

1. 집합 $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $1 \in A$

② $\{1, 2\} \in A$

③ $\{1\} \subset A$

④ $\{1, 2\} \subset A$

⑤ $\{2\} \in A$

해설

① 1은 집합 A 의 원소이므로 (참)

② $\{1, 2\}$ 는 집합 A 의 원소이므로 (참)

③ 1이 집합 A 의 원소이므로 $\{1\}$ 은 A 의 부분 집합이다.(참)

④ 1, 2가 집합 A 의 원소이므로 $\{1, 2\}$ 는 집합 A 의 부분집합이다.(참)

⑤ $\{2\}$ 는 A 의 원소가 아니므로 $\{2\} \notin A$ 이고 $\{2\} \subset A$ 이다.(거짓)

2. $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $\emptyset \subset A$

② $\{2\} \subset A$

③ $\{4, 5\} \in A$

④ $n(A) = 5$

⑤ $\{0, \{2\}\} \subset A$

해설

③ $\{4, 5\} \subset A$

④ $n(A) = 6$

3. 다음 집합 중에서 집합 $\{a, b, c\}$ 의 부분집합을 모두 골라라.

$$\textcircled{\Gamma} \{a\}$$

$$\textcircled{\text{L}} \{b, d\}$$

$$\textcircled{\ominus} \{a, b, c\}$$

$$\textcircled{\equiv} \emptyset$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\textcircled{\Gamma}$

▷ 정답 : $\textcircled{\ominus}$

▷ 정답 : $\textcircled{\equiv}$

해설

집합 $\{a, b, c\}$ 의 부분집합을 모두 구하면 $\emptyset$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a, b\}$, $\{a, c\}$, $\{b, c\}$, $\{a, b, c\}$ 이다.

4. 집합 $A = \{x, y\}$ 의 부분집합의 개수는?

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

$A = \{x, y\}$ 이므로 A 의 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2
를 곱한 값과 같다.

따라서 $2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개)이다.

5. 집합 $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 2를 반드시 포함하고 3을 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

집합 A 에서 원소 2를 반드시 포함하고, 3을 포함하지 않는 부분집합을 구하면 $\{2\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{2, 5, 7\}$ 이므로 4개이다.

6. 집합 A 의 부분집합의 개수가 4 개일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

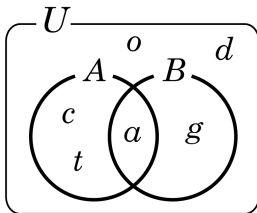
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$2^n = 4 \therefore n = 2$$

7. 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳은 것은?



① $U = \{d, g, c, a, t\}$

② $A^c = \{d, g\}$

③ $B^c = \{c, d, o, t\}$

④ $(A \cap B)^c = \{o, d\}$

⑤ $(A \cup B)^c = \{c, d, g, o, t\}$

해설

① $U = \{d, o, g, c, a, t\}$

② $A^c = \{d, o, g\}$

④ $(A \cap B)^c = \{c, d, g, o, t\}$

⑤ $(A \cup B)^c = \{d, o\}$

이므로 옳은 것은 ③이다.

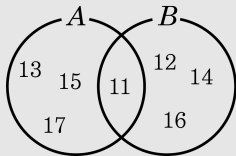
8. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{11, 13, 15, 17\}$, $A \cup B = \{11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$, $A \cap B = \{11\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{11, 12, 14, 16\}$

해설

$$\therefore B = \{11, 12, 14, 16\}$$



9. 세 집합 A, B, C 에 대하여 다음 중 옳은 것으로만 짝지어진 것은?

$$\textcircled{\text{㉠}} (A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$\textcircled{\text{㉡}} A \cap (B \cup C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

$$\textcircled{\text{㉢}} A - B = A \cap B^c$$

$$\textcircled{\text{㉣}} (A \cup B)^c = A^c \cup B^c$$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣

⑤ ㉢, ㉣

해설

$$\textcircled{\text{㉡}} A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$\textcircled{\text{㉣}} (A \cup B)^c = A^c \cap B^c$$

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 24$, $n(B) = 32$, $n(A \cup B) = 41$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 값을 구하면?

