1. 두 집합 $n(A)=12, n(B)=14, n(A\cap B)=8$ 일 때, $n(B-A)$ 는?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$n(B-A)=n(B)-n(A\cap B)=14-8=6$

2. 부등식 $|x+y| \le |x|+|y|$ 에서 등호가 성립할 필요충분조건은?

① $x = y$　② $xy > 0$　③ $xy \ge 0$

④ $x \ge 0,\ y \ge 0$　⑤ $x \le 0,\ y \le 0$

해설

$|x+y| = |x|+|y|$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$xy = |xy|$

(i) $xy = |xy| \Rightarrow xy \ge 0$

(ii) 또 $xy > 0$ 이면 $x,\ y$ 는 같은 부호이므로 등식이 성립한다.

$xy = 0$ 이면 등호가 성립한다.

따라서, $xy \ge 0 \Rightarrow xy = |xy|$

(i), (ii) 에서

$xy = |xy| \Leftrightarrow xy \ge 0$

3. $x+y=3$ 일 때, xy 의 최댓값을 구하여라. (단, $xy>0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{4}$

해설

$3=x+y\geq 2\sqrt{xy}$

따라서 $x=y=\frac{3}{2}$ 일 때, xy 의 최댓값 $\frac{9}{4}$

4. 실수 x, y에 대하여 $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{9}=1$이 성립할 때, $x+y$의 최댓값은?

① $\sqrt{7}$ ② 3 ③ $\sqrt{13}$ ④ 5 ⑤ 12

해설

코시-슈바르츠부등식에 의해서

$(2^2+3^2)\left\{\left(\dfrac{x}{2}\right)^2+\left(\dfrac{y}{3}\right)^2\right\}\geq(x+y)^2$

$13\geq(x+y)^2$이므로

$-\sqrt{13}\leq x+y\leq\sqrt{13}$

$\therefore x+y$의 최댓값은 $\sqrt{13}$

5. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, r은 q 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 s 이기 위한 충분조건일 때, 다음 중 옳지 않은 것은 ?

① r은 p이기 위한 충분조건

② s는 r이기 위한 필요충분조건

③ r은 q이기 위한 필요충분조건

④ s는 p 이기 위한 필요조건

⑤ s는 q이기 위한 필요충분조건

해설

① $r \rightarrow p$

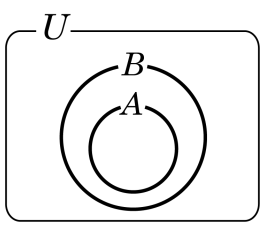
② $s \leftrightarrow r$, $r \leftrightarrow s$

③ $r \leftrightarrow q$, $q \leftrightarrow r$

④ $s \rightarrow p$

⑤ $s \leftrightarrow q$, $q \leftrightarrow s$

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 벤 다이어그램을 만족할 때, 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $A - B = \varnothing$ ② $B \cap A^c = \varnothing$ ③ $B^c \subset A^c$

④ $U \subset (A \cup B)$ ⑤ $U - A^c = B$

해설

② $B \cap A^c \neq \varnothing$
④ $(A \cup B) \subset U$
⑤ $U - A^c = A$

7. $A = \{2,\ 4,\ 6,\ 8, 10\}$, $B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 에 대하여 $A \cup X = A, (A - B) \cap X = A - B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

① 4 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 32 개 ⑤ 64 개

해설

$A \cup X = A$ 이므로 $X \subset A$ 이고 $(A - B) \cap X = A - B$ 이므로 $(A - B) \subset X$ 이다. $\therefore (A - B) \subset X \subset A$
$A - B = \{6, 8, 10\}$ 이므로 집합 X는 6, 8, 10 을 반드시 포함하는 A 의 부분집합이다.
따라서 $2^{5-3} = 2^2 = 4$(개) 이다.