-1 → 2

0 → 3

③

X

Y

-2

-1

0

1

2

3

-2 → 1

-1 → 2

0 → 3

④

X

Y

-2

-1

0

1

2

3

-2 → 1

-1 → 2

0 → 2

⑤

X

Y

-2

-1

0

1

2

3

-2 → 1

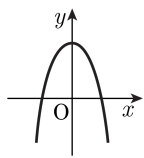
-1 → 2

0 → 3

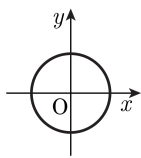
따라서 함수가 아닌 것은 ④ 이다.

23. 다음 중 함수의 그래프인 것은?

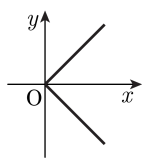
①



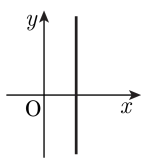
②



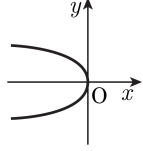
③



④



⑤



해설

함수는 하나의 x 값에 여러 개의 y 값이 대응될 수 없다.

24. 함수 $f(x)$ 는 임의의 두 실수 a, b 에 대하여 $f(a+b) = f(a) + f(b)$ 를 만족시킨다. 이러한 함수를 다음에서 고르면?

- ① $f(x) = |x|$
- ② $f(x) = -x^2$
- ③ $f(x) = 3x$
- ④ $f(x) = 2x + 3$
- ⑤ $f(x) = x^3 + 3x$

해설

- ① $f(a+b) = |a+b|$
 $f(a) + f(b) = |a| + |b|$
이 때 $|a+b| \leq |a| + |b|$
- ② $f(a+b) = -(a+b)^2 = -a^2 - 2ab - b^2$
 $f(a) + f(b) = -a^2 - b^2$
- ③ $f(a+b) = 3(a+b) = 3a + 3b = f(a) + f(b)$
- ④ $f(a+b) = 2(a+b) + 3$
 $f(a) + f(b) = 2a + 3 + 2b + 3 = 2(a+b) + 6$
- ⑤ $f(a+b) = (a+b)^3 + 3(a+b)$
 $ = (a+b)(a^2 + 2ab + b^2 + 3)$
 $f(a) + f(b) = a^3 + 3a + b^3 + 3b$
 $ = a^3 + b^3 + 3(a+b)$
 $ = (a+b)(a^2 - ab + b^2 + 3)$

25. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중에서 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때, $f(x_1) \neq f(x_2)$ 인 함수는 몇 개인가?

- ① 15개
- ② 60개
- ③ 120개
- ④ 125개
- ⑤ 243개

해설

「 $x_1 \neq x_2$ 일 때, $f(x_1) \neq f(x_2)$ 」는 일대일 함수를 의미한다.
즉, $X = \{1, 2, 3\}$ 이고
 $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로
일대일 함수는 $5 \times 4 \times 3 = 60$ (개)

26. 실수전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 f 는 항등함수이고 $g(x) = -3(x$ 는 실수) 일 때, $f(2) + g(4)$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

f 는 항등함수이므로 $f(x) = x$

$\therefore f(2) = 2$

모든 실수 x 에 대하여

$g(x) = -3$ 이므로 g 는 상수함수이다.

$\therefore g(4) = -3$

$\therefore f(2) + g(4) = 2 + (-3) = -1$ 이다.

27. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 8 개

▷ 정답 : 8 개

해설

1이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
2가 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
3이 대응할 수 있는 원소는 1, 2의 2가지
따라서 X 에서 Y 로의 함수의 개수는
 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

28. 두 집합 A, B 에 대하여 $B \cap A = B$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① $B \subset (B \cap A)$

② $B \subset A$
- ③ $A \cup B = A$

④ $(A \cap B) \cap (B \cup A) = A$
- ⑤ $(B \cup A) \cap (A \cap B) = A$

해설

- $B \cap A = B$ 이면 $B \subset A$ 이다.
- ③ $B \subset A$ 이므로 $A \cup B = A$
- ④ $(A \cap B) \cap (B \cup A) = B \cap A = B$ 이므로 옳지 않다.
- ⑤ $(B \cup A) \cap (A \cap B) = A \cap B = B$ 이므로 옳지 않다.

29. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 원소 x, y 에 대하여 다음 명제 중 거짓인 것은?