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

해설

$$\begin{aligned}n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\&= 24 + 32 - 41 = 15\end{aligned}$$

11. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① 키가 작은 학생들의 모임
- ② 10 에 가까운 수의 모임
- ③ 우리 반에서 배우는 교과목의 모임
- ④ 영어를 잘하는 학생들의 모임
- ⑤ 1 보다 작은 자연수의 모임

해설

③, ⑤는 기준이 명확하므로 집합이다.

12. 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 4 의 배수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳은 것은?

① $10 \in A$

② $14 \in A$

③ $16 \notin A$

④ $18 \notin A$

⑤ $20 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 12, 16 이므로 $18 \notin A$ 이다.

13. 다음 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은?
 $\{x|x\text{는 } 10\text{이하의 홀수}\}$

① $\{1, 3\}$

② $\{1, 3, 5\}$

③ $\{1, 3, 5, 7\}$

④ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$

해설

$$\{x|x\text{는 } 10\text{이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

14. 집합 $A = \{2, x+2\}$, $B = \{4, 2y\}$ 일 때, $A = B$ 를 만족시키는 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - y = 1$

해설

$A = \{2, x+2\}$, $B = \{4, 2y\}$ 일 때, $A = B$ 이므로 $x+2 = 4$, $2y = 2$

$$\therefore x = 2, y = 1$$

$$\therefore x - y = 2 - 1 = 1$$

15. 집합 $A = \{8, 16, 24, 32, \dots\}$, $B = \{24, 48, 72, 96, \dots\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은?

① $\{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 배수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 48 \text{의 배수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 배수}\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$

해설

$A \cap B$ 은 집합 A 에도 속하고 B 에도 속하는 집합을 의미한다.

$A \cap B = \{24, 48, 72, 96, \dots\}$ 이므로

조건제시법으로 고쳐보면

$A \cap B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 배수}\}$ 가 된다.

16. 두 집합 $A = \{a - 3, 4, 6\}$, $B = \{5, b + 2, 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{5, 6\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A \cap B = \{5, 6\}$ 이므로

$5 \in A$ 이므로 $a - 3 = 5 \quad \therefore a = 8$

$6 \in B$ 이므로 $b + 2 = 6 \quad \therefore b = 4$

$\therefore a - b = 8 - 4 = 4$

17. 두 집합 C, D 에 대하여 $n(C) = 20$, $n(D) = 12$, $C \cap D = \emptyset$ 일 때, $n(C \cup D)$ 는?

① 30

② 31

③ 32

④ 33

⑤ 34

해설

$$\begin{aligned}n(C \cup D) &= n(C) + n(D) - n(C \cap D) \\&= 20 + 12 - 0 = 32\end{aligned}$$

18. $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{c, d\}$, $B - A = \{a\}$, $A^c \cap B^c = \{e\}$ 일 때, 집합 B 는?

① $\{a\}$

② $\{b\}$

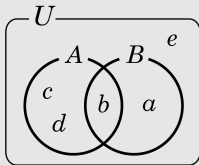
③ $\{a, b\}$

④ $\{a, c\}$

⑤ $\{a, b, c\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B = \{a, b\}$ 이다.



19. 1 부터 30 까지의 자연수 중 3 의 배수이지만 4 의 배수가 아닌 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$n(A) = 10, n(B) = 7, n(A \cap B) = 2$ 이다.

따라서 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 10 - 2 = 8$

20. 다음 중 항상 참이라고 할 수 없는 것은?

