

1. 집합 $\{a, b, c, e\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

$$2^4 = 16 \text{ (개)}$$

2. 다음 중 옳은 것은?

보기

- ㉠ $n(\emptyset) = 0$
- ㉡ $A \subset B$ 이면, $n(A) \leq n(B)$ 이다.
- ㉢ $n(\{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 4 \text{ 이하의 짝수}\}) = 2$
- ㉣ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$
- ㉤ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{e\}) = 3$

- ① ㉡, ㉢, ㉤

② ㉠, ㉢, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

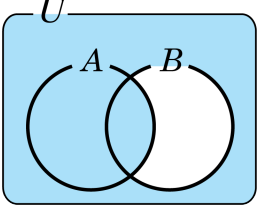
④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

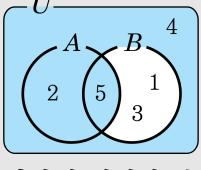
㉣ 반례 : $A = \{2\}$, $B = \{1, 3\}$

3. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 5\}, B = \{1, 3, 5\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에서 색칠된 부분을 나타내는 집합은?



- ① $\{2, 4\}$ ② $\{4, 5\}$ ③ $\{2, 4, 5\}$
④ $\{1, 2, 3, 4\}$ ⑤ $\{1, 2, 4, 5\}$

해설



따라서 색칠한 부분이 나타내는 집합은 $\{2, 4, 5\}$ 이다.

4. 전제집합 U 의 부분집합 A, B 에서 집합 $(A \cup B) \cap (A - B)^c$ 을 간단히 한 것은?

① $\emptyset$

② A

③ B

④ U

⑤ $A \cap B$

해설

$$(A \cup B) \cap (A \cap B^c)^c = (A \cup B) \cap (A^c \cup B) = B$$

5. 명제 ‘ x 가 4의 배수가 아니면 x 는 2의 배수가 아니다.’는 거짓이다.
다음 중에서 반례인 것은?

① $x = 1$

② $x = 12$

③ $x = 10$

④ $x = 8$

⑤ $x = 4$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것이 반례가 된다.
즉, $x = 10$ 은 4의 배수가 아니지만 2의 배수가 되므로 반례로 적당하다.

6. 첫째항이 -25 , 공차가 3 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

① 제 9 항

② 제 10 항

③ 제 11 항

④ 제 12 항

⑤ 제 13 항

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n 이라 하면

$$a_n = -25 + (n-1) \times 3 = 3n - 28$$

이때, $a_n > 0$ 을 만족시키는 n 은

$$3n - 28 > 0, \quad 3n > 28$$

$$\therefore n > \frac{28}{3} = 9.33 \dots$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 10 이므로 처음으로 양수가 되는 항은 제10항이다.

7. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1$, $a_{10} = 30$ 을 만족할 때 $\sum_{k=1}^9 a_{k+1} - \sum_{k=1}^9 a_{k-1}$ 의 값은?

① 26

② 27

③ 28

④ 29

⑤ 30

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^9 a_{k+1} - \sum_{k=1}^{10} a_{k-1} \\ &= (a_2 + a_3 + \cdots + a_9 + a_{10}) - \\ & \quad (a_1 + a_2 + \cdots + a_9) \\ &= -a_1 + a_{10} = -1 + 30 = 29 \end{aligned}$$

8. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 연산 $\odot$ 를 $A \odot B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$ 로 정의할 때, $n((A \odot B) \odot (A \odot C))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 14, 15\}$
 $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 $C = \{3, 6, 9, 12, 15\}$
 $A \odot B = (A \cap B^c) \cup (A^c \cap B)$
 $\quad = (A - B) \cup (B - A)$ 이므로
 $A \odot B = \{8, 10, 14\} \cup \{1, 3\}$
 $A \odot C = \{2, 4, 8, 10, 14\} \cup \{3, 9, 15\}$
 $\therefore (A \odot B) \odot (A \odot C)$
 $= \{1, 3, 8, 10, 14\} \odot \{2, 3, 4, 8, 9, 10, 14, 15\}$
 $= \{1\} \cup \{2, 4, 9, 15\}$
 $\therefore n((A \odot B) \odot (A \odot C)) = 5$

