

1. $A = 4xy^2 - 2x^2y + 3x^2y^2$, $B = x^2y - 3x^2y^2 - 2xy^2$ 일 때, $A + 2B$ 를 간단히 하면?

① xy^2

② x^2y

③ x^2y^2

④ $-2xy^2$

⑤ $-3x^2y^2$

해설

$$\begin{aligned} A + 2B &= (4xy^2 - 2x^2y + 3x^2y^2) + (2x^2y - 6x^2y^2 - 4xy^2) \\ &= -3x^2y^2 \end{aligned}$$

해설

2. $(3a+3b)-2b=3a+(3b-2b)=3a+b$ 에서 사용된 법칙을 순서대로 나열한 것은?
- ① 결합법칙, 결합법칙

② 교환법칙, 결합법칙

③ 교환법칙, 분배법칙

④ 결합법칙, 분배법칙

⑤ 분배법칙, 결합법칙

해설

$$\begin{aligned}(3a+3b)-2b &= 3a+(3b-2b) : \text{결합법칙} \\ &= 3a+(3-2)b : \text{분배법칙} \\ &= 3a+b\end{aligned}$$

3. 좌표평면 위의 세 점 A(-1, 2), B(2, -3), C(4, 3)에 대하여 다음 중 AB, BC, CA의 대소 관계로 옳은 것은?

① $\overline{CA} < \overline{BC} < \overline{AB}$

③ $\overline{AB} < \overline{BC} < \overline{CA}$

⑤ $\overline{BC} < \overline{AB} < \overline{CA}$

② $\overline{CA} < \overline{AB} < \overline{BC}$

④ $\overline{AB} < \overline{CA} < \overline{BC}$

해설

A(-1, 2), B(2, -3), C(4, 3)에서

$$\overline{AB} = \sqrt{(2+1)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{34}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(4-2)^2 + (3+3)^2} = \sqrt{40}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{(-1-4)^2 + (2-3)^2} = \sqrt{26}$$

$$\sqrt{26} < \sqrt{34} < \sqrt{40} \text{ 이므로}$$

$$\therefore \overline{CA} < \overline{AB} < \overline{BC}$$

4. 점 $(1, -2)$ 를 x 축 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 점의 좌표는?

① $(-1, -1)$

② $(-1, -3)$

③ $(3, -1)$

④ $(3, -3)$

⑤ $(3, 5)$

해설

$$(1 + 2, -2 - 1) = (3, -3)$$

5. 방정식 $y = -3x + 1$ 이 나타내는 도형을 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

- ① $y = -x + 4$ ② $y = -2x + 6$ ③ $y = -3x + 11$
④ $y = -4x + 9$ ⑤ $y = -5x + 13$

해설

$$y + 2 = -3(x - 4) + 1 \quad \therefore y = -3x + 11$$

6. 다음 부등식의 영역중 점 $(1, -1)$ 을 포함하고 있지 않는 것은?

① $2x - 3y < 6$

② $y \leq -x + 1$

③ $x^2 + y^2 < 25$

④ $x^2 + y^2 + 4x \leq -3$

⑤ $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 > 16$

해설

$x^2 + y^2 + 4x \leq -3$ 은 $(-2, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름이 1인 원의 내부이므로 $(1, -1)$ 을 포함하지 않는다.

7. 다음 중 부등식 $x^2 + 6x - y + 5 > 0$ 의 영역 안에 있는 점은?

① $(-5, 2)$

② $(-4, 0)$

③ $(-3, -3)$

④ $(-1, 2)$

⑤ $(1, 3)$

해설

각각의 점의 좌표를 대입해 본다.

⑤ $x = 1, y = 3$ 을 대입하면

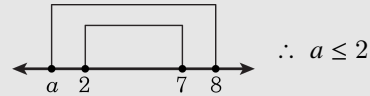
$1 + 6 - 3 + 5 = 9 > 0$ 으로 성립한다.

