

1. 다음 두 식 $3x^2 - 8x + 5$, $6x^2 - 7x - 5$ 의 공통인 인수로 알맞은 것을 고르면?

① $3x - 5$

② $x - 1$

③ $2x + 1$

④ $x + 4$

⑤ $3x + 5$

해설

$$3x^2 - 8x + 5 = (3x - 5)(x - 1)$$

$$6x^2 - 7x - 5 = (3x - 5)(2x + 1)$$

공통인 인수 : $3x - 5$

2. 다음 중 인수분해를 바르게 한 것은?

① $ma + mb - m = m(a + b)$

② $64a^2 + 32ab + 4b^2 = (8a + 2b)^2$

③ $-4a^2 + 9b^2 = (2a + 3b)(2a - 3b)$

④ $x^2 - 5x - 6 = (x - 2)(x - 3)$

⑤ $2x^2 - 5xy + 3y^2 = (x - 3y)(2x - y)$

해설

① $ma + mb - m = m(a + b - 1)$

③ $-4a^2 + 9b^2 = -(2a + 3b)(2a - 3b)$

④ $x^2 - 5x - 6 = (x - 6)(x + 1)$

⑤ $2x^2 - 5xy + 3y^2 = (2x - 3y)(x - y)$

3. $4x^2 + Axy + 9y^2 = (Bx + Cy)^2$ 일 때, 이를 만족하는 세 자연수 A, B, C 의 합을 구하면?

① 14

② 15

③ 16

④ 17

⑤ 18

해설

$$\begin{aligned}(Bx + Cy)^2 &= B^2x^2 + 2BCxy + C^2y^2 \\ &= 4x^2 + Axy + 9y^2\end{aligned}$$

$$B = 2, C = 3, A = 12$$

$$A + B + C = 12 + 2 + 3 = 17$$

4. $x^2 + 5x + a = (x + b)^2$ 에서 $a - b$ 의 값은?

① $\frac{5}{4}$

② $\frac{15}{2}$

③ $\frac{15}{8}$

④ $\frac{15}{4}$

⑤ $\frac{11}{4}$

해설

$$x^2 + 5x + a = x^2 + 2bx + b^2$$

$$2b = 5, b = \frac{5}{2}$$

$$a = b^2 = \frac{25}{4}$$

$$\therefore a - b = \frac{15}{4}$$

5. $2x^2 - 7x + 3 = (2x - A)(Bx - C)$ 일 때, $A + B + C$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$2x^2 - 7x + 3 = (2x - 1)(x - 3)$$

$$(2x - 1)(x - 3) = (2x - A)(Bx - C) \text{ 이므로}$$

$$A = 1, B = 1, C = 3$$

$$\therefore A + B + C = 1 + 1 + 3 = 5$$

6. $(3x + 2y)(-x + 2y)$ 의 전개식에서 모든 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$(3x + 2y)(-x + 2y) = -3x^2 + 4xy + 4y^2$$

$$\therefore -3 + 4 + 4 = 5$$

7. 다음 두 식에 함께 들어있는 공통인 인수를 구하여라.

$$2x^2 - 4x, \quad x^2 - 4$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - 2$

해설

$$2x^2 - 4x = 2x(x - 2), \quad x^2 - 4 = (x + 2)(x - 2)$$

따라서 공통인 인수는 $x - 2$ 이다.

8. $x^3 + x^2 - 9x - 9$ 를 인수분해 하였더니
 $(x+a)(x+b)(x+c)$ 가 되었다. 이때 $a+b+c$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}x(x^2 - 9) + (x^2 - 9) &= (x^2 - 9)(x + 1) \\ &= (x + 3)(x - 3)(x + 1)\end{aligned}$$

따라서 $a = 3, b = -3, c = 1$ 이므로

$a + b + c = 1$ 이다.

9. $(2x+1)^2 - (x-2)^2 = (3x+a)(x+b)$ 일 때, $a+3b$ 의 값을 구하면?