9. x, y, z 가 실수일 때, 조건 $(x-y)^2 + (y-z)^2 = 0$ 의 부정과 동치인 것은?
- ① $(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$
 - ② x, y, z 는 서로 다르다.
 - ③ $x \neq y$ 이고 $y \neq z$
 - ④ $(x-y)(y-z)(z-x) > 0$
 - ⑤ x, y, z 중에 적어도 서로 다른 것이 있다.

해설

$(x-y)^2 + (y-z)^2 = 0$ 이면 $x = y = z$ 이므로 이것의 부정은 $x \neq y$ 또는 $y \neq z$ 또는 $z \neq x$
즉, x, y, z 중에 적어도 서로 다른 것이 있다.

10. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 두 집합을 각각 P, Q 라 하자. $P = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$, $Q = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ 일 때, $p \rightarrow \sim q$ 가 거짓임을 보이는 원소는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 6 ⑤ 7

해설

$p \rightarrow \sim q$ 의 반례는 $P \not\subset Q^c$ 을 만족하는 원소이다.
즉, P 의 원소이면서 Q^c 의 원소가 아닌 것이므로 $P \cap (Q^c)^c = P \cap Q$
 $\therefore P \cap Q = \{6\}$

11. 다음 중에서 p 는 q 이기 위한 충분조건이 아닌 것은? (단 a, b, c 는 실수)

① $p : a = b, q : ac = bc$

② $p : a^2 + b^2 = 0, q : a = 0$ 또는 $b = 0$

③ $p : \triangle ABC$ 는 이등변삼각형, $q : \angle B = \angle C$

④ $p : a = 1, q : a^2 - 3a + 2 = 0$

⑤ $p : 0 < a < b, q : a^2 < b^2$

해설

① $q : ac = bc \rightarrow a = b$ 또는 $c = 0$ (참)

② $a \neq 0$ 그리고 $b \neq 0 \rightarrow a^2 + b^2 \neq 0$ (참)

③ $\angle B \neq \angle C \rightarrow \triangle ABC$ 는 이등변 삼각형이 아니다. (거짓)

반례 : $\angle C = \angle A$ 인 이등변 삼각형

④ $q : a = 1, 2$ (참)

⑤ $(0 < a < b) \subset (a^2 < b^2 \Leftrightarrow 0 < a < b \text{ 또는 } b < a < 0)$

12. 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하고 $\sim p$ 가 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이지만 필요조건은 아닐 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $P - Q = \emptyset$ ② $P \cap Q = Q$ ③ $P \cap Q = P$
④ $P^c = Q$ ⑤ $P = Q$

해설

$\sim p$ 가 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이므로 $\sim p \rightarrow \sim q$ 이고, 대우 $q \rightarrow p$ 는 참이다. 따라서, 두 진리집합 사이에는 $Q \subset P$ 가 성립하므로 $P \cap Q = Q$

13. 양수 x, y 에 대하여 $\left(x + \frac{3}{y}\right)\left(3y + \frac{1}{x}\right)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x > 0, y > 0$ 이므로 산술기하평균의 관계에 의해

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3xy + 1 + 9 + \frac{3}{xy} \geq 2 \cdot \sqrt{3xy \cdot \frac{3}{xy}} + 10 \\ &= 2 \cdot 3 + 10 = 16\end{aligned}$$

14. 집합 {2, 4, 6, 8, 10, 12}에서 선택한 세 개의 원소 a_1, a_2, a_3 이 $2a_2 = a_1 + a_3$ 을 만족시키는 경우의 수는? (단, $a_1 < a_2 < a_3$ 이다.)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$2a_2 = a_1 + a_3 \Rightarrow$ 등차수열