- ① 어떤 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 = 5$ 이다.
- ② 어떤 x, y 에 대하여 $x + y \leq 5$ 이다.
- ③ 모든 x 에 대하여 $x - 1 < 5$ 이다.
- ④ 어떤 x 에 대하여 $x^2 - 1 \leq 0$ 이다.
- ⑤ 모든 x 에 대하여 $|x - x^2| \geq 5$ 이다.

해설

⑤ (반례) $x = 1$ 인 경우 $|1 - 1| = 0$ 이므로 거짓이다.

30. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 명제 $p \Rightarrow \sim q, q \Rightarrow r, s \Rightarrow q$ 일 때, 보기 중 참인 명제의 개수는?

㉠ $q \Rightarrow p$	㉡ $s \Rightarrow r$	㉢ $r \Rightarrow s$
㉤ $p \Rightarrow \sim s$	㉥ $q \Rightarrow \sim p$	㉦ $\sim r \Rightarrow \sim q$
㉧ $s \Rightarrow \sim p$		

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

㉡, ㉤, ㉥, ㉦, ㉧이 참이다.
 $p \Rightarrow \sim q, q \Rightarrow r, s \Rightarrow q$ 이므로
그 각각의 대우도 참이다.
 $\therefore q \Rightarrow \sim p, \sim r \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow \sim s$
 $p \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow \sim s$ 이므로
 $\therefore p \Rightarrow \sim s, s \Rightarrow \sim p$
 $s \Rightarrow q, q \Rightarrow r$ 이므로
 $\therefore s \Rightarrow r$

31. 자연수 n 에 대하여 n^2 이 짝수이면 n 도 짝수임을 증명하는 과정이다.
빈 칸 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례로 쓰면?

주어진 명제의 (가)을(를) 구하여 보면
(가) : ' n 이 홀수이면 n^2 도 홀수이다.'
이 때, n 이 홀수이므로
 $n = (나)(k$ 는 0 또는 자연수)
이 때, $n^2 = (나)^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1$
여기에서 $2(2k^2 + 2k)$ 는 (다)이므로 n^2 은 홀수이다.
∴ (가)가(이) 참이므로 주어진 명제도 참이다.

- ① 역, $2k + 1, 0$ 또는 짝수 ② 이, $2k - 1, 홀수$
- ③ 대우, $2k + 1, 0$ 또는 짝수 ④ 대우, $2k - 1, 0$ 또는 홀수
- ⑤ 역, $2k + 1, 0$ 또는 홀수

해설

주어진 증명과정은 '명제가 참이면 그 대우도 참이다'라는 성질을 이용한 것이므로
∴ (가) : 대우
 n 이 홀수이므로 ∴ (나) : $2k + 1$
 $2(2k^2 + 2k)$ 는 $2 \times (정수)$ 의 형태이므로
∴ (다) : 0 또는 짝수

- 32.** 다음 ()에 『필요, 충분, 필요충분』 중에서 알맞은 것을 차례대로 써 넣어라.

$x = 2$ 는 $x^2 = 4$ 이기 위한 ()조건이다. 평행사변형은 직사각형이기 위한 ()조건이다.

▶ 답: 조건

▶ 답: 조건

▷ 정답: 충분조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$x = 2$ 는 $x^2 = 4$ 이기 위한 충분 조건이다. 평행사변형은 직사각형이기 위한 필요 조건이다.

33. 다음 보기중 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은 모두 몇 개인가?(단, a, b 는 실수, n 은 자연수이다.)

보기

- ㉠ $p : a = 0$ 이고 $b = 0, q : a^2 + b^2 = 0$
- ㉡ $p : n$ 은 홀수, $q : n^2$ 은 홀수
- ㉢ p : 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \subset C, B \subset C,$
 $q : (A \cup B) \subset C$
- ㉣ $p : a + bi = 0, q : ab = 0$

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

- ㉠, ㉡, ㉣이 참이다.
㉠ p, q 모두 $a = b = 0$ 임을 보여주는 식이므로 필요충분조건이 성립한다.
㉡ 일반적인 홀수 $n = 2m - 1$ 이라 했을 때,
 $n^2 = (2m - 1)^2 = 4m^2 - 4m + 1$ 인데,
 $2(2m^2 - 2m) + 1 = 2k + 1$
즉, 홀수 꼴이므로 제곱수 역시 홀수가 된다.
㉢ p, q 두 조건 모두가 A, B 가 C 에 포함된다는 것을 의미하므로 필요충분조건이 성립한다.
㉣ p 조건은 a, b 모두가 0임을 나타내고 q 는 a 또는 b 가 0이라는 것을 의미하므로 충분조건만이 성립한다.