① 4

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$2x+1=A$, $x-2=B$ 로 치환하면

$$(2x+1)^2 - (x-2)^2$$

$$= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

$$= (2x+1+x-2)(2x+1-x+2)$$

$$= (3x-1)(x+3)$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

$$\therefore a+3b = -1+9 = 8$$

10. $3x - 2$ 이 $3x^2 - ax + 8$ 의 인수일 때, a 의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - ax + 8 &= (3x - 2)(x + p) \\ &= 3x^2 + 3px - 2x - 2p \\ &= 3x^2 + (3p - 2)x - 2p \end{aligned}$$

$$-2p = 8, \quad p = -4 \text{ 이고,}$$

$$3p - 2 = -a, \quad a = 14 \text{ 이다.}$$

11. $a = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $b = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, $a^2 - b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-4\sqrt{2}$

해설

$$a = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2}-1, \quad b = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$$

$$\begin{aligned} a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\ &= (\sqrt{2}-1 + \sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1 - \sqrt{2}-1) \\ &= 2\sqrt{2}(-2) = -4\sqrt{2} \end{aligned}$$

12. 다음 보기의 식을 인수분해 하였을 때, 빈 칸에 들어갈 값이 다른 것을 골라라.

보기

㉠ $2x^2 + 4x + 2 = 2(x + \square)^2$

㉡ $x^2 - 6x + 9 = (\square x - 3)^2$

㉢ $3x^2 + 6x - 9 = 3(x + 3)(x - \square)$

㉤ $6x^2 - x - 1 = (2x - \square)(3x + 1)$

㉥ $x^2 - 7x + 10 = (x - 5)(x - \square)$

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉥

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤은 모두 1 이고 ㉥은 2 이다.

13. $2x^2 + ax - 3$ 의 한 인수가 $x - 1$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -1

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

$$2x^2 + ax - 3 = (x - 1)(2x + 3) = 2x^2 + x - 3$$

$$\therefore a = 1$$

14. 다음은 이차식 $x^2 + ax + b$ 을 갑, 을이 인수분해한 것이다. 이 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

(1) 갑은 x 항의 계수를 잘못 보고 $(x+5)(x+3)$ 으로 인수분해 하였다.

(2) 을은 상수항을 잘못 보고 $(x-2)(x-6)$ 으로 인수분해 하였다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 7$

해설

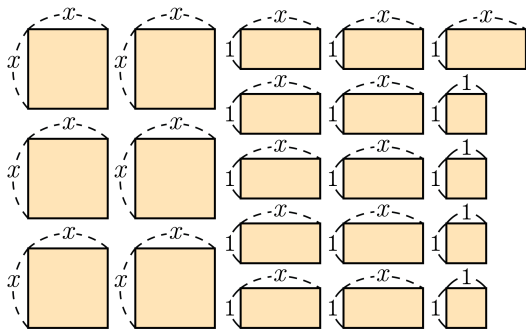
갑이 푼 이차식은 $(x+5)(x+3)$ 이므로 $x^2 + 8x + 15$ 이고, x 항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 $+15$ 이다.

을이 푼 이차식은 $(x-2)(x-6)$ 이므로 $x^2 - 8x + 12$ 이고, 상수항을 잘못 보았으므로 x 항의 계수는 -8 이다.

$$\therefore a = -8, b = +15$$

$$\therefore a + b = -8 + (+15) = 7$$

15. 다음에 주어진 도형을 이용하여 식을 세워 직사각형의 넓이로 나타내었을 때 직사각형의 가로 또는 세로의 길이가 될 수 있는 것을 모두 고르면?



① $x + 4$

② $2x + 1$

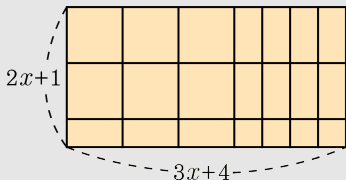
③ $2x + 3$

④ $3x + 2$

⑤ $3x + 4$

해설

$6x^2 + 11x + 4 = (2x + 1)(3x + 4)$
 4) 이므로 직사각형의 가로와 세로의 길이는 $3x + 4$ 와 $2x + 1$ 이다.



16. 직사각형의 넓이가 $(a + b)(a + b + 1) - 30$ 이고, 가로 길이가 $(a + b + 6)$ 일 때, 이 직사각형의 둘레의 길이를 구하면?