8. $2 \leq x \leq 7$ 을 만족하는 모든 (x, y) 가 $a \leq x \leq 8$ 를 만족한다고 할 때, 상수 a 의 최댓값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

다음 그림과 같아야 한다.



그러므로 a 의 최댓값은 2이다.

9. 다음 중 무한집합을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\{x|x \text{는 } 7\text{의 배수}\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 2\text{의 약수}\}$
- ③ $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots\right\}$
- ④ $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 2000\}$
- ⑤ $\{x|x \text{는 } 30\text{보다 작은 } 5\text{의 배수}\}$

해설

- ① $\{7, 14, 21, 28, \dots\} \rightarrow$ 무한집합
- ② $\{1, 2\} \rightarrow$ 유한집합
- ③ 무한집합
- ④ 유한집합
- ⑤ $\{5, 10, 15, 20, 25\} \rightarrow$ 유한집합

10. 다음 중 부분집합의 개수가 다른 것은?

- ① $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{이하의 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 미만의 홀수}\}$

해설

- (1) $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\} = 2^4 = 16$
- (2) $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{이하의 자연수}\} = 2^4 = 16$
- (3) $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\} = 2^4 = 16$
- (4) $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} = 2^3 = 8$
- (5) $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 미만의 홀수}\} = 2^4 = 16$

11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 14 \text{ 의 약수}\}$ 에서 원소 7을 반드시 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 8 개

▷ 정답 : 8 개

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면
 $\{1, 2, 7, 14\}$ 이고, 원소 7을 반드시
포함하는 부분집합의 개수를 구하면
 $\{7\}, \{1, 7\}, \{2, 7\}, \{7, 14\}, \{1, 2, 7\}, \{1, 7, 14\},$
 $\{2, 7, 14\}, \{1, 2, 7, 14\}$ 이며 총 8 개 이다.

12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 35$, $n(A - B) = 5$, $n(A^c \cap B^c) = 17$ 일 때, $n(B)$ 는?

① 10

② 12

③ 13

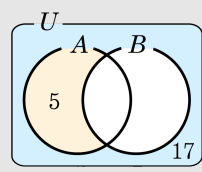
④ 18

⑤ 30

해설

$$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 17$$

벤다이어그램을 그려보면



$$n(B) = 35 - (17 + 5) = 13$$

$$\therefore n(B) = 13$$

13. 다음 중 명제가 아닌 것을 모두 고르면?

- ① 무궁화 꽃은 아름답다.
- ② 한국의 수도는 서울이다.
- ③ $1 + 2 < 5$
- ④ $x + 1 = 4$
- ⑤ 대학에 가고 싶다.

해설

①, ⑤ 감탄문, 희망사항, 명령, 주관적인 견해 등은 참, 거짓을 판단할 수 없으므로 명제가 아니다. ②, ③ 참인 명제이다. ④ $x = 3$ 인 경우는 참이지만 $x \neq 3$ 인 경우는 거짓이다. 따라서 x 의 값에 따라 참, 거짓이 달라지므로 명제가 아니다.

14. 두 수 3, 7의 조화중항을 x , 두 수 4, 6의 조화중항을 y 라고 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$x = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7}{3 + 7} = \frac{42}{10}, y = \frac{2 \cdot 4 \cdot 6}{4 + 6} = \frac{48}{10}$$

$$x + y = \frac{42}{10} + \frac{48}{10} = \frac{90}{10} = 9$$

15. $\log_2 6 - \log_2 \frac{3}{2}$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② -1 ③ 1 ④ -2 ⑤ 2

해설

로그의 성질에 의하여
 $\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$ 이므로
$$\log_2 6 - \log_2 \frac{3}{2} = \log_2 \left(6 \div \frac{3}{2} \right)$$
$$= \log_2 \left(6 \times \frac{2}{3} \right) = 2$$

16. x 에 대한 다항식 $x^3 - 2x^2 - x + 2$ 가 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 로 인수분해될 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x+1)(x-1)(x-2)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = (-1)^2 + 1^2 + 2^2 = 6$$

17. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$ 일 때,
 $-x - (x - 1) = 2$ 이므로 $-2x + 1 = 2$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$
ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,
 $x - (x - 1) = 2$ 이므로 $0 \cdot x = 1$
 $\therefore$ 해가 없다.
iii) $1 \leq x$ 일 때,
 $x + x - 1 = 2$ 이므로 $2x = 3$
 $\therefore x = \frac{3}{2}$
(i), (ii), (iii) 에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

18. 이차방정식 $x^2 + (a+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$D = (a+2)^2 - 4 = 0$ 이므로

$a^2 + 4a + 4 - 4 = a^2 + 4a = 0$

따라서 $a = 0$ 또는 $a = -4$

따라서 상수 a 의 값의 합은 -4

19. 이차방정식 $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + a^2 + b - 2 = 0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 중근을 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = (k-a)^2 - (k^2 + a^2 + b - 2) = 0$$

$$\therefore -2ka - b + 2 = 0$$

이 식은 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로
 k 에 대한 항등식이다.

$$a = 0, b = 2$$

$$\therefore a + b = 2$$

20. 이차함수 $y = ax^2 + bx - 3$ 은 $x = 2$ 일 때 최댓값 5를 가진다. 이때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$y = ax^2 + bx - 3 = a(x - 2)^2 + 5$$

$$= ax^2 - 4ax + 4a + 5 \text{ 이므로}$$

$$b = -4a, \quad -3 = 4a + 5$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -2, b = 8$

$$\therefore a + b = 6$$

21. 이차부등식 $x^2 + 2x + a < 0$ 의 해가 $-4 < x < 2$ 일 때, a 의 값을 구하여라.(단, a 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

해가 $-4 < x < 2$ 이므로

$$(x+4)(x-2) < 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = x^2 + 2x + a$$

$$\therefore a = -8$$

22. x, y 에 대한 이차방정식 $x^2 + y^2 - 2kx + 2ky + 3k^2 - 4k + 2 = 0$ 이
반지름의 길이가 1 인 원의 방정식일 때, 상수 k 값의 합을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 방정식을 변형하면

$$(x - k)^2 + (y + k)^2 = -k^2 + 4k - 2 \quad \cdots \textcircled{1}$$

반지름의 길이가 1 이므로

$$\textcircled{1} \text{에서 } -k^2 + 4k - 2 = 1 \leftarrow r^2 = 1$$

$$k^2 - 4k + 3 = 0, (k - 1)(k - 3) = 0$$

$$\therefore k = 1 \text{ 또는 } k = 3$$

따라서 합은 4이다.

23. 두 점 A(1, 2), B(-1, 4)를 지름의 양 끝점으로 하는 원의 방정식은?

① $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$

② $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 8$

③ $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$

④ $x^2 + (y-3)^2 = 2$

⑤ $x^2 + y^2 = 2$

해설

원의 중심 : $\left(\frac{1+(-1)}{2}, \frac{2+4}{2}\right) = (0, 3)$

반지름 : $\frac{\sqrt{2^2+2^2}}{2}$

∴ 원의 방정식 : $x^2 + (y-3)^2 = (\sqrt{2})^2$

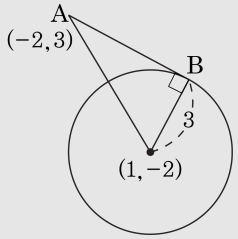
24. 점 A(-2, 3) 에서 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 에 그은 접선의 접점을 B라 할 때, AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$
$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$$
원의 중심은 (1, -2), 반지름은 3 이므로
$$AB = \sqrt{(3^2 + (-5)^2) - 3^2} = 5$$



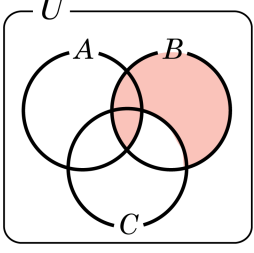
25. 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 후 다시 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 원의 방정식은?

