

1. 두 다항식  $2x^2 + 2x - 4$ 와  $4x^3 - 4$ 에 관한 설명이다. 옳지 않은 것을 고르면?
- ① 두 다항식은  $(x-1)$ 로 나누어 떨어지므로,  $(x-1)$ 은 두 다항식의 공약수이다.
  - ② 두 다항식은 공약수가 있으므로 서로소가 아니다.
  - ③  $4(x-1)^3(x+2)^2(x^2+x+1)$ 은 두 다항식의 공배수이다.
  - ④ 두 다항식의 최대공약수는  $2(x-1)$ 이다.
  - ⑤ 두 다항식의 최소공배수는  $(x+2)(x-1)^2(x^2+x+1)$ 이다.

해설

$$2x^2 + 2x - 4 = 2(x-1)(x+2)$$

$$4x^3 - 4 = 4(x-1)(x^2+x+1)$$

$$\text{최대공약수} : 2(x-1)$$

$$\text{최소공배수} : 4(x-1)(x+2)(x^2+x+1)$$

2. 집합  $A = \{a, \{b, c\}, c\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

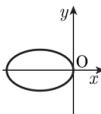
- ①  $\{a, b, c\} \subset A$       ②  $\{b, c\} \subset A$       ③  $\{a, c\} \in A$   
④  $\{\{b, c\}, c\} \in A$       ⑤  $\emptyset \subset A$

해설

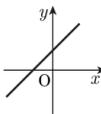
- ①  $\{a, b, c\} \subset A$   
②  $\{b, c\} \in A$   
③  $\{a, c\} \subset A$   
④  $\{\{b, c\}, c\} \subset A$

3. 다음 그래프 중 역함수를 갖는 것은?

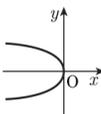
①



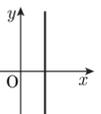
②



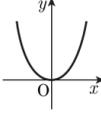
③



④



⑤



해설

역함수를 갖는 것은 일대일 대응이다. ⇒ ②

4.  $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때,  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 23

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서 양변을  $x$ 로 나눈다.

$$x + \frac{1}{x} - 5 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

5. 다음 ( )안에 알맞은 것은?

$1 - 2i, 2 - 4i, 3 - 8i, 4 - 16i, ( \quad ), \dots$

- ①  $5 - 18i$                       ②  $5 - 20i$                       ③  $5 - 24i$   
④  $5 - 32i$                       ⑤  $5 - 64i$

**해설**

주어진 복소수의 배열을  $a_1 + b_1i, a_2 + b_2i, a_3 + b_3i, a_4 + b_4i, \dots$  와 같이 생각한다면 (단,  $a_k, b_k$ 는 실수)  
수열  $\{a_n\}$ 의 배열은 1, 2, 3, 4, ( ), ... 이고  
수열  $\{b_n\}$ 의 배열은 -2, -4, -8, -16, ( ), ... 이다.  
따라서 구하는 것은 다섯 번째 수이므로  $5 - 32i$ 이다.



7. 전체집합  $U$  에 대하여 두 조건  $p, q$  를 만족하는 집합을 각각  $P, Q$  라 하자. 명제 ' $p$  이면  $\sim q$  이다.'가 참일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ①  $P \subset Q$                       ②  $Q \subset P$                       ③  $P - Q = P$   
④  $Q^c \subset P$                       ⑤  $P \cup Q^c = U$

해설

$p \Rightarrow \sim q$  이면  $P \subset Q^c$  인 진리집합의 관계가 성립한다. 즉,  
 $P \cap Q^c = P \Leftrightarrow P - Q = P$

8. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4}$$

- ①  $\frac{8x^4}{1-x^4}$       ②  $\frac{8}{1-x^4}$       ③  $\frac{8x^4}{1-x^8}$   
④  $\frac{8}{1-x^8}$       ⑤  $\frac{8x^4}{1+x^8}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4} \\ &= \frac{2}{1-x^2} + \frac{2}{1+x^2} - \frac{4}{1+x^4} \\ &= \frac{4}{1-x^4} - \frac{4}{1+x^4} = \frac{8x^4}{1-x^8} \end{aligned}$$

9.  $\sqrt{4\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}}$ 를  $2^{\frac{p}{q}}$ 로 나타낼 때,  $p+q$ 의 값을 구하여라. (단,  $p, q$ 는 서로소인 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 53

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}} &= \sqrt{4\sqrt[3]{\sqrt[4]{2^4} \times 2}} \\ &= \sqrt{4\sqrt[3]{2^5}} = \sqrt{2^2 \cdot \sqrt[3]{2^5}} \\ &= \sqrt[3]{2^{24} \times 2^5} = \sqrt[3]{2^{29}} = 2^{\frac{29}{3}}\end{aligned}$$

따라서  $p = 29, q = 3$ 이므로  $p + q = 32$

10.  $\frac{\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{6}}$  을 간단히 하면?

