

1. 집합 $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, 1, 2\}$ 의 부분집합의 개수는?

- ① 7개 ② 8개 ③ 12개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

집합 A 의 원소의 개수가 4 개이므로 부분집합의 개수는 $2^4 = 16(\text{개})$

2. 집합 $A = \{x|x\text{는 } 12\text{의 약수}\}$ 일 때, $A \subset B$ 를 만족하는 B 를 고르면?

- ① $B = \{x|x\text{는 } 10\text{의 배수}\}$
- ② $B = \{x|x\text{는 } 20\text{미만의 짝수}\}$
- ③ $B = \{x|x\text{는 } 3\text{의 배수}\}$
- ④ $B = \{x|x\text{는 } 24\text{의 약수}\}$
- ⑤ $B = \{x|x\text{는 } 6\text{의 약수}\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

① $B = \{10, 20, 30, 40, \dots\}$

② $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$

③ $B = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$

④ $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

⑤ $B = \{1, 2, 3, 6\}$

3. 다음 중 6의 배수의 집합의 부분집합이 아닌 것은?

- ① 12의 배수의 집합
- ② 18의 배수의 집합
- ③ 20의 배수의 집합
- ④ 24의 배수의 집합
- ⑤ 36의 배수의 집합

해설

6의 배수의 집합을 원소나열법으로 나타내면 {6, 12, 18, 24, 36, ...}이다.

12의 배수의 집합, 18의 배수의 집합, 24의 배수의 집합, 36의 배수의 집합은 모두 6의 배수의 집합의 부분집합이다.

4. $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$

집합 A 의 원소의 개수가 4개이므로 부분집합의 개수는 $2^4 = 16$ 개

5. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 3개일 때, $n(A)$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합이므로,
(진부분집합의 수) = (부분집합의 수) - 1 이 된다.
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $3 + 1 = 4$ 개이며, $2^n = 4 \therefore n = 2$ 이다.

6. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면?

- ① 아주 작은 정수들의 모임
- ② 성이 김씨인 중학생들의 모임
- ③ 중간고사 수학 성적이 80점 이상인 학생들의 모임
- ④ 0보다 작은 음수들의 모임
- ⑤ 착한 학생들의 모임

해설

‘아주 작은’ 혹은 ‘착한’의 기준은 객관적이지 못하므로 집합이 될 수 없다.

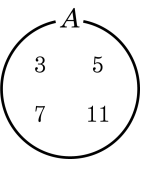
7. 10 보다 작은 소수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $3 \notin A$ ② $7 \notin A$ ③ $9 \in A$ ④ $2 \in A$ ⑤ $4 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 2, 3, 5, 7 이므로
④ $2 \in A$ 이다.

8. 다음 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면?



- ① $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이상 } 11 \text{ 이하의 소수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이상 } 12 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{의 약수}\}$

해설

$\{3, 5, 7, 11\}$ 는 소수 중 3 이상이고 11 이하의 소수이다.
조건제시법으로 나타내면 $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이상 } 11 \text{ 이하의 소수}\}$ 이다.

9. 다음 중 원소의 개수가 0 이 아닌 유한집합은?

- ① $\{x \mid x \text{는 일의 자리의 숫자가 1인 짝수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 2로 나누었을 때 나머지가 1 인 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 8보다 큰 8의 약수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 두 자리의 2의 배수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 1 < x < 2 \text{인 분수}\}$

해설

- ① $\emptyset$
- ② $\{1, 3, 5, \dots\}$
- ③ $\emptyset$
- ④ $\{10, 12, 14, 16, \dots, 98\}$
- ⑤ $\left\{\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \dots\right\}$

10. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, \dots, 100\}$, $B = \{x \mid x \text{는 한 자리의 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 59

해설

$100 \div 2 = 50$ 이므로 $n(A) = 50$, $B = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ 이므로 $n(B) = 9$
따라서 $n(A) + n(B) = 50 + 9 = 59$ 이다.

11. $A = \{x \mid x^2 = 4\}$, $B = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$, $C = \{x \mid |x| \leq 2, x \text{는 정수}\}$
일 때, 세 집합 A, B, C 의 포함 관계를 구하면?

① $A \subset B \subset C$

② $A \subset C \subset B$

③ $B \subset A \subset C$

④ $B \subset C \subset A$

⑤ $C \subset A \subset B$

해설

$$A = \{-2, 2\}, B = \{x \mid -2 \leq x \leq 2\}, C = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$\therefore A \subset C \subset B$$

12. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 $X \subset A$, $A - X = \{1, 3\}$ 을 만족하는 집합 X 의 진부분집합의 개수는?