34. $x \leq -2$ 또는 $0 < x \leq 3$ 이기 위한 필요조건이 $x \leq a$ 이고, 충분조건이 $x \leq b$ 일 때, a 의 최솟값을 m , b 의 최댓값을 M 이라 할 때, $m + M$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

문제에서 주어진 조건에 의하여 $\{x \mid x \leq b\} \subset \{x \mid x \leq -2 \text{ 또는 } 0 < x \leq 3\} \subset \{x \mid x \leq a\}$ 가 되어야 하므로

$\therefore a \geq 3, b \leq -2$

따라서 a 의 최솟값은 3, b 의 최댓값은 -2 이다.

$\therefore m + M = 3 + (-2) = 1$

- 35.** 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $q \rightarrow r$ 가 모두 참이면 명제 $p \rightarrow r$ 도 참이 된다. 이 성질을 이용하여 다음을 구하여라.

네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건이다.

이 때, p 는 q 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답: 조건

▶ 정답 : 충분조건

해설

$p \rightarrow r, q \rightarrow r, r \rightarrow s, s \rightarrow q$ 가 참이다. $p \Rightarrow r \Rightarrow s \Rightarrow q$ 이므로 $p \Rightarrow q$ 이다.
 $\therefore p$ 는 q 이기 위한 충분조건이다.

$\therefore p$ 는 q 이기 위한 충분조건이다.

36. 다음 중 세 수 3^{30} , 4^{20} , 12^{15} 의 대소 관계를 알맞게 나타낸 것은?

① $3^{30} > 4^{20} > 12^{15}$

② $4^{20} > 3^{30} > 12^{15}$

③ $12^{15} > 4^{20} > 3^{30}$

④ $3^{30} > 12^{15} > 4^{20}$

⑤ $12^{15} > 3^{30} > 4^{20}$

해설

$$\left(\frac{3^{1.5}}{4}\right)^{20} = \left(\frac{3 \times 1.7}{4}\right)^{20} > 1(3^{1.5} = 3\sqrt{3} \approx 3 \times 1.7)$$

따라서 3^{30} 이 4^{20} 보다 크다.

$$\left(\frac{3^2}{12}\right)^{15} = \left(\frac{3}{4}\right)^{15} < 1 \text{ 이 결과에서}$$

12^{15} 이 3^{30} 보다 크다는 것을 알 수 있다.

37. 다음은 $a > 0, b > 0$ 일 때 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 임을 증명한 것이다. ()

안에 알맞은 것은?

$$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab} = \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2} = \frac{(\quad)^2}{2} \geq 0$$

- ① $\sqrt{a} + \sqrt{b}$

② $\sqrt{a} - \sqrt{b}$

③ $a + b$
- ④ $a - b$

⑤ ab

해설

$$\begin{aligned} \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2} &= \frac{a-2\sqrt{ab}+b}{2} \\ &= \frac{(\sqrt{a})^2-2\sqrt{ab}+(\sqrt{b})^2}{2} \\ &= \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} \geq 0 \end{aligned}$$

38. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

산술-기하평균 부등식에 의해

$$\frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} \geq 3 \sqrt[3]{\frac{b}{a} \times \frac{c}{b} \times \frac{a}{c}} = 3$$

$$\therefore \frac{b}{a} + \frac{c}{b} + \frac{a}{c} \geq 3$$

39. 부등식 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 \leq 24$ 를 만족시키는 실수 x, y, z 에 대하여 $x - 2y + 3z$ 의 최솟값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

코시-슈바르츠 부등식을 이용하면

$$(x - 2y + 3z)^2$$

$$= \{x + \sqrt{2}(-\sqrt{2}y) + \sqrt{3}(\sqrt{3}z)\}^2$$

$$\leq \{1^2 + (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2\}$$

$$\{x^2 + (-\sqrt{2}y)^2 + (\sqrt{3}z)^2\}$$

$$= 6(x^2 + 2y^2 + 3z^2) \leq 144$$

$$\therefore -12 \leq x - 2y + 3z \leq 12$$

따라서, 구하는 최솟값은 -12 이다.

(참고) 위의 부등식에서 $\frac{x}{1} = \frac{-\sqrt{2}y}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}z}{\sqrt{3}},$

$$x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 24$$

즉, $x = -y = \pm 2$ 일 때 등식이 성립한다.

