

1. $\frac{1}{45}, \frac{2}{45}, \frac{3}{45}, \dots, \frac{199}{45}, \frac{200}{45}$ 중에서 유한소수이면서, 정수가 아닌 유리수의 개수는?

- ① 4개 ② 18개 ③ 22개 ④ 62개 ⑤ 66개

해설

$\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개이다. 따라서 $22 - 4 = 18$ 개이다.

2. $\frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{98}, \frac{1}{99}$ 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 8 개

해설

구하는 수는 두 자리 자연수 중 $2^x, 5^y, 2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되는 수이다.

2^x 꼴인 수는 $x = 4, 5, 6$ 일 때의 3개

5^y 꼴인 수는 $y = 2$ 일 때의 1개

$2^x \times 5^y$ 꼴인 경우는

$y = 1$ 일 때 $x = 2, 3, 4$ 의 3개

$y = 2$ 일 때 $x = 1$ 의 1개

∴ 8개

3. 분수 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{1}{100}$ 중에서 무한소수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 85 개

해설

분모가 $2^x \times 5^y$ 의 꼴로 소인수분해되면 유한소수이므로

① 2^x 꼴인 경우 : 6가지

② 5^y 꼴인 경우 : 2가지

③ $2^x \times 5^y$ 에서

㉠ $y = 1$ 일 때 $x = 1, 2, 3, 4$ 의 4가지

㉡ $y = 2$ 일 때 $x = 1, 2$ 의 2가지

따라서 무한소수가 아닌 수는 1을 포함하여 15개

\therefore 85개

4. $\frac{12}{a}$ 를 소수로 고치면 소수 첫째 자리의 수가 2 인 유한소수가 될 때, 자연수 a 의 값을 모두 더한 것은? (단, $a > 12$)

① 142 ② 146 ③ 150 ④ 154 ⑤ 158

해설

$$\frac{12}{a} = 0.2 \times \dots \text{ 이고,}$$

$$0.2 = \frac{2}{10} = \frac{12}{60}$$

$$0.3 = \frac{3}{10} = \frac{12}{40} \text{ 이므로 } a = 48, 50, 60 \text{ 이다.}$$

5. 분수 $\frac{a}{150}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{3}{b}$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값은? (단, $10 < a < 20$)

- ① 34 ② 43 ③ 48 ④ 55 ⑤ 59

해설

$$\frac{a}{150} = \frac{a}{2 \times 3 \times 5^2} = \frac{3}{b}$$

a 는 3^2 을 가져야 하고, $10 < a < 20$ 이어야 하므로

$$a = 3^2 \times 2 = 18, b = 25$$

$$\therefore a + b = 18 + 25 = 43$$

6. $\frac{3654}{9990} = 0.abcd$ 에서 a, b, c, d 는 $0, 1, \dots, 9$ 중 어느 한 수를 나타낸다.

이때, $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} \frac{3654}{9990} &= 0.3\bar{6}5\bar{7} \\ a = 3, b = 6, c = 5, d = 7 \\ \therefore a + b + c + d &= 21 \end{aligned}$$

7. 분수 $\frac{6}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 20번째 자리의 수를 a , 99번째 자리의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$\frac{6}{7} = 0.\dot{8}5714\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자 6개

$20 = 6 \times 3 + 2$ 이므로 $a = 5$

$99 = 6 \times 16 + 3$ 이므로 $b = 7$

$\therefore a + b = 12$

8. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 영철이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{3}7$ 이 되었고, 영은이는 분모를 잘못 보아서 답이 $1.3\dot{5}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{61}{99}$

해설

$$\text{영철 : } 0.\dot{3}7 = \frac{37}{99}$$

$$\text{영은 : } 1.3\dot{5} = \frac{135 - 13}{90} = \frac{61}{45}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{\text{(영은이가 본 분자)}}{\text{(영철이가 본 분모)}} = \frac{61}{99} = A \text{ 이다.}$$

9. $0.\dot{2} < 0.\dot{a} < 0.5\dot{8}$ 을 만족하는 a 를 모두 구하여라. (단 a 는 한 자리 자연수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{2}{9} < \frac{a}{9} < \frac{53}{90}$$

$$2 < a < \frac{53}{10}$$

$$2 < a < 5.3$$

10. 다음 중 유리수 아닌 것을 모두 고르면?

- ① $0, 1, 2, 3, \dots$ ② $2.5, -\frac{5}{9}$
③ 유한소수 ④ 무한소수
⑤ $-1.5, -\frac{1}{3}, 0, 2.4, \pi$

해설

- ④ 순환하지 않는 무한소수는 유리수가 아니다.
⑤ π 는 순환하지 않는 무한소수이다.