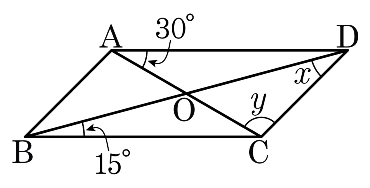
1. 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, $\angle CAD = 30°$, $\angle CBD = 15°$ 라고 할 때, $\angle x + \angle y = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



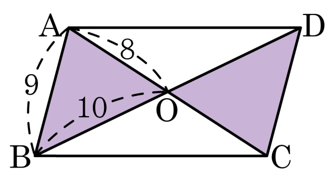
▶ 답:

▷ 정답: 135

해설

$\angle ODA = \angle OBC = 15°$ $\angle AOB = 30 + 15 = 45°$, $\angle BOC = 135° = \angle x + \angle y$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AO} = 8$, $\overline{AB} = 9$, $\overline{BO} = 10$ 일 때, $\triangle ABO$, $\triangle COD$ 의 둘레의 길이를 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

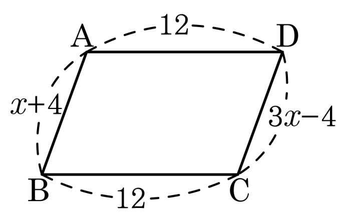
▷ 정답 : $\triangle ABO = 27$

▷ 정답 : $\triangle COD = 27$

해설

$\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
$\triangle ABO$ 의 둘레는 $9 + 10 + 8 = 27$,
$\triangle COD$ 의 둘레는 $9 + 10 + 8 = 27$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x의 값은?



① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

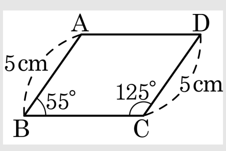
$x+4=3x-4$이므로 $x=4$이다.

4. 다음 사각형 ABCD 가 평행사변형이 되는 조건은?

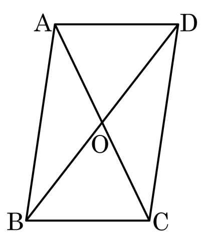
$\overline{AB} = 5\text{cm}, \overline{DC} = 5\text{cm}, \angle B = 55°, \angle C = 125°$

① 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
② 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.
④ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

해설



5. 다음과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle$AOB 의 넓이가 8 일 때, $\triangle$ABC 의 넓이는?

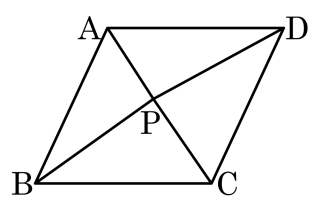


① 8
② 10
③ 12
④ 16
⑤ 알 수 없다.

해설

$\triangle$AOB 와 $\triangle$OBC 의 넓이는 같으므로
$\triangle\text{ABC} = 2 \times \triangle\text{AOB} = 16$ 이다.

6. 다음 그림에서 평행사변형 ABCD의 넓이는 80cm^2이다. 대각선 BD 위의 한 점 P에 대하여 $\triangle\text{PAD} = 15\text{cm}^2$일 때, $\triangle\text{PBC}$의 넓이는?

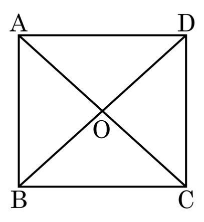


① 30cm^2　② 20cm^2　③ 15cm^2
④ 25cm^2　⑤ 35cm^2

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square\text{ABCD} = \triangle\text{PAB} + \triangle\text{PCD} = \triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC}$이다.
평행사변형 전체의 넓이가 80cm^2이므로 $\triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC} = 40\text{cm}^2$이다.
따라서 $\triangle\text{PAD} = 15\text{cm}^2$이므로 $\triangle\text{PBC} = 40 - 15 = 25(\text{cm}^2)$이다.

7. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건이 아닌 것을 고르면?



① $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이다.

② $\angle A + \angle C = 180°$ 이다.

③ $\angle AOB = 90°$ 이다.

④ $\angle AOD + \angle BOC = 180°$ 이다.

⑤ $\overline{AO} \perp \overline{BD}$ 이다.

해설

직사각형이 정사각형이 되기 위해서는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이거나, 두 대각선이 서로 수직이등분하는 것이다.
하지만 $\angle A + \angle C = 180°$ 는 조건이 아니다.

8. 다음 보기 중에서 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 모두 몇 개인가?

보기

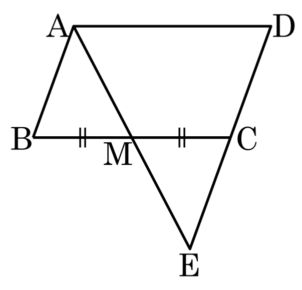
㉠ 등변사다리꼴 ㉡ 마름모
㉢ 직사각형 ㉣ 정사각형
㉤ 평행사변형

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형, 정사각형, 등변사다리꼴이다. 따라서 ㉠, ㉢, ㉣ 3 개이다.