- ① 공차가 2인 경우 (4가지)
2, 4, 6 4, 6, 8 6, 8, 10 8, 10, 12
② 공차가 4인 경우 (2가지)
2, 6, 10 4, 8, 12

15. x 에 대한 이차다항식 $f(x) = a^2(x-1)^2 + 3a(x+1) + 2$ 를 $x-1$, $x+1$, $x+2$ 로 나눈 나머지가 이 순서대로 등차수열이 될 때, 상수 a 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 2 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} f(1) &= 6a + 2 \\ f(-1) &= 4a^2 + 2 \\ f(-2) &= 9a^2 - 3a + 2 \\ 4a^2 + 2 &= \frac{(6a + 2) + (9a^2 - 3a + 2)}{2} \\ 8a^2 + 4 &= 9a^2 + 3a + 4 \\ a^2 + 3a &= 0 \\ a &= 0, -3 \\ \text{그런데 } f(x) \text{ 는 이차식이므로 } a &\neq 0 \\ \therefore a &= -3 \end{aligned}$$

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 등차수열이고 $a_3+a_6+a_9=9$, $a_6+a_7+a_8+\cdots+a_{14}=99$ 일 때, $a_k=15$ 를 만족하는 k 의 값은?

① 10 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 20

해설

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항을 a , 공차를 d 라 하면

$a_3+a_6+a_9=9$ 에서

$$(a+2d)+(a+5d)+(a+8d)=9$$

$$3a+15d=9 \quad \therefore a+5d=3 \cdots \textcircled{1}$$

$a_6+a_7+a_8+\cdots+a_{14}=99$ 에서

$$\frac{9\{(a+5d)+(a+13d)\}}{2}=99$$

$$\therefore a+9d=11 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면 $d=2$, $a=-7$

$$\therefore a_n=-7+(n-1)\cdot 2=2n-9$$

따라서 $a_k=2k-9=15$ 에서

$$2k=24 \quad \therefore k=12$$

17. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 제 9항이 -8 이고, 첫째항부터 제 8항까지의 합이 44일 때, 첫째항부터 제 몇 항까지의 합이 최대가 되는가?

① 제5항

② 제6항

③ 제7항

④ 제8항

⑤ 제9항

해설

$$a_9 = a + 8d = -8$$

$$S_8 = \frac{8(2a + 7d)}{2} = 44$$

$$\begin{cases} 2a + 7d = 11 \\ 2a + 16d = -16 \end{cases}$$

$$9d = -27$$

$$d = -3$$

$$a = 16$$

$$a_n = 16 + (n - 1) \cdot (-3)$$

$$= -3n + 19 < 0$$

$$19 < 3n$$

$$\frac{19}{3} < n$$

$\therefore$ 여섯번째 항까지의 합이 최대

18. 2와 162사이에 세 양수 a, b, c 를 넣어 $2, a, b, c, 162$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루게 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 78

해설

$$b^2 = 2 \times 162$$

$$b = 18 \quad (\because b > 0)$$

$2, a, 18, c, 162$ 가 등비수열을 이루므로

$$a^2 = 2 \times 18$$

$$a = 6 \quad (\because a > 0)$$

$$c^2 = 18 \times 162$$

$$c = 54$$

$$\therefore a + b + c = 6 + 18 + 54 = 78$$

19. $\sum_{l=1}^n (\sum_{k=1}^l k) = 56$ 을 만족시키는 n 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & \sum_{l=1}^n (\sum_{k=1}^l k) \\ &= \sum_{l=1}^n \left\{ \frac{l(l+1)}{2} \right\} = \frac{1}{2} (\sum_{l=1}^n l^2 + \sum_{l=1}^n l) \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} \right\} \\ &= \frac{n(n+1)(n+2)}{6} \\ &\stackrel{=}{\Rightarrow}, \frac{n(n+1)(n+2)}{6} = 56 \circ] \text{므로} \\ &n(n+1)(n+2) = 6 \cdot 7 \cdot 8 \\ &\therefore n = 6 \end{aligned}$$

20. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $3 + 9 + \cdots + 3^{n-1} = \sum_{k=1}^{n-1} 3^{k-1}$

㉡ $1 \cdot n + 2 \cdot (n-1) + 3 \cdot (n-2) + \cdots + n \cdot 1 = \sum_{k=1}^n k(n-k)$

㉢ $1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^3 + \cdots + 10 \cdot 2^9 = \sum_{k=1}^{10} k \cdot 2^{k-1}$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠. $3 + 9 + \cdots + 3^{n-1} = \sum_{k=1}^{n-1} 3^k$ (거짓)

㉡. $1 \cdot n + 2 \cdot (n-1) + 3 \cdot (n-2) + \cdots + n \cdot 1 = \sum_{k=1}^n k(n-k+1)$ (거짓)

㉢. 주어진 수열의 일반항은 $n \cdot 2^{n-1}$ 이므로
 $1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + 4 \cdot 2^3 + \cdots + 10 \cdot 2^9 = \sum_{k=1}^{10} k \cdot 2^{k-1}$ (참)

21. 수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1 (n = 1, 2, 3, \dots)$ 일 때, 일반항 a_n 은?

- ① $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ② $2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ③ $\left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{1}{2}$
 ④ 2^{n-1} ⑤ $2^n - 1$

해설

$a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + 1$ 을 $a_{n+1} - \alpha = \frac{1}{2}(a_n - \alpha)$ 의 꼴로 변형하면

$a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + \frac{\alpha}{2}$ 에서 $\frac{\alpha}{2} = 1 \therefore \alpha = 2$

즉, $a_{n+1} - 2 = \frac{1}{2}(a_n - 2)$

따라서 수열 $\{a_n - 2\}$ 는 첫째항이 $a_1 - 2 = -1$ 이고 공비가 $\frac{1}{2}$ 인

등비수열이므로

$a_n - 2 = (-1) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \therefore a_n = 2 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

22. $a > 0$ 이고 m, n, p 가 2 이상의 정수일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$
- ② $\sqrt[2]{a^{mp}} = \sqrt{a^m}$
- ③ $(\sqrt[n]{a})^m \cdot (\sqrt[n]{a})^n = \sqrt{a^{mn}}$
- ④ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = a^{\frac{1}{mn}}$
- ⑤ $\frac{1}{a^{\frac{n}{m}}} = a^{-\frac{n}{m}}$

해설

$$(\sqrt[n]{a})^m \cdot (\sqrt[n]{a})^n = a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{n}{n}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{n}{n}} = a^{\frac{m^2+n^2}{nn}}$$

23. $x + x^{-1} = 3$ 일 때, $x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}}$ 의 값은?

① $\sqrt{3}$

② 3

③ 5

④ $2\sqrt{5}$

⑤ $3\sqrt{5}$

해설

$$x + x^{-1} = 3 \text{ 이므로}$$

$$(x + x^{-1})^3 = 27$$

$$x^3 + x^{-3} + 3(x + x^{-1}) = 27$$

$$x^3 + x^{-3} = 27 - 3 \cdot 3 = 18$$

$$(x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}})^2 = x^3 + x^{-3} + 2 = 20$$

$$\therefore x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}} = 2\sqrt{5} \quad (\because x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}} > 0)$$

24. $\sqrt[3]{a} = 81$, $\sqrt{\sqrt{b}} = 125$ 일 때, $\sqrt[3]{\sqrt{ab}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 225

해설

$$\sqrt[3]{a} = 81 = 3^4 \text{ 에서 } a = 3^{12}$$

$$\sqrt{\sqrt{b}} = 125, \sqrt[4]{b} = 5^3 \therefore b = 5^{12}$$

$$\text{이때, } ab = 3^{12} \cdot 5^{12} = 15^{12}$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt[3]{\sqrt{ab}} &= \sqrt[6]{ab} = \sqrt[6]{15^{12}} \\ &= 15^{\frac{12}{6}} = 15^2 = 225 \end{aligned}$$

25. $\log_2 3 = a$, $\log_3 7 = b$ 일 때, $\log_{36} 42$ 를 a , b 로 나타내면?