- ① 3개 ② 4개 ③ 7개 ④ 8개 ⑤ 15개

해설

$$2^{5-2} - 1 = 7(\text{개})$$

13. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 1은 반드시 원소로 하고 5는 원소로 하지 않는 부분집합의 개수는?

- ① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

$$2^{5-1-1} = 2^3 = 8(\text{개})$$

14. $\{1, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 X 는 1, 4 를 반드시 원소로 가지는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^2 = 4$ (개)

15. 다음 두 집합 A, B 에 대하여 $A = B$ 인 것은?

① $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}, B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 짝수}\}$

② $A = \emptyset, B = \{0\}$

③ $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d\}$

④ $A = \{0, 1\}, B = \{0, 1, 2\}$

⑤ $A = \{5, 10, 15, 20, \dots\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$

해설

① $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 $B \subset A, A \not\subset B$

② $A = \emptyset, B = \{0\}$ 이므로 $A \subset B, B \not\subset A$

③ $A = \{a, b, c\}, B = \{b, c, d\}$ 이므로 포함 관계 없음.

④ $A = \{0, 1\}, B = \{0, 1, 2\}$ 이므로 $A \subset B, B \not\subset A$

⑤ $A = \{5, 10, 15, 20, \dots\},$
 $B = \{5, 10, 15, 20, \dots\}$ 이므로 $A = B$

16. 다음 중 옳은 것은?

- ① $A = \emptyset$ 이면 집합 A 의 원소의 개수는 1 개 이다.
- ② 집합 A 의 원소의 개수보다 집합 B 의 원소의 개수가 많으면 $A \subset B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이면 집합 B 의 원소의 개수가 집합 A 의 원소의 개수보다 많다.
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 5\text{의 배수}\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 4, 6, 8\}) - n(\{1, 2, 4, 6\}) = 0$ 이다.

해설

- ① $A = \emptyset$ 이면 집합 A 의 원소의 개수는 0 개 이다.
- ② 반례: $\{3\} \not\subset \{4, 5\}$
- ③ 반례: $\{2, 4\} \subset \{2, 4\}$, $n(\{2, 4\}) = n(\{2, 4\})$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 5\text{의 배수}\}$ 이면 $n(A) = 2$ 이다.

17. 다음 중 옳은 것은?

24의 약수의 모임 : A
6의 배수의 모임 : B
100미만 홀수의 모임 : C
10이하의 소수 : D

- ① $A \cap B = \emptyset$
- ② $A \cap D = \{3, 5\}$
- ③ $B \cap C = \emptyset$
- ④ $A \cup D = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 12, 24\}$
- ⑤ $6 \in B \cap D$

해설

A 는 24의 약수의 모임이므로
 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$,
 B 는 6의 배수의 모임이므로
 $B = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$,
 C 는 100미만 홀수의 모임이므로
 $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots, 99\}$,
 D 는 10이하의 소수이므로 $D = \{2, 3, 5, 7\}$ 이다.
① $A \cap B = \{6, 12, 24\}$
② $A \cap D = \{2, 3\}$
④ $A \cup D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 24\}$
⑤ $B \cap D = \emptyset$ 이므로 6은 $B \cap D$ 에 속하지 않는다.

18. 다음에서 두 집합 A, B 가 서로소인 것을 고르면?

① $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 소수}\}$

② $A = \{x \mid x \geq 1 \text{인 실수}\}, B = \{x \mid x \leq 1 \text{인 실수}\}$

③ $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$

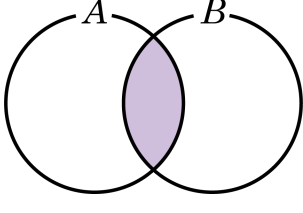
④ $A = \{3, 4, 5\}, B = \{x \mid x \text{는 } -1 < x \leq 3 \text{인 정수}\}$

⑤ $A = \{x \mid x = 2n + 1, n \text{은 자연수}\},$
 $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

해설

$$A = \{x \mid x = 2n + 1, n \text{은 자연수}\}$$
$$= \{3, 5, 7, 9, \dots\}$$

19. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 48 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합의 원소의 합을 구하여라.