- ① $x^2 + y^2 = 1$ ② $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$
③ $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$ ④ $x^2 + (y+2)^2 = 1$
⑤ $(x-2)^2 + y^2 = 1$

해설

$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ 에서
 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1 \dots\dots\textcircled{\small{\text{㉠}}}$
 $\textcircled{\small{\text{㉠}}}$ 을 y 축에 대하여 대칭이동하면
 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1 \dots\dots\textcircled{\small{\text{㉡}}}$
 $\textcircled{\small{\text{㉡}}}$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면
 $x^2 + (y-1)^2 = 1 \dots\dots\textcircled{\small{\text{㉢}}}$
 $\textcircled{\small{\text{㉢}}}$ 을 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면
 $x^2 + (y+2)^2 = 1$

26. 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 나타내는 집합은?



- ①

$(A \cup B) - (B \cap C)$
- ②

$(B \cup C) \cap A^c$
- ③

$(A \cap C)^c \cup B$
- ④

$(A - C) \cap B$
- ⑤

$(A \cup C^c) \cap B$

해설

색칠한 부분을 집합으로 표현하면 $(A \cap B) \cup (B - C) = (A \cap B) \cup (B \cap C^c) = (A \cup C^c) \cap B$

27. 다음 <보기> 중에서 자연수 전체의 집합 N 에서 N 으로의 함수가 되는 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 을 대응시킨다.
- ㉡ 자연수 n 에 n 의 양의 약수의 개수를 대응시킨다.
- ㉢ 홀수에는 1, 짝수에는 2, 소수에는 3을 대응시킨다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

자연수에서 자연수로의 함수라는 말의 의미는 정의역이 자연수 일 때, 치역도 자연수인 함수를 찾으라는 말이다. 그런데 이때 ㉠은 무리수가 치역에 포함되지 않으므로 정의에 타당하지 않다. ㉢에서 2는 짝수이며 소수이므로 옳지 않다. 따라서 ㉡만 옳다.

28. 일차함수 $f(x)$ 가 $f(1) = -1$, $f^{-1}(3) = 2$ 일 때, $2f^{-1}(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$) 로 놓으면,
 $f(1) = -1$, $f(2) = 3$ 이므로
 $f(1) = a + b = -1$, $f(2) = 2a + b = 3$
 $\therefore a = 4$, $b = -5$
 $\therefore f(x) = 4x - 5$
 $f^{-1}(1) = a$ 로 놓으면 $f(a) = 1$
 $4a - 5 = 1 \quad \therefore a = \frac{3}{2}$
따라서 $f^{-1}(1) = \frac{3}{2}$, $2f^{-1}(1) = 3$

29. $x = \sqrt{2}$ 이면 $\frac{1}{\sqrt{3+2x}} = a + \sqrt{2}$ 이다. 이 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}} &= \frac{1}{\sqrt{2}+1} \\ &= \frac{(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} \\ &= \sqrt{2}-1\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1$$

30. 함수 $y = \sqrt{-4x+12} - 2$ 는 함수 $y = a\sqrt{-x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동한 것이다. $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$y = \sqrt{-4(x-3)} - 2 = 2\sqrt{-(x-3)} - 2 \text{ 이고}$$

$$y = 2\sqrt{-x} \xrightarrow[y\text{축 } -2]{x\text{축 } 3} y = 2\sqrt{-(x-3)} - 2 \text{ 이므로}$$

$$a = 2, b = 3, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 3 - 2 = 3$$

31. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_5 + a_{10} + a_{15} + a_{20} = 72$ 일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{24}$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 432

해설

첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$$a_5 + a_{10} + a_{15} + a_{20} = 4a + 46d = 72$$

$$2a + 23d = 36$$

$$\begin{aligned}\therefore a_1 + a_2 + \cdots + a_{24} &= \frac{24(2a + 23d)}{2} \\ &= 12 \times 36 \\ &= 432\end{aligned}$$

32. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항에서 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$ 일 때, a_{15} 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

$$\begin{aligned} n \geq 2 \text{ 일 때, } a_n &= S_n - S_{n-1} \text{ 이므로} \\ a_n &= \frac{n(n+1)(n+2)}{3} - \frac{(n-1)n(n+1)}{3} \\ &= \frac{n(n+1)\{n+2-(n-1)\}}{3} \\ &= \frac{n(n+1) \cdot 3}{3} \\ &= n(n+1) \\ \therefore a_{15} &= 15 \times 16 = 240 \end{aligned}$$

33. 세 수 $x-4$, x , $x+8$ 이 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 실수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

x 가 $x-4$, x , $x+8$ 의 등비중항이므로
 $x^2 = (x-4)(x+8)$, $x^2 = x^2 + 4x - 32$
 $4x = 32 \therefore x = 8$

34. $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} + \sqrt{-3}\sqrt{-12}$ 를 바르게 계산한 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -8

② $-8i$

③ $8i$

④ $6 + 2i$

⑤ $-6 - 2i$

해설

$$\text{준 식} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}i} + \sqrt{3}i \times \sqrt{12}i = \frac{2}{i} + 6i^2 = -2i - 6$$

35. 이차방정식 $\sqrt{3}x^2 - (\sqrt{3} + 3)x + 3 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a \times b$ 의 값은?

① $-\sqrt{3}$

② -1

③ 0

④ 1

⑤ $\sqrt{3}$

해설

주어진 식의 양변에 $\sqrt{3}$ 을 곱하면

$$3x^2 - (3 + 3\sqrt{3})x + 3\sqrt{3} = 0$$

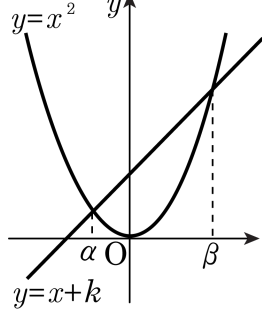
$$x^2 - (1 + 3)x + \sqrt{3} = 0$$

$$(x - 1)(x - \sqrt{3}) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \sqrt{3}$$

$$\therefore a \times b = 1 \times \sqrt{3} = \sqrt{3}$$

36. 이차함수 $y = x^2$ 과 일차함수 $y = x + k$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 서로 다른 두 점에서 만날 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?



보기

- ㉠ $\alpha + \beta = 1$
- ㉡ $k > 0$
- ㉢ $\alpha\beta = -k$

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

두 함수 $y = x^2$ 과 $y = x + k$ 의 그래프가 만나는 두 점의 x 좌표가 α, β 이므로 이차방정식 $x^2 = x + k$, 즉 $x^2 - x - k = 0$ 은 서로 다른 두 실근 α, β 를 갖는다.
 ㉠ 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = 1 \cdots$ (참)
 ㉡ 이차방정식 $x^2 - x - k = 0$ 의 판별식을 D 라 하면 $D = 1 + 4k > 0$ 에서 $k > -\frac{1}{4} \cdots$ (거짓)
 ㉢ 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha\beta = -k \cdots$ (참)
 따라서, 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

37. 사차방정식 $x^4 + x^3 - x^2 - 7x - 6 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

-1	1	1	-1	-7	-6
		-1	0	1	6
2	1	0	-1	-6	0
		2	4	6	
	1	2	3	0	

$(x+1)(x-2)(x^2+2x+3)=0$
 $x^2+2x+3=0$ 의 두 근이 허근이므로
 $(D<0)\alpha+\beta=-2$

38. 세 점 A(0, 0), B(3, 4), C(-1, 0)에 대하여 사각형 ABCD가 평행사변형일 때, 점 D의 좌표는?

① (-2, 3)

② (-4, -4)

③ (2, -1)

④ (1, 3)

⑤ (-2, -3)

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

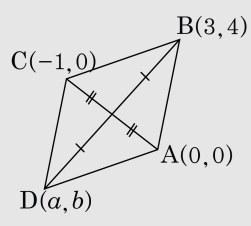
$\overline{AC}$ 의 중점과 $\overline{BD}$ 의 중점이 일치한다.