- ① $\frac{1+a+ab}{1+a}$ ② $\frac{1+a+2ab}{1+a}$ ③ $\frac{1+2a+ab}{2+a}$
④ $\frac{1+a+ab}{2(1+a)}$ ⑤ $\frac{2+a+2ab}{2(1+a)}$

해설

로그의 밑을 3으로 통일시키면

$$\log_3 2 = \frac{1}{\log_2 3} = \frac{1}{a}, \log_3 7 = b$$

$$\log_{36} 42 = \frac{\log_3 42}{\log_3 36} = \frac{\log_3 (2 \times 3 \times 7)}{\log_3 (2^2 \times 3^2)}$$

$$= \frac{\log_3 2 + 1 + \log_3 7}{2 \log_3 2 + 2}$$

$$\frac{\frac{1}{a} + 1 + b}{2 \cdot \frac{1}{a} + 2} = \frac{1+a+ab}{2(1+a)}$$

26. 다음 상용로그표를 이용하여 $\log \sqrt[3]{0.138}$ 의 소수 부분을 구하여라.

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.7133

해설

상용로그표에서 $\log 1.38 = 0.1399$ 이므로

$$\begin{aligned}\log \sqrt[3]{0.138} &= \frac{1}{3} \log 0.138 = \frac{1}{3} \log (1.38 \times 10^{-1}) && \text{따 라 서} \\ &= \frac{1}{3}(\log 1.38 - 1) = \frac{1}{3}(0.1399 - 1) \\ &= -0.2867 = -1 + 0.7133\end{aligned}$$

$\log \sqrt[3]{0.138}$ 의 소수 부분은 0.7133이다.

27. 두 양수 A , $\frac{1}{A}$ 의 상용로그의 소수 부분을 각각 α , β 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\log A$ 이 정수 부분을 n 이라고 하면 $\log A = \alpha + n$

$$\log \frac{1}{A} = \log A^{-1} = -\log A$$

$$= -(n + \alpha) = -n - \alpha$$

$$= (-n - 1) + (1 - \alpha)$$

따라서 $\log \frac{1}{A}$ 의 소수 부분은 $1 - \alpha$ 이므로 $\beta = 1 - \alpha$

$$\therefore \alpha + \beta = \alpha + (1 - \alpha) = 1$$

28. 세 수 $\log 3$, $\log(2^x + 1)$, $\log(2^x + 7)$ 이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $12x$ 의 값을 구하여라. (단, $\log 2 = 0.3$ 으로 계산한다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

세 수 $\log 3$, $\log(2^x + 1)$, $\log(2^x + 7)$ 이 이 순서대로 등차수열을 이루므로

$$2\log(2^x + 1) = \log 3 + \log(2^x + 7)$$

$$\log(2^x + 1)^2 = \log 3(2^x + 7) \Leftrightarrow (2^x + 1)^2 = 3(2^x + 7)$$

$$2^x = t \text{로 치환하면, } (t + 1)^2 = 3(t + 7) \Leftrightarrow t^2 - t - 20 = 0$$

$$(t + 4)(t - 5) = 0 \Leftrightarrow t = 5 (\because t > 0)$$

$$\therefore 2^x = 5 \Leftrightarrow x = \log_2 5 = \frac{\log 5}{\log 2} = \frac{1 - 0.3}{0.3} = \frac{7}{3}$$

따라서 구하는 값은 $12x = 28$

29. 집합 $A = \{0, 2, \{4\}, \{6, 8\}, \emptyset\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?.