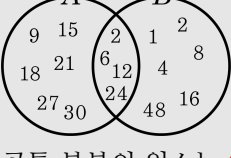


▶ 답 :

▷ 정답 : 45

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면
 $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$,
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$ 이다.
벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통 부분의 원소는 $\{3, 6, 12, 24\}$ 이다.
따라서 색칠한 부분의 원소의 합은
 $3 + 6 + 12 + 24 = 45$ 이다.

20. 두 집합 $A = \{1, 2, a - 1\}$, $B = \{2, 3, a, b\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 5\}$ 일 때 a, b 의 값은?

- ① $a = 2, b = 1$ ② $a = 3, b = 2$ ③ $a = 4, b = 3$
④ $a = 5, b = 4$ ⑤ $a = 6, b = 5$

해설

$5 \in A$ 이므로 $a - 1 = 5, a = 6$

$5 \in B$ 이므로 $b = 5$

22. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 52$, $n(A \cup B) = 87$, $A \cap B = \emptyset$ 일 때, $n(B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 35

해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$87 = 52 + n(B) - 0$$

$$\therefore n(B) = 35$$

23. 어느 학급의 학생 중 농구를 좋아하는 학생이 32 명, 야구를 좋아하는 학생이 26 명, 농구와 야구를 모두 좋아하는 학생이 9 명이다. 이 때, 농구 또는 야구를 좋아하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 49명

해설

농구를 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 야구를 좋아하는 학생을 집합 B 라고 하자.

농구와 야구를 동시에 좋아하는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 9$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x \equiv 32 \pm 26 - 9$$

$$x = 32$$

$$x = 49$$

24. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 5, 7\}, B = \{5, 7, 13\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?
- ① $A^c = \{3, 9, 11\}$

② $A \cup B = \{1, 5, 7\}$

③ $A - B = \{1, 5\}$

④ $A \cap B = \{5, 7\}$

⑤ $A - B^c = \{5\}$

해설

① $A^c = \{3, 9, 11, 13\}$

② $A \cup B = \{1, 5, 7, 13\}$

③ $A - B = \{1\}$

⑤ $A - B^c = \{5, 7\}$

25. 다음 중 집합 $A - (B \cap C)$ 와 같은 집합은?

① $(A - B) - (A - C)$

② $(A - B) \cup (A - C)$

③ $(A - B) - C$

④ $(A \cap B) - C$

⑤ $A - (B \cup C)$

해설

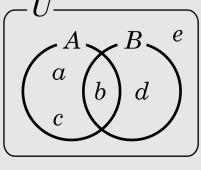
$$\begin{aligned} A - (B \cap C) &= A - (B \cap C) \\ &= A \cap (B \cap C)^c \\ &= A \cap (B^c \cup C^c) \\ &= (A \cap B^c) \cup (A \cap C^c) \\ &= (A - B) \cup (A - C) \end{aligned}$$

26. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, b, c\}, B = \{b, d\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 은?

- ① $\{a\}$ ② $\{a, c\}$ ③ $\{b\}$ ④ $\{e\}$ ⑤ $\{b, e\}$

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{a, b, c, d\})^c = \{e\}$ 이다.



27. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 $A = \{3, 5, 9\}, B = \{3, 7\}$ 에 대하여 $B \cap A^c$ 은?

- ① $\{1\}$ ② $\{5\}$ ③ $\{7\}$ ④ $\{5, 7\}$ ⑤ $\{5, 9\}$

해설

$B \cap A^c = B - A = \{7\}$ 이다.

28. 세 집합 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{3, 4, 8, 9\}$, $C = \{1, 2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) - C$ 는?

① $\{4\}$

② $\{2, 4\}$

③ $\{4, 8\}$

④ $\{2, 8\}$

⑤ $\{2, 4, 8\}$

해설

$(A \cap B) - C = \{4, 8\} - \{1, 2, 3, 5\} = \{4, 8\}$ 이다.

29. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ 의 두 부분집합 A, B 를 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 홀수}\}$ 라고 할 때, $n(A \cup B)$ 의 값은?