① $4a + 2b + 4$

② $4a - 2b - 2$

③ $4a - 4b + 2$

④ $4a + 4b + 2$

⑤ $4a + 4b - 2$

해설

$a + b = A$ 라 두면

$$A(A + 1) - 30 = A^2 + A - 30$$

$$= (A + 6)(A - 5)$$

$$= (a + b + 6)(a + b - 5)$$

세로 : $a + b - 5$

둘레 : $2(a + b - 5 + a + b + 6) = 4a + 4b + 2$ 이다.

17. $(x+y)(x+y-1)-20$ 을 바르게 인수분해한 것은?

① $(x+y-5)(x+y+4)$

② $(x+y-4)(x+y+5)$

③ $(x+y-5)(x+y-4)$

④ $(x-y-4)(x-y+5)$

⑤ $(x-y-5)(x-y+4)$

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$$\begin{aligned}(x+y)(x+y-1)-20 &= A(A-1)-20 \\ &= A^2-A-20 \\ &= (A-5)(A+4) \\ &= (x+y-5)(x+y+4)\end{aligned}$$

18. $(x-y)^2 - 12x + 12y + 36 = (x+ay+b)^2$ 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 11

⑤ 16

해설

$x-y=A$ 로 치환하면

$$A^2 - 12A + 36 = (A-6)^2 = (x-y-6)^2$$

$$\therefore a = -1, b = -6$$

$$\therefore ab = 6$$

19. $x^2 + 3x = 5$ 일 때, $x(x+1)(x+2)(x+3) - 3$ 의 값은?

① 21

② 32

③ 60

④ 96

⑤ 140

해설

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) - 3 = 5(5 + 2) - 3 = 32$$

20. $x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 인수분해 하면 $(x - 2)(ax + by + c)$ 이다.
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 5$

해설

$x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 x 에 관해 정리하면

$$x^2 + (3y - 1)x - 2(3y + 1) = (x - 2)(x + 3y + 1)$$

$$\therefore a = 1, b = 3, c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 5$$

21. 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{1}{2 - \sqrt{3}} - (2 - \sqrt{3})^2$$

▶ 답:

▷ 정답: $5\sqrt{3} - 5$

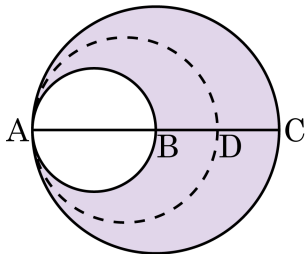
해설

$$\frac{1(2 + \sqrt{3})}{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})} = \frac{2 + \sqrt{3}}{4 - 3} = 2 + \sqrt{3}$$

$$(2 - \sqrt{3})^2 = 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (2 + \sqrt{3}) - (7 - 4\sqrt{3}) \\ &= -5 + 5\sqrt{3}\end{aligned}$$

22. 다음 그림의 두 원은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 원이고, D 는 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = y$, $\overline{AD}$ 를 지름으로 하는 원의 반지름의 길이를 x 라고 할 때, 어두운 부분의 넓이를 x, y 에 대한 문자로 나타내면?



① $2\pi xy$

② πxy

③ $2\pi x^2 y$

④ πxy^2

⑤ $\pi (2x^2 + y)$

해설

$$\overline{AC} = 2x + y, \quad \overline{AB} = 2x - y$$

$$\text{따라서 어두운 부분의 넓이는 } \pi \left(\frac{2x+y}{2} \right)^2 - \pi \left(\frac{2x-y}{2} \right)^2 = 2\pi xy$$

23. $2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $(1 - \sqrt{x})^2 + \frac{4}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로

$2 + \sqrt{3}$ 의 정수부분은 3, 소수부분은 $\sqrt{3} - 1$ 이다.