① $\emptyset \in A$

② $\{0, 2, \{4\}\} \subset A$

③ $n(A) = 5$

④ $\{4\} \subset A$

⑤ $\{6, 8\} \in A$

해설

④ $\{4\} \in A$

30. 다음 조건을 만족하는 두 집합 A, B 에 대하여 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

- ㉠ $A = \{2, a, a^2\}, B = \{b, c, 4\}$
- ㉡ $A \subset B, B \subset A$
- ㉢ a, b, c 가 서로 다른 자연수

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$
 $4 \in B$ 이므로 $4 \in A$
 $a = 4$ 또는 $a^2 = 4$
(i) $a = 4$ 일 때, $A = \{2, 4, 16\}, B = \{b, c, 4\}$
 $\therefore b = 2, c = 16$ 또는 $b = 16, c = 2$
(ii) $a^2 = 4$ 일 때, $a = 2$ (a 는 자연수)
 $A = \{2, 2^2\} = \{2, 4\}, B = \{b, c, 4\}$
 b 또는 c 가 2 이어야 하므로 a, b, c 가 서로 다른 자연수가 될 수 없다.
 $\therefore a + b + c = 4 + 2 + 16 = 22$

31. $U = \{x | 0 \leq x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 $A = \{x | x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 에 대하여 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}, B = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이므로
 $n((A \cap B^c) \cup (B \cap A^c))$
 $= n((A - B) \cup (B - A))$
 $= n(\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}) = 10$ 이다.

32. $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{2a_n + 1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 으로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{12} 의 값은?

- ① $\frac{2}{41}$ ② $\frac{1}{21}$ ③ $\frac{2}{43}$ ④ $\frac{1}{22}$ ⑤ $\frac{2}{45}$

해설

$a_{n+1} = \frac{a_n}{2a_n + 1}$ 의 양변의 역수를 취하면

$$\frac{1}{a_{n+1}} = \frac{2a_n + 1}{a_n} = 2 + \frac{1}{a_n}$$

$$\therefore \frac{1}{a_{n+1}} = \frac{1}{a_n} + 2$$

$\frac{1}{a_n} = b_n$ 으로 놓으면 $\{b_n\}$ 은 첫째항이 $b_1 = \frac{1}{a_1} = \frac{1}{2}$ 이고 공차가

2인 등차수열이므로

$$b_n = \frac{1}{2} + (n-1) \cdot 2 = \frac{4n-3}{2}$$

$$\therefore a_n = \frac{1}{b_n} = \frac{2}{4n-3}$$

$$\therefore a_2 = \frac{2}{4 \cdot 12 - 3} = \frac{2}{45}$$

33. 어떤 박테리아의 개체 수는 매 시간 $r\%$ 씩 일정하게 증가하여 n 시간 후에는 처음의 $\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$ 배가 된다고 한다. 이 박테리아의 개체 수가 매 시간 16% 씩 일정하게 증가할 때, 20 시간 후에는 처음의 몇 배가 되는지 다음 상용로그표를 이용하여 구한 것은?

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732
1.5	.1761	.1790	.1818	.1847	.1875	.1903	.1931	.1959	.1987	.2014
1.6	.2041	.2068	.2095	.2122	.2148	.2175	.2201	.2227	.2253	.2279
1.7	.2304	.2330	.2355	.2380	.2405	.2430	.2455	.2480	.2504	.2529
1.8	.2553	.2577	.2601	.2625	.2648	.2672	.2695	.2718	.2742	.2765
1.9	.2788	.2810	.2833	.2856	.2878	.2900	.2923	.2945	.2967	.2989

- ① 15.5 배
- ② 16.5 배
- ③ 17.5 배
- ④ 18.5 배
- ⑤ 19.5 배

해설

처음 박테리아의 수를 A 라 하고 매 시간 16% 씩 증가하여 20 시간이 지난 후 박테리아의 수가 처음의 k 배라 하면

$A\left(1 + \frac{16}{100}\right)^{20} = kA \quad \therefore k = 1.16^{20}$

양변에 상용로그를 취하면

$\log k = 20 \log 1.16 = 20 \times 0.0645$

$= 1.2900 = \log 19.5$

$\therefore k = 19.5$