- ① 30
- ② 40
- ③ 50
- ④ 60
- ⑤ 70

해설

$U = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$
 $A = \{5, 10, 15, 20, \dots, 100\}$
 $B = \{1, 3, 5, 7, \dots, 99\}$ 이므로
 $A \cap B = \{5, 15, 25, \dots, 95\}$
따라서 $n(A) = 20$, $n(B) = 50$, $n(A \cap B) = 10$ 이므로
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $\qquad = 20 + 50 - 10 = 60$

30. 우리 반 학생 중에 장미를 좋아하는 학생은 8 명, 백합을 좋아하는 학생은 12 명이다. 둘 다 모두 좋아하는 학생이 6 명일 때, 장미만 좋아하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 2명

해설

우리 반 학생을 U , 장미를 좋아하는 학생을 A , 백합을 좋아하는 학생을 B 라 하면

 $n(A) = 8, n(B) = 12, n(A \cap B) = 6$ 이다.

따라서 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 8 - 6 = 2$ (명) 이다.

따라서 장미만 좋아하는 학생은 2 명이다.

31. $\sim p \rightarrow \sim q$ 의 역이 참일 때, 다음 중 반드시 참인 명제는?

- ① $q \rightarrow p$
- ② $p \rightarrow q$
- ③ $\sim p \rightarrow \sim q$
- ④ $\sim p \rightarrow q$
- ⑤ $p \rightarrow \sim q$

해설

‘명제가 참이면 그의 대우는 항상 참이다.’
 $\sim p \rightarrow \sim q \Leftrightarrow$ 역 : $\sim q \rightarrow \sim p$ (참)
 $\sim q \rightarrow \sim p \Leftrightarrow$ 대우 $p \rightarrow q$ (참)

32. 명제「 $x = 1$ 이면 $x^2 + 4x - 5 = 0$ 이다.」의 역, 이, 대우 중에서 참인 것을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 대우

해설

주어진 명제가 참이므로 대우가 참이고, 역은 거짓이므로 이도 거짓이다.
(역의 반례: $x = -5$)

33. 다음은 임의의 자연수 n 에 대하여 『 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.』
임을 증명한 것이다. 위의 증명 과정에서 (가), (나) 안에 들어갈 알맞은
것을 순서대로 적은 것은?

주어진 명제의 (가)를 구해보면 『 n 이 짝수이면 n^2 도 짝수
다.』이 때, n 이 짝수이면 $n =$ (나) (단, k 는 자연수)
따라서 $n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$ 이므로 n^2 도 짝수이다.

- ① 대우, $2k$
- ② 대우, $4k$
- ③ 대우, $2k + 1$
- ④ 역, $2k + 1$
- ⑤ 역, $4k^2$

해설

‘ n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.’의 대우는 ‘ n 이 짝수이면 n^2
도 짝수이다.’
∴ (가)-대우 n 이 짝수이면 $n = 2k$
∴ (나)- $2k$

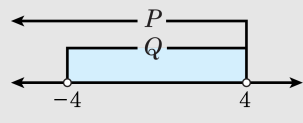
34. $x < 4$ 는 $-4 < x < 4$ 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$p : x < 4, q : -4 < x < 4$ 라고 하면



$\therefore Q \subset P$

35. $x + y = 3$ 일 때, xy 의 최댓값을 구하여라. (단, $xy > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{4}$

해설

$$3 = x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

따라서 $x = y = \frac{3}{2}$ 일 때, xy 의 최댓값 $\frac{9}{4}$

36. 양수 x 에 대하여 $\frac{x^2+2x+2}{x}$ 는 $x = a$ 에서 최솟값 b 를 가질 때,
 $-2a + b + 1$ 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$x > 0$ 이므로 산술평균, 기하평균에 의하여

$$\frac{x^2+2x+2}{x} = x + 2 + \frac{2}{x}$$

$$x + \frac{2}{x} + 2 \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{2}{x}} + 2 = 2\sqrt{2} + 2$$

(단, 등호는 $x = \sqrt{2}$ 일 때 성립)

최솟값이 $2\sqrt{2} + 2$ 이므로 $b = 2\sqrt{2} + 2$

등호는 $x = \sqrt{2}$ 일 때 성립하므로 $a = \sqrt{2}$

따라서 $-2a + b + 1 = -2\sqrt{2} + (2\sqrt{2} + 2) + 1 = 3$

37. 실수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 일 때 $x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z$ 의 최댓값 M 과 최솟값 m 은?
- ① $M = 3, m = 0$ ② $M = 3, m = -3$
③ $M = 6, m = 0$ ④ $M = 6, m = -6$
⑤ $M = 6, m = -12$

해설

x, y, z 가 실수이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $\{1 + (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2\} (x^2 + y^2 + z^2)$
 $\geq (x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z)^2$
 $36 \geq (x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z)^2$
 $-6 \leq x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z \leq 6$
 $\therefore M = 6, m = -6$

38. 집합 $A = \{1, 2, 4, 5, 7\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 홀수를 원소로 갖는 부분집합의 개수를 구하여라.

