

1. 두 집합 $n(A) = 12, n(B) = 14, n(A \cap B) = 8$ 일 때, $n(B - A)$ 는?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 14 - 8 = 6$$

2. 부등식 $|x + y| \leq |x| + |y|$ 에서 등호가 성립할 필요충분조건은?

① $x = y$

② $xy > 0$

③ $xy \geq 0$

④ $x \geq 0, y \geq 0$

⑤ $x \leq 0, y \leq 0$

해설

$|x + y| = |x| + |y|$ 의 양변을 제곱하여 정리하면

$$xy = |xy|$$

(i) $xy = |xy| \Rightarrow xy \geq 0$

(ii) 또 $xy > 0$ 이면 x, y 는 같은 부호이므로 등식이 성립한다.

$xy = 0$ 이면 등호가 성립한다.

따라서, $xy \geq 0 \Rightarrow xy = |xy|$

(i), (ii)에서

$$xy = |xy| \Leftrightarrow xy \geq 0$$

3. $x + y = 3$ 일 때, xy 의 최댓값을 구하여라. (단, $xy > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{4}$

해설

$$3 = x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

따라서 $x = y = \frac{3}{2}$ 일 때, xy 의 최댓값 $\frac{9}{4}$

4. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 이 성립할 때, $x + y$ 의 최댓값은?

① $\sqrt{7}$

② 3

③ $\sqrt{13}$

④ 5

⑤ 12

해설

코시-슈바르츠부등식에 의해서

$$(2^2 + 3^2) \left\{ \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \left(\frac{y}{3} \right)^2 \right\} \geq (x + y)^2$$

$$13 \geq (x + y)^2 \text{ 이므로}$$

$$-\sqrt{13} \leq x + y \leq \sqrt{13}$$

$$\therefore x + y \text{의 최댓값은 } \sqrt{13}$$

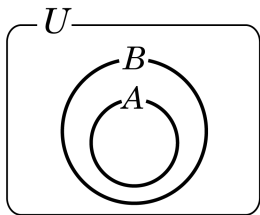
5. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, r 은 q 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 s 이기 위한 충분조건일 때, 다음 중 옳지 않은 것은 ?

- ① r 은 p 이기 위한 충분조건
- ② s 는 r 이기 위한 필요충분조건
- ③ r 은 q 이기 위한 필요충분조건
- ④ s 는 p 이기 위한 필요조건
- ⑤ s 는 q 이기 위한 필요충분조건

해설

- ① $r \rightarrow p$
- ② $s \leftrightarrow r, r \leftrightarrow s$
- ③ $r \leftrightarrow q, q \leftrightarrow r$
- ④ $s \rightarrow p$
- ⑤ $s \leftrightarrow q, q \leftrightarrow s$

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 벤 다이어그램을 만족할 때, 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① $A - B = \emptyset$

② $B \cap A^c = \emptyset$

③ $B^c \subset A^c$

④ $U \subset (A \cup B)$

⑤ $U - A^c = B$

해설

② $B \cap A^c \neq \emptyset$

④ $(A \cup B) \subset U$

⑤ $U - A^c = A$

7. $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A \cup X = A$, $(A - B) \cap X = A - B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 4 개 ② 8 개 ③ 16 개 ④ 32 개 ⑤ 64 개

해설

$A \cup X = A$ 이므로 $X \subset A$ 이고 $(A - B) \cap X = A - B$ 이므로 $(A - B) \subset X$ 이다. $\therefore (A - B) \subset X \subset A$

$A - B = \{6, 8, 10\}$ 이므로 집합 X 는 6, 8, 10 을 반드시 포함하는 A 의 부분집합이다.

따라서 $2^{5-3} = 2^2 = 4$ (개) 이다.