- ①  $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$     ②  $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$     ③  $\frac{1}{2\sqrt[3]{2}}$     ④  $\frac{1}{3\sqrt[3]{3}}$     ⑤  $\frac{1}{\sqrt[3]{6}}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt[3]{8} + \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{16} + \sqrt[3]{6}} &= \frac{\sqrt[3]{2^3} + \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{2^3 \cdot 2} + \sqrt[3]{3 \cdot 2}} \\ &= \frac{2 + \sqrt[3]{3}}{2 + \sqrt[3]{3}} \\ &= \frac{\sqrt[3]{2}(2 + \sqrt[3]{3})}{\sqrt[3]{2}(2 + \sqrt[3]{3})} \\ &= \frac{1}{\sqrt[3]{2}}\end{aligned}$$

11. 이차방정식  $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 할 때,  $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하는  $x$ 의 이차방정식이  $x^2 + ax + b = 0$ 과 같다.  $a, b$ 의 값을 구하면?

①  $a = 3, b = -2$

③  $a = \frac{1}{3}, b = -\frac{1}{3}$

⑤  $a = 1, b = \frac{1}{2}$

②  $a = 0, b = -\frac{1}{2}$

④  $a = 2, b = -\frac{1}{4}$

**해설**

$x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 이므로

$$\alpha + \beta = -a \cdots \cdots ①$$

$$\alpha\beta = b \cdots \cdots ②$$

$\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하는 이차방정식이  $x^2 + ax + b = 0$

이므로

$$\left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) = -a \cdots \cdots ③$$

$$\left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) \times \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) = b \cdots \cdots ④$$

$$③ \text{에서 } \alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = -a$$

$$\therefore -a + \frac{-a}{b} = -a \quad \therefore -\frac{a}{b} = 0 \quad \therefore a = 0$$

$$④ \text{에서 } \alpha\beta + \frac{1}{\alpha\beta} + 2 = b, \quad b + \frac{1}{b} + 2 = b,$$

$$\frac{1}{b} + 2 = 0 \quad \therefore b = -\frac{1}{2}$$

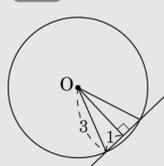
$$\therefore a = 0, b = -\frac{1}{2}$$

12. 직선  $y = x + m$  이 원  $x^2 + y^2 = 9$  에 의하여 잘린 현의 길이가 2 일 때,  $m^2$  의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설



위 그림을 보면 원과 직선사이 거리가

$\sqrt{3^2 - 1^2} = 2\sqrt{2}$  임을 알 수 있다.

이제 공식을 사용하면,

$$\frac{|m|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow m = \pm 4$$

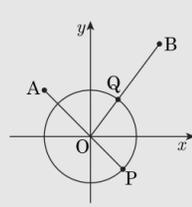
$$\therefore m^2 = 16$$

13. 두 점 A(-2, 2), B(3, 4) 가 있다. 원  $x^2 + y^2 = 4$  위의 임의의 두 점을 P, Q 라 할 때,  $\overline{AP}$  의 최댓값과  $\overline{BQ}$  의 최솟값의 합은 ?

- ① 3                      ②  $2 + 2\sqrt{2}$                       ③  $5 + 2\sqrt{2}$   
 ④  $4 + 2\sqrt{2}$                       ⑤ 7

**해설**

그림과 같이 P 와 Q 가 있을 때  $\overline{AP}$  는 최대가되고  $\overline{BQ}$  는 최소가 된다.  
 $\therefore \overline{AP} =$  반지름의 길이 + 원의 중심과 A 까지의 거리  
 $= 2 + \sqrt{(-2-0)^2 + (2-0)^2} = 2 + 2\sqrt{2}$   
 $\overline{BQ} =$  원의 중심과 B 까지의 거리 - 반지름의 길이  
 $= \sqrt{(3-0)^2 + (4-0)^2} - 2$   
 $= 5 - 2 = 3$   
 $\therefore$  구하는 답은  $(2 + 2\sqrt{2}) + 3 = 5 + 2\sqrt{2}$



14. 삼차방정식  $2x^3 - 7x^2 + (a+5)x - a = 0$ 의 세 근 중 두 근은 서로 다르고 역수 관계가 성립한다. 이 때,  $a$ 의 값을 구하면?

① 5      ② 4      ③ 3      ④ 2      ⑤ 1

해설

$$f(x) = 2x^3 - 7x^2 + (a+5)x - a \text{ 라면}$$

$$f(1) = 2 - 7 + a + 5 - a = 0 \text{ 이므로}$$

$f(x)$ 는  $x-1$ 로 나누어떨어진다.

$$\therefore (x-1)(2x^2 - 5x + a) = 0$$

따라서,  $2x^2 - 5x + a = 0$ 에서 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하면,

$\alpha, \beta$ 는 서로 다르고 서로 역수의 관계에 있으므로  $\alpha\beta = 1$

$$\therefore \alpha\beta = \frac{a}{2} = 1 \text{ 에서 } a = 2$$

15. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $n(A^c \cap B^c) = 0$  이고,  $A \cap B = \{3\}$ ,  $(A \cup B^c) - (A^c \cup B) = \{1, 4, 5, 6\}$  일 때,  $n(A) + n(B)$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned}(A \cup B^c) - (A^c \cup B) &= (A \cup B^c) \cap (A \cap B^c) \\ &= (A \cap B^c) \\ &= \{1, 4, 5, 6\}\end{aligned}$$

따라서,  $A \cap B = \{3\}$  이므로

$A = \{1, 3, 4, 5, 6\}$  이고,  $n(A^c \cap B^c) = 0$  이므로  $B = \{2, 3, 7\}$

$$n(A) + n(B) = 5 + 3 = 8$$