즉, D의 좌표를 (a, b) 라 하면

$$\frac{0 + (-1)}{2} = \frac{a + 3}{2}, \frac{0 + 0}{2} = \frac{b + 4}{2}$$

$$\therefore a = -4, b = -4$$

$$\therefore D(-4, -4)$$



39. 삼차방정식 $x^3 - 3x^2 + px + q = 0$ 의 세 실근이 공차가 2인 등차수열을 이룰 때, $p + q$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

세 실근을 $a - d$, a , $a + d$ 라 하면
삼차방정식의 근과 계수와의 관계에 의해
 $(a - d) + a + (a + d) = 3$
 $\therefore a = 1$
 $(1 - d) \times 1 \times (1 + d) = -q$
 $1 - d^2 = -q$
 $(1 - d) + (1 + d) + (1 - d)(1 + d) = p$
 $2 + 1 - d^2 = p$
 $2 - q = p$
 $\therefore p + q = 2$

40. 두 수 0, 1 을 사용하여 다음과 같은 수열을 만들었을 때, 10001 은 몇 번째 항인가?

1, 10, 11, 100, 101, 110, 111, 1000, 1001...

- ① 15
- ② 16
- ③ 17
- ④ 18
- ⑤ 19

해설

각 항의 자리 수에 따라 군수열을 만들면
(1), (10, 11), (100, 101, 110, 111),...
10001은 제 5군의 2번째 수이고 1 ~ 4군까지는
 $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ 개의 항이 있으므로
10001은 $15 + 2 = 17$ 번째 항이다.

41. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?(단, $a > 0, a \neq 1, b > 0, c > 0$)

보기

- ㉠ $\log_a(b+c) = \log_a b \cdot \log_a c$
- ㉡ $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$
- ㉢ $\log_a b^c = (\log_a b)^c$
- ㉤ $\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \log_a b$

- ① ㉠, ㉤

② ㉡, ㉢

③ ㉡, ㉤

④ ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉠ $\log_a(b+c) \neq \log_a b \cdot \log_a c$ (거짓)
 - ㉡ $\log_a bc = \log_a b + \log_a c$ (참)
 - ㉢ $\log_a b^c = c \log_a b \neq (\log_a b)^c$ (거짓)
 - ㉤ $\log_{a^c} b = \frac{1}{c} \log_a b$ (참)
- 따라서 옳은 것은 ㉡, ㉤이다.

42. 상용로그 $\log A$ 의 정수 부분과 소수 부분이 이차방정식 $2x^2 + 3x + k = 0$ 의 두 근이고, 상용로그 $\log B$ 의 정수 부분과 소수 부분이 이차방정식 $3x^2 - 4kx - 3 = 0$ 의 두 근일 때, $\frac{A}{B}$ 의 값은? (단, k 는 상수)

- ① $10^{-\frac{5}{6}}$ ② $10^{-\frac{1}{6}}$ ③ $10^{\frac{5}{6}}$ ④ $10^{\frac{7}{6}}$ ⑤ $10^{\frac{11}{6}}$

해설

$\log A = n + \alpha$ (n 은 정수, $0 \leq \alpha < 1$)라 하면
 n 과 α 는 이차방정식 $2x^2 + 3x + k = 0$ 의 두 근이므로
근과 계수의 관계에 의하여

$$n + \alpha = -\frac{3}{2}, \quad n\alpha = \frac{k}{2}$$

$$n + \alpha = -2 + \frac{1}{2} \text{ 이므로 } n = -2, \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\therefore k = 2n\alpha = 2 \cdot (-2) \cdot \frac{1}{2} = -2$$

따라서 이차방정식 $3x^2 + 8x - 3 = 0$ 에서

$$(x+3)(3x-1) = 0 \quad \therefore x = -3 \text{ 또는 } x = \frac{1}{3}$$

$$\therefore \log B = -3 + \frac{1}{3} = -\frac{8}{3}$$

$$\therefore A = 10^{-\frac{3}{2}}, B = 10^{-\frac{8}{3}}$$

$$\therefore \frac{A}{B} = 10^{-\frac{3}{2} + \frac{8}{3}} = 10^{\frac{7}{6}}$$

43. 다음 포그슨의 공식에 의하면 2등성인 별의 밝기는 4등성의 밝기의 약 몇 배인가? (단, 별의 각 등급 간의 밝기의 비는 일정하고, $100^{\frac{2}{5}} \approx 2.5^2$ 이다.)