- ① 자연수 n 에 대하여, n^2 이 짝수이면 n 도 짝수이다.
- ② 자연수 n, m 에 대하여 $n^2 + m^2$ 이 홀수이면, nm 은 짝수이다.
- ③ 자연수 n 에 대하여, n^2 이 3의 배수이면, n 은 3의 배수이다.
- ④ a, b 가 실수일 때, $a + b\sqrt{2} = 0$ 이면, $a = 0$ 이다.
- ⑤ 두 실수 a, b 에 대하여, $a + b > 2$ 이면, $a > 1$ 또는 $b > 1$

해설

①, ③ : n^2 이 p 의 배수이면, n 은 p 의 배수이다. (참)

② : 대우는 ‘ nm 은 홀수이면 $n^2 + m^2$ 이 짝수이다.’ nm 은 홀수, 즉 n, m 모두 홀수이면 n^2, m^2 모두 홀수이므로 $n^2 + m^2$ 은 짝수이다.

∴ 주어진 명제는 참

④ 반례 : $a = 2\sqrt{2}, b = -1$

※ 주의) 주어진 명제가 참일 때는 a, b 가 유리수라는 조건일 때임을 명심해야 한다.

⑤ 대우 : $a \leq 1$ 그리고 $b \leq 1$ 이면 $a + b \leq 2$ (참)

21. 다음 중에서 명제 ‘자연수 n 의 각 자리 숫자의 합이 6 의 배수이면, n 은 6 의 배수이다.’가 거짓임을 보여주는 n 의 값은?

① 30

② 33

③ 40

④ 42

⑤ 답 없음

해설

실제로 주어진 명제는 참이 아니다. 33 의 경우 $3+3=6$ 이지만, 33 은 6 의 배수가 아니다.

22. 명제「 $p \rightarrow \sim q$ 」가 참일 때, 다음 중 반드시 참인 명제는?

① $p \rightarrow q$

② $q \rightarrow p$

③ $\sim p \rightarrow q$

④ $q \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

주어진 명제가 참이므로 대우「 $q \rightarrow \sim p$ 」도 참이다.

23. 다음 ()안에 알맞은 말을 쓰시오.

이등변삼각형 ABC는 정삼각형이기 위한 ()조건이다.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

이등변삼각형이 정삼각형을 포함한다.

24. 실수 x 에 대하여 $x+1=0$ 이 $x^2+2x+a=0$ 이 되기 위한 충분조건일 때, 상수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x+1=0$ 이 $x^2+2x+a=0$ 이 되기 위한 충분조건이므로 명제 ‘ $x+1=0$ 이면 $x^2+2x+a=0$ 이다.’가 참이다.

$x+1=0$ 에서 $x=-1$ 을 $x^2+2x+a=0$ 에 대입하면

$$(-1)^2 + 2 \cdot (-1) + a = 1 - 2 + a = 0$$

$$\therefore a = 1$$

25. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) - A = \emptyset$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A \subset B$

② $A \cap B = \emptyset$

③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = A$

⑤ $A \cup B = U$

해설

B 집합이 A 집합 안에 포함된다는 의미이므로 ④가 정답이다.

26. 세 실수 a, b, c 사이에 두 관계식 $3a - b + c = 2$, $a + b + c = 4$ 가 성립한다. $a > 1$ 일 때, a, b, c 의 대소 관계를 알맞게 나타낸 것은?

① $a < b < c$

② $a < c < b$

③ $b < c < a$

④ $c < a < b$

⑤ $c < b < a$

해설

$$3a - b + c = 2 \cdots \cdots ①$$

$$a + b + c = 4 \cdots \cdots ②$$

$$① + ② \text{ 하면 } 4a + 2c = 6$$

$$2a + c = 3, a > 1 \text{ 이므로}$$

$$c = 3 - 2a \text{ 에서 } c < 1$$

$$① - ② \text{ 하면 } 2a - 2b = -2$$

$$\therefore a - b = -1, b = a + 1 \text{ 이므로}$$

$$a > 1 \text{ 이므로 } b > a$$

$$\therefore c < a < b$$

27. $a > b > 0$ 일 때, $a^2 > b^2$ 이다. 임을 이용하여 $x > y > -1$ 일 때, $\sqrt{x+1}$, $\sqrt{y+1}$ 의 대소를 비교하면?