① 12개 ② 24개 ③ 28개 ④ 32개 ⑤ 64개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고, 이 중에서 홀수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 2, 4로 만든 부분집합이므로 $2^2 = 4$ (개) 이다.
 $\therefore 32 - 4 = 28$ (개)

39. 명제 ‘ $x > 1$ 인 어떤 x 에 대하여 $x^2 < 1$ 또는 $x^2 = 1$ ’의 부정은?

- ① $x \leq 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 > 1$
- ② $x > 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 > 1$
- ③ $x < 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 \geq 1$
- ④ $x > 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 \geq 1$
- ⑤ $x \leq 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 \geq 1$

해설

$x > 1$ 은 대전제이므로 부정이 적용되지 않는다.

$\sim$ (어떤 x) $\leftrightarrow$ (모든 x), $\sim$ (또는) $\leftrightarrow$ (그리고),

$\sim (x^2 < 1) \leftrightarrow (x^2 \geq 1)$, $\sim (x^2 = 1) \leftrightarrow (x^2 \neq 1)$

따라서 주어진 명제의 부정은 ‘ $x > 1$ 인 모든 x 에 대하여 $x^2 > 1$ ’이다.

40. 다음 명제의 참, 거짓을 써라. (단, x, y 는 실수)
' $xy \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.'

▶ 답 :

▷ 정답 : 참

해설

대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

대우 : $x = 0, y = 0 \Rightarrow xy = 0$ (참)

41. 다음 중 명제 ‘ x, y 가 유리수이면 xy 는 유리수이다.’의 이가 거짓임을 밝히기 위한 반례로 옳은 것은?

① $x = 0, y = 2$

② $x = 1, y = 2$

③ $x = 0, y = \sqrt{2}$

④ $x = 1, y = \sqrt{2}$

⑤ $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{3}$

해설

‘ x, y 가 유리수이면 xy 는 유리수이다.’의 이는 ‘ x 또는 y 가 유리수가 아니면 xy 는 유리수가 아니다.’ 여기에서 가정을 성립시키면서 결론을 성립시키지 않는 것을 찾으면 된다.
즉, ③ $x = 0, y = \sqrt{2}$ 가 반례로 적당하다.

42. 조건 p, q 가 $p : x < 1$ 또는 $x \geq 2, q : \frac{a}{2} < x \leq 3a$ 일 때, ‘ $\sim p$ 이면 q 이다.’ 가 참이 되기 위한 a 의 범위는?

- ① $\frac{2}{3} < a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a < 2$ ③ $1 \leq a < 2$
④ $1 < a \leq 2$ ⑤ $\frac{2}{3} < a < 2$

해설

명제의 대우는 ‘ $\sim q$ 이면 p 이다’

$\sim q : x \leq \frac{a}{2}$ 또는 $x > 3a, p : x < 1$ 또는 $x \geq 2$ 이므로 명제의 대우가 참이 되려면 $\frac{a}{2} < 1$ 이고 $3a \geq 2$ 가 되어야 한다.

$a < 2$ 이고 $a \geq \frac{2}{3}$ 이므로 $\frac{2}{3} \leq a < 2$ 이다.

43. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $\sim q \rightarrow \sim p$

② $p \rightarrow r$

③ $q \rightarrow r$

④ $\sim r \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim p \rightarrow \sim r$

해설

- ① 명제 $p \rightarrow q$ 참이므로 대우인 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참
②, ③ 명제 $\sim r \rightarrow \sim q$ 참이므로 대우인 ③ $q \rightarrow r$ 도 참이고, $p \rightarrow q$ 와 $q \rightarrow r$ 로부터 ② $p \rightarrow r$ 도 참이다.
④ $p \rightarrow r$ 이 참이므로 대우인 $\sim r \rightarrow \sim p$ 도 참이다.
⑤ 명제 $p \rightarrow r$ 이 참이라고 해도 이인 $\sim p \rightarrow \sim r$ 은 반드시 참이라고는 할 수 없다.

44. 두 실수 a, b 에 대하여 두 등식 $a + b = |a + b|$, $|a + b| = |a| + |b|$ 가 성립할 필요충분조건을 구하면?