$x = 3, y = \sqrt{3} - 1$

$$(1 - \sqrt{3})^2 + \frac{4}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= 4 - 2\sqrt{3} + \frac{4(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = 6$$

24. $49x^2 - 9 + 14xy + y^2$ 을 인수분해하였더니 $(ax + y + b)(ax + cy + 3)$ 가 되었다. 이때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a - b + c$ 의 값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 11

⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} 49x^2 + 14xy + y^2 - 9 &= (7x + y)^2 - 3^2 \\ &= (7x + y + 3)(7x + y - 3) \end{aligned}$$

$$a = 7, b = -3, c = 1$$

$$\therefore a - b + c = 11$$

25. $x^4 - 13x^2 + 36$ 을 인수분해했을 때, 일차식으로 이루어진 인수들의 합을 구하면?

① $4x + 13$

② $4x$

③ $4x - 13$

④ $2x^2 - 13$

⑤ $2x^2 + 5$

해설

$$x^4 - 13x^2 + 36 = (x^2 - 9)(x^2 - 4)$$

$$= (x + 3)(x - 3)(x + 2)(x - 2)$$

∴ (일차식 인수들의 합)

$$= x + 3 + x - 3 + x + 2 + x - 2 = 4x$$

26. $xy = 3$, $x^2 + y^2 = 6$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값은? (단, $x + y > 0$)

① $2\sqrt{3}$

② $4\sqrt{3}$

③ $6\sqrt{3}$

④ $8\sqrt{3}$

⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 6 + 2 \times 3 = 12$$

$$x + y > 0 \text{ 이므로 } x + y = 2\sqrt{3}$$

$$(x^2 + y^2)(x + y) = x^3 + y^3 + xy(x + y)$$

$$6 \times 2\sqrt{3} = x^3 + y^3 + 3 \times 2\sqrt{3}$$

$$x^3 + y^3 = 6\sqrt{3}$$

27. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, $x^3y + xy^3$ 의 값을 구하면?

① 4

② 8

③ 14

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$(xy)^2 = x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$$

$$xy = 1 (\because x > 0, y > 0)$$

$$\text{따라서, } x^3y + xy^3 = xy(x^2 + y^2) = 1 \times 4 = 4 \text{ 이다.}$$

28. 두 자리 자연수 a 에 대하여 $x^2 - x - a$ 가 계수와 상수항이 모두 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해되도록 하는 a 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 7 개

해설

$$x^2 - x - a = (x + n)(x + m) \text{ 이라 하면 (단, } n > m)$$

$$n + m = -1, nm = -a$$

이때, $10 \leq a < 100$ 이므로 $nm < 0$

즉, $n > 0, m < 0$ 이고, $-100 < nm \leq -10$ 이다.

이를 만족하는 n, m 의 순서쌍을 구해보면

(3, -4) (4, -5) (5, -6) (6, -7) (7, -8) (8, -9) (9, -10)

따라서 a 는

12, 20, 30, 42, 56, 72, 90 의 7 개이다.

29. $ab - 6a + 5b - 48 = 0$ 을 만족하는 정수 a, b 의 순서쌍의 개수는? (단, $a > 0, b > 0$)

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$$ab - 6a + 5b - 48 = 0$$

$$b(a + 5) - 6a - 48 = 0$$

$$b(a + 5) - 6(a + 5) - 18 = 0$$

$$(a + 5)(b - 6) = 18$$

$a > 0, b > 0$ 이므로 $a + 5 > 5$

$$(i) a + 5 = 18, b - 6 = 1$$

$$a = 13, b = 7$$

$$(ii) a + 5 = 9, b - 6 = 2$$

$$a = 4, b = 8$$

$$(iii) a + 5 = 6, b - 6 = 3$$

$$a = 1, b = 9$$

$\therefore$ 순서쌍 a, b 의 개수는 3개

30. $x = 2 + \sqrt{3}$, $y = 2 - \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - y^2 + 4x - 4y$ 의 식의 값을 구하면?

① -4

② 4

③ $8\sqrt{3}$

④ $16\sqrt{3}$

⑤ 24

해설

x, y 의 합과 차를 구하면

$$x + y = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$$

$$x - y = 2 + \sqrt{3} - (2 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore x^2 - y^2 + 4x - 4y$$

$$= (x + y)(x - y) + 4(x - y)$$

$$= (x - y)(x + y + 4)$$

$$= 2\sqrt{3} \times (4 + 4) = 16\sqrt{3}$$