40. 함수 f 가 임의의 두 양수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 를 만족하고 $f(2) = 1$ 일 때, $f\left(\frac{1}{8}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

임의의 두 양수 x, y 에 대하여
 $f(xy) = f(x) + f(y)$ ㉠이므로
㉠에 $x = 1, y = 1$ 을 대입하면
 $f(1) = f(1) + f(1) \quad \therefore f(1) = 0$
 $x = 2, y = 2$ 를 대입하면
 $f(4) = f(2) + f(2) = 1 + 1 = 2 \quad \Leftarrow f(2) = 1$
 $x = 4, y = 2$ 를 대입하면
 $f(8) = f(4) + f(2) = 2 + 1 = 3$
 $x = 8, y = \frac{1}{8}$ 을 대입하면
 $f(1) = f(8) + f\left(\frac{1}{8}\right)$
 $0 = 3 + f\left(\frac{1}{8}\right)$
 $\therefore f\left(\frac{1}{8}\right) = -3$

41. 다음 보기의 밑줄 친 것 중에서 기준이 명확한 것은 몇 개인가?

보기

- ㉠ 우리 반에서는 100 m를 잘하는 학생들을 뽑아 방과 후에 1 시간씩 달리기 연습을 한다.
- ㉡ 우리 반에서 인기가 좋은 학생을 반장 후보로 세울 것이다.
- ㉢ 운동을 잘하는 학생은 집중력이 좋다.
- ㉤ 평균이 85점 이상인 학생은 우등생이다.
- ㉥ 월드컵 성적이 비교적 좋은 나라들의 모임
- ㉦ 영토가 아름다운 국가의 모임
- ㉧ 10에 가장 가까운 자연수의 모임

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ ‘잘하는’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉡ ‘좋은’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉢ ‘잘하는’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉤ ‘비교적’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉥ ‘아름다운’은 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

42. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 홀수}\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하면?

- $\supsetneq$

 $X \subset A$
- $\subsetneq$

 $\{3, 5\} \subset X$
- $\subseteq$

 $n(X) \leq 5$

- ① 12 개
- ② 13 개
- ③ 14 개
- ④ 15 개
- ⑤ 16 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 에서 $\{3, 5\}$ 를 반드시 포함하며 원소의 개수가 5 개이하인 부분집합이다.

원소의 개수가 2 개인 부분집합 : $\{3, 5\}$

원소의 개수가 3 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5\}, \{3, 5, 7\}, \{3, 5, 9\}, \{3, 5, 11\}$

원소의 개수가 4 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5, 7\}, \{1, 3, 5, 9\}, \{1, 3, 5, 11\}, \{3, 5, 7, 9\}, \{3, 5, 7, 11\}, \{3, 5, 9, 11\}$

원소의 개수가 5 개인 부분집합 : $\{1, 3, 5, 7, 9\}, \{1, 3, 5, 7, 11\}, \{1, 3, 5, 9, 11\}, \{3, 5, 7, 9, 11\}$

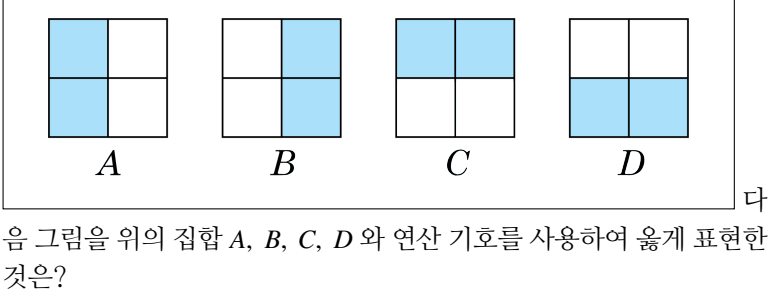
43. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 3\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 4개 ② 6개 ③ 8개 ④ 12개 ⑤ 16개

해설

집합 X 는 원소 2, 3을 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이다.
 $\therefore n(X) = 2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

44. 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.



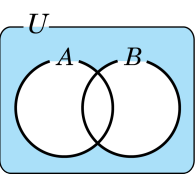
45. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 골라라.