① $\sqrt{x+1} < \sqrt{y+1}$

② $\sqrt{x+1} \leq \sqrt{y+1}$

③ $\sqrt{x+1} > \sqrt{y+1}$

④ $\sqrt{x+1} \geq \sqrt{y+1}$

⑤ $\sqrt{x+1} = \sqrt{y+1}$

해설

$$\begin{aligned}(\sqrt{x+1})^2 - (\sqrt{y+1})^2 &= (x+1) - (y+1) \\ &= x - y > 0\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{x+1} > \sqrt{y+1}$$

28. x 가 양의 실수 일 때, $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$ 의 최솟값과 그 때의 x 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 > 0$, $\frac{1}{x^2} > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균에 의하여

$$x^2 + 1 + \frac{1}{x^2} \geq 2\sqrt{x^2 \times \frac{1}{x^2}} + 1 \geq 2 + 1 = 3$$

등호는 $x^2 = \frac{1}{x^2}$ 일 때 성립하므로 $x^4 = 1$

따라서 양의 실수 x 는 1이다.

최솟값은 3이고, x 값은 1이다.

29. $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이고, $a + b + c = 14$ 일 때, $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(1^2 + 2^2 + 3^2) \{ (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2 \}$$

$$\geq (\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2$$

$$(\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2 \leq 14(a + b + c) = 14^2$$

이 때 $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이므로

$$0 \leq \sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c} \leq 14$$

따라서 최댓값은 14이다.

30. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 두 조건 $p : x^2 = 3x$, $q : x \geq 2$ 에 대하여 조건 ' p 이고 $\sim q$ '를 만족하는 집합은?

① $\{0\}$

② $\{1\}$

③ $\{3\}$

④ $\{0, 1\}$

⑤ $\{3, 5\}$

해설

p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하면

$$P = \{0, 3\}, Q = \{2, 3, 4, 5\}$$

' p 이고 $\sim q$ ' 를 만족하는 집합은 $P \cap Q^c$

$$\therefore P \cap Q^c = P - Q = \{0\}$$

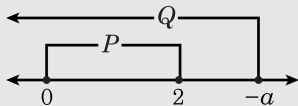
31. 실수 x 에 대한 두 조건 $p : 0 \leq x \leq 2$, $q : x + a \leq 0$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : -2

해설

p , q 를 만족하는 집합을 각각 P , Q 라 하면 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ 이다. $P = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $Q = \{x | x \leq -a\}$



위의 그림에서 $P \subset Q$ 하려면 $2 \leq -a$, $a \leq -2$ 따라서 a 의 최댓값은 -2

32. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p, q 는 각각 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이때, p 는 q 이기 위한 어떤 조건인지를 말하여라.



답 :

조건



정답 : 충분조건

해설

p 는 r 이기 위한 충분조건이므로 $p \Rightarrow r$

q 는 r 이기 위한 충분조건이므로 $q \Rightarrow r$

s 는 r 이기 위한 필요조건이므로 $r \Rightarrow s$

q 는 s 이기 위한 필요조건이므로 $s \Rightarrow q$

따라서, $p \Rightarrow r \Rightarrow s \Rightarrow q$

$\therefore p \Rightarrow q$

그러나 $q \Rightarrow p$ 인지는 알 수 없다.

$\therefore p$ 는 q 이기 위한 충분조건이다.

33. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(3x + \frac{1}{y}\right) \left(\frac{1}{x} + 12y\right)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$x > 0, y > 0$ 이므로

$$\begin{aligned} \left(3x + \frac{1}{y}\right) \left(\frac{1}{x} + 12y\right) &= 3 + 36xy + \frac{1}{xy} + 12 \\ &= 15 + 36xy + \frac{1}{xy} \geq 2 \cdot \sqrt{36 \frac{1}{xy} \cdot xy} + 15 = 27 \end{aligned}$$