기원전 그리스의 히파르코스(Hipparchos, 190? ~ 125?B.C)는 눈에 보이는 별들을 밝기에 따라 가장 밝은 별(1등성)에서 가장 어두운 별(6등성)까지 6등급으로 분류하였다. 그 후 1등성의 밝기는 6등성의 밝기의 약100배임을 알게 되었다. 1856년에도 유도된 포그슨의 공식(Pogson' formula)에 의하면 별의 등급(m)과 별의 밝기(L)사이의 관계는 다음과 같다.

$$m = -\frac{5}{2} \log L + C (C \text{는 상수})$$

- ① 2.5 ② 5 ③ 6.25 ④ 7.5 ⑤ 8

해설

2등성 별의 밝기를 L_2 , 4등성 별의 밝기를 L_4 라고 하면

$$2 = -\frac{5}{2} \log L_2 + C \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$4 = -\frac{5}{2} \log L_4 + C \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{에서 } \frac{4}{5} = \log \frac{L_2}{L_4}$$

$$\therefore \frac{L_2}{L_4} = 10^{\frac{4}{5}} = 100^{\frac{2}{5}} \approx 2.5^2 = 6.25$$

44. $(1 - x - x^2)^{25} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{49}x^{49} + a_{50}x^{50}$ 이라 할 때,
 $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{50}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2^{24} ④ 2^{25} ⑤ 2^{50}

해설

$$(1 - x - x^2)^{25} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{50}x^{50}$$

$x = 1$ 을 양변에 대입하면

$$-1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{50} \cdots \textcircled{1}$$

$x = -1$ 을 양변에 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots - a_{49} + a_{50} \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}: 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{50}) = 0$$

$$a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{50} = 0$$

45. 부등식 $\left| \frac{(1-a)x}{x^2+1} \right| < 1$ 이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립할 때, a 의 범위를 구하면?

① $0 < a \leq 3$

② $a < -1$ 또는 $a > 3$

③ $-1 < a < 3$

④ $-1 \leq a \leq 3$

⑤ $-3 < a < 1$

해설

$$-1 < \frac{(1-a)x}{x^2+1} < 1$$

$$\Rightarrow \text{i) } -x^2 - 1 < (1-a)x,$$

$$\text{ii) } (1-a)x < x^2 + 1$$

$$\Rightarrow \text{i) } x^2 + (1-a)x + 1 > 0,$$

$$\text{ii) } x^2 + (a-1)x + 1 > 0$$

둘 모두 판별식이 0보다 작아야 한다.

$$D = (1-a)^2 - 4 < 0$$

$$D = (a-1)^2 - 4 < 0$$

$$\Rightarrow (a-3)(a+1) < 0$$

$$\Rightarrow -1 < a < 3$$

$$-1 < a < 3$$

$$\therefore -1 < a < 3$$

46. 실수 x 에 대하여 두 조건 $p : a \leq x \leq 1$, $q : x \geq -1$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 를 참이 되게 하는 상수 a 의 범위는?

① $a > 1$

② $a \leq 1$

③ $-1 \leq a \leq 1$

④ $a \geq -1$

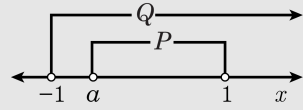
⑤ $a \leq -1$

해설

조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자.