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
- ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = B$
- ③ $A \cup \emptyset = \emptyset$
- ④ $A \subset B, B \not\subset A$ 이면 $A \cap B = A$
- ⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
- ② $B \subset A$ 이면 $A \cup B = A$
- ③ $A \cup \emptyset = A$
- ⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

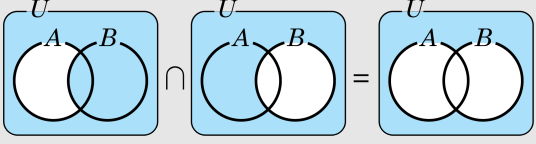
46. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합을 모두 고르면?



- ① $(A \cap B)^c$
- ② $A^c \cap B^c$
- ③ $U - (A \cap B)$
- ④ $U - (A \cup B)$
- ⑤ $(A \cup B)^c$

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$



47. 실수 전체의 집합 R 의 부분집합 S 에 대하여 $P = \{x \mid -\frac{3}{2} \leq x-1 \leq \frac{1}{2}, x \in S\}$ 이라 할 때, 다음 중 옳은 것은? (단, Q, Z, N 은 각각 유리수, 정수, 자연수의 집합이다.)
- ① $S = R$ 이면 P 는 공집합이다.
 - ② $S = R$ 이면 P 는 유한집합이다.
 - ③ $S = Q$ 이면 P 는 유한집합이다.
 - ④ $S = Z$ 이면 P 는 유한집합이다.
 - ⑤ $S = N$ 이면 P 는 무한집합이다.

해설

$-\frac{3}{2} \leq x-1 \leq \frac{1}{2}$ 에서 $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$ 이므로 $S = R$ 이거나, $S = Q$ 이면 P 는 무한집합, $S = Z$ 이면 $P = \{0, 1\}$ 이므로 P 는 유한집합, $S = N$ 이면 $P = \{1\}$ 이므로 P 는 유한집합이다.

48. 다음 중 명제와 그 역이 모두 참인 것은?

- ① $xy \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 또는 $y \geq 0$
- ② $x + y \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 이고 $y \geq 0$
- ③ $x \geq y$ 이면 $\frac{1}{x} \leq \frac{1}{y}$
- ④ $x \leq 2$ 이면 $|x - 1| \leq |x - 3|$
- ⑤ $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$

해설

- ① 거짓 : (반례) $x = -2, y = -1$ 일 때,
 $xy = 2 \geq 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이고 $-1 < 0$ 이다.
- ② 거짓 : (반례) $x = -2, y = 3$ 일 때,
 $x + y = -2 + 3 \geq 0$ 이지만 $-2 < 0$ 이고 $3 > 0$ 이다.
- ③ 거짓 : (반례) $x = 2, y = -2$ 일 때,
 $2 \geq -2$ 이지만 $\frac{1}{2} > -\frac{1}{2}$ 이다.
- ④ $|x - 1| \leq |x - 3|$ 의 양변을 제곱하면
 $x^2 - 2x + 1 \leq x^2 - 6x + 9$ 에서 $x \leq 2$ 이므로 원래의 명제와 그 역이 모두 참이다.
- ⑤ 명제 ‘ $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이면 $a^2 + b^2 > 0$ ’ 은 참이지만, 그의 역 ‘ $a^2 + b^2 > 0$ 이면 $a > 0$ 이고 $b > 0$ ’은 거짓이다.

49. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하자. p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닐 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $Q^c \cap P^c = Q^c$

② $P - Q = \emptyset$

③ $P \cup Q = Q$

④ $Q - P = \emptyset$

⑤ $P \cap Q = P$

해설

p 가 q 이기 위한 충분조건이므로 $P \subset Q$

p 가 q 이기 위한 필요조건이 아니므로 $Q \not\subset P$

$\therefore Q - P \neq \emptyset$

50. $a^2 + b^2 = 2$, $x^2 + y^2 = 2$ 일 때, $ax + by$ 의 최댓값과 $ab + xy$ 의 최댓값의 합은?(단, 문자는 모두 실수이다.)

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

i) $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$
 $\therefore -2 \leq ax + by \leq 2$
ii) $\frac{a^2 + b^2}{2} \geq \sqrt{a^2 b^2}, \quad 1 \geq |ab|$
 $\therefore -1 \leq ab \leq 1$
 $\frac{x^2 + y^2}{2} \geq \sqrt{x^2 y^2}, \quad 1 \geq |xy|$
 $\therefore -1 \leq xy \leq 1$
 $\therefore -2 \leq ab + xy \leq 2$
i), ii)에서, 최댓값의 합은 4