① $a + b \geq 0$

② $a \geq 0$ 이고 $b \geq 0$

③ $a \geq 0$ 또는 $b \geq 0$

④ $ab \geq 0$

⑤ $ab \leq 0$

해설

$$a + b = |a + b|, |a + b| = |a| + |b| \Rightarrow a + b = |a| + |b|$$

$$\therefore a \geq 0 \text{이고 } b \geq 0$$

45. $x \leq -2$ 또는 $0 < x \leq 3$ 이기 위한 필요조건이 $x \leq a$ 이고, 충분조건이 $x \leq b$ 일 때, a 의 최솟값을 m , b 의 최댓값을 M 이라 할 때, $m + M$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

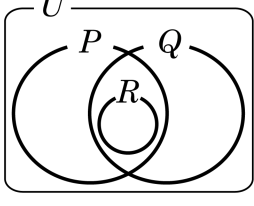
문제에서 주어진 조건에 의하여 $\{x \mid x \leq b\} \subset \{x \mid x \leq -2 \text{ 또는 } 0 < x \leq 3\} \subset \{x \mid x \leq a\}$ 가 되어야 하므로

$\therefore a \geq 3, b \leq -2$

따라서 a 의 최솟값은 3, b 의 최댓값은 -2 이다.

$\therefore m + M = 3 + (-2) = 1$

46. 전체집합 U 에 대하여 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 하자. 이 집합의 포함 관계가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은?



- ① r 는 p 또는 q 이기 위한 필요조건이다.
- ② $\sim r$ 는 $\sim p$ 또는 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이다.
- ③ r 는 p 이고 q 이기 위한 충분조건이다.
- ④ r 는 p 이고 q 이기 위한 필요충분조건이다.
- ⑤ $\sim r$ 는 p 이고 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이다.

해설

$R \subset (P \cup Q), R \subset (P \cap Q)$ 이므로
 ① r 는 p 또는 q 이기 위한 충분조건이다.
 ③ r 는 p 이고 q 이기 위한 충분조건이다.

47. 세 조건 p, q, r 에 대하여 q 는 p 의 필요조건, q 는 r 의 충분조건이고 r 는 p 의 충분조건이다. 이 때, p 는 r 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요충분조건

해설

q 는 p 의 필요조건이므로 $p \Rightarrow q \dots\dots ㉠$
 q 는 r 의 충분조건이므로 $q \Rightarrow r \dots\dots ㉡$
 r 는 p 의 충분조건이므로 $r \Rightarrow p \dots\dots ㉢$
 $㉠, ㉡$ 에서 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow r$ 이므로
 $p \Rightarrow r \dots\dots ㉣$
 $㉢, ㉣$ 에서 $r \Rightarrow p, p \Rightarrow r$ 이므로 $r \Leftrightarrow p$ 이다.
 $\therefore$ 필요충분조건

48. 두 실수 a, b 에 대하여 $0 < a < b$, $a + b = 1$ 일 때, 다음 중 대소를 비교한 것으로 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b-a}$

② $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{a} + \sqrt{b} < 1$

④ $\sqrt{b-a} < 1$

⑤ $\sqrt{b-a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

해설

$$\begin{aligned}(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 1^2 &= a + b + 2\sqrt{ab} - 1 \\ &= 2\sqrt{ab} \quad (\because a + b = 1) > 0\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{a} + \sqrt{b} > 1$$

49. 부등식 $2^{50} > 5^{10n}$ 을 만족하는 자연수 n 의 갯수를 구하여라.

▶ 답 : 2 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$$\frac{2^{50}}{5^{10n}} = \frac{(2^5)^{10}}{(5^n)^{10}} = \left(\frac{32}{5^n}\right)^{10}$$

이 때 $2^{50} > 5^{10n}$ 이므로 $\left(\frac{32}{5^n}\right) > 1$

$\therefore n = 1, 2$

n 의 갯수는 2 개이다.

50. 두 실수 x, y 의 제곱의 합이 10일 때, $x + 3y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

코시-슈바르츠 부등식에 의해
 $(1^2 + 3^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 3y)^2$
 $x^2 + y^2 = 10$ 이므로 $100 \geq (x + 3y)^2$
 $\therefore -10 \leq x + 3y \leq 10$
 $\therefore M = 10, m = -10$
 $\therefore M - m = 10 - (-10) = 20$