(i) $a > 1$ 일 때, $P = \emptyset$ 이므로 $P \subset Q \therefore a > 1$

(ii) $a \leq 1$ 일 때, 수직선에 나타내면



$\therefore -1 \leq a \leq 1$

(i), (ii)에서 $a \geq -1$

47. $0 \leq x \leq 2$ 에서 함수 $f(x) = |x-1|$ 에 대하여 방정식 $(f \circ f)(x) = ax+b$ 의 실근의 개수가 무수히 많도록 하는 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? (단, $b \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

방정식 $(f \circ f)(x) = ax+b$ 의 실근의 개수는

$y = (f \circ f)(x)$ 의 그래프와

직선 $y = ax+b$ 의 교점의 개수와 같다.

$f(x) = |x-1|$ 에서

$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = ||x-1|-1|$

따라서 $0 \leq x \leq 2$ 에서

$y = (f \circ f)(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같으므로 실근의 개수가 무수히

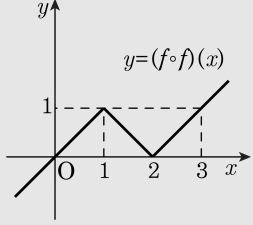
많으려면 직선의 방정식은 $y = x$ 또는

$y = -x+2$ 이어야 한다.

그런데, $b \neq 0$ 이므로 $y = -x+2$

따라서 $a = -1, b = 2$ 이므로 $ab =$

-2



48. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 6 (x \geq 2)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 두 교점 사이의 거리를 구하면?

① -1 ② $-\sqrt{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ 2

해설

함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 두 함수의 그래프의 교점은 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 그래프의 교점과 같다.

$y = x^2 - 4x + 6$ 과 $y = x$ 를 연립하면

$$x^2 - 5x + 6 = 0, (x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

$$\therefore x = 2, y = 2 \text{ 또는 } x = 3, y = 3$$

즉, 두 교점은 점 $(2, 2), (3, 3)$ 이다.

따라서, 구하는 두 교점 사이의 거리는

$$\sqrt{(3-2)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{2}$$

49. 분수식 $\frac{b+c}{a} = \frac{a+c}{b} = \frac{a+b}{c}$ 의 값을 구하면?

- ① $-1, 2$ ② $1, 2$ ③ $2, \frac{1}{2}$ ④ $1, \frac{1}{2}$ ⑤ $-1, \frac{1}{2}$

해설

$$\frac{b+c}{a} = \frac{a+c}{b} = \frac{a+b}{c} = k$$

$$b+c = ak \cdots \textcircled{㉠}$$

$$a+c = bk \cdots \textcircled{㉡}$$

$$a+b = ck \cdots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢} \text{ 하면 }$$

$$2(a+b+c) = k(a+b+c)$$

$$\text{i) } a+b+c \neq 0 \text{ 이면 } k = 2$$

$$\text{ii) } a+b+c = 0 \text{ 일 때 } b+c = -a$$

$$\frac{b+c}{a} = \frac{-a}{a} = -1$$

$$\therefore k = -1, 2$$

50. 한 학생이 1년 동안 구입한 참고서와 교양서적을 비교하였더니, 1학기에는 1 : 3의 비율로 구입하고 2학기에는 5 : 3의 비율로 구입하여 1년 동안 구입한 비율이 3 : 5이었다. 다음 중 1년 동안 구입한 서적의 수로 볼 수 있는 것은?
- ① 32권 ② 40권 ③ 48권 ④ 54권 ⑤ 64권

해설

	참고서	교양서적
1학기	$\frac{a}{4}$	$\frac{3}{4}a$
2학기	$\frac{5}{8}b$	$\frac{3}{8}b$

1년 동안 구입한 서적 수의 비는

$$\left(\frac{a}{4} + \frac{5}{8}b\right) : \left(\frac{3}{4}a + \frac{3}{8}b\right) = 3 : 5$$
$$\frac{10a + 25b}{8} = \frac{18a + 9b}{8}, 8a = 16b$$

$\therefore a = 2b$

1년 동안 구입한 서적의 수는

$a + b = 3b$ 이고 b 가 8의 배수이므로

$a + b$ 는 24의 배수이다.

따라서 서적의 수로 볼 수 있는 것은 48권이다.