9. 다음 평행사변형 ABCD 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

$\overline{AB} // \overline{DE}$ 이므로

$\angle BAM = \angle MEC, \angle ABM = \angle MCE$

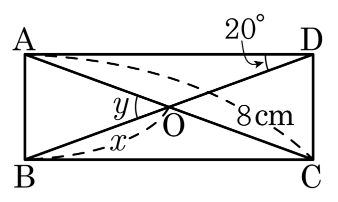
$\overline{BM} = \overline{CM}$

$\triangle ABM \equiv \triangle ECM$(ASA합동)

$\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{CE} = 8\text{cm}$

$\therefore \overline{DE} = 16\text{cm}$

10. 다음 직사각형 ABCD 의 x, y 의 값을 차례로 나열한 것은?



① 2cm, 30° ② 3cm, 30° ③ 3cm, 40°
④ 4cm, 30° ⑤ 4cm, 40°

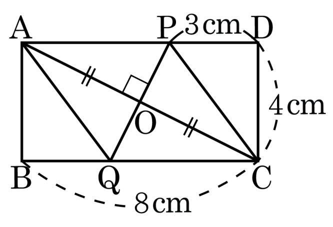
해설

$\overline{AC} = \overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{BO} = x = \dfrac{\overline{BD}}{2} = \dfrac{8}{2} = 4(\text{cm})$

$\angle ADO = \angle DAO$, 삼각형의 외각의 성질을 이용하여

$\angle y = \angle ADO + \angle DAO = 20° + 20° = 40°$

11. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{PQ}}$ 는 대각선 AC 의 수직이 등분선이다. □AQCP 의 넓이는?



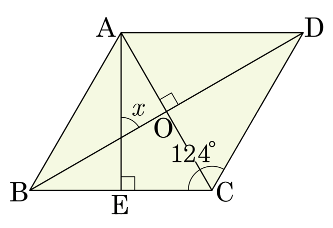
① $16\,\mathrm{cm}^2$　② $18\,\mathrm{cm}^2$　③ $20\,\mathrm{cm}^2$
④ $24\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $28\,\mathrm{cm}^2$

해설

□AQCP 는 마름모이므로
△ABQ ≡ △CDP (RHS)
□AQCP = □ABCD − 2△ABQ

$$= 8 \times 4 - 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4$$
$$= 32 - 12 = 20(\mathrm{cm}^2)$$

12. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AE}} \perp \overline{\mathrm{BC}}$ 이고 $\angle \mathrm{C} = 124°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ______ °

▷ 정답: 62 °

해설

$\overline{\mathrm{AC}}$ 와 $\overline{\mathrm{BD}}$ 가 만나는 점을 O 라고 할 때, 삼각형 BOC 과 DOC 는 합동이다.
그러므로 $\angle \mathrm{BCD}$ 는 이등분된다. $\angle \mathrm{BCA} = 62°$
삼각형 AEC 의 내각의 합에 의해서 $\angle \mathrm{EAC} = 28°$ 가 된다.
그러므로 $\angle x = 62°$ 가 된다.

13. 다음 중 평행사변형이 마름모가 되는 조건의 개수는?

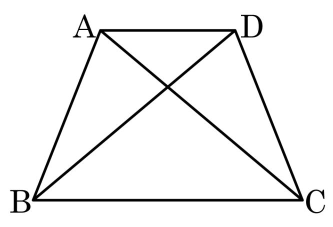
㉠ 한 내각의 크기가 직각이다.
㉡ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.
㉢ 두 대각선의 길이가 같다.
㉣ 두 대각선이 직교한다.
㉤ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉡, ㉣, ㉤ 평행사변형이 마름모가 되려면 두 대각선이 서로 수직이등분하면 되고, 네 변의 길이가 모두 같으면 된다. 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

14. 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AC} = 12-2x$, $\overline{BD} = 8$일 때, x의 값을 구하여라.



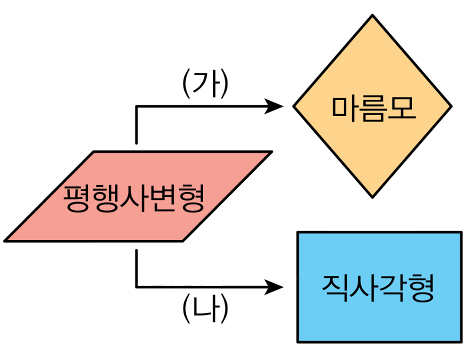
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\overline{AC} = \overline{DB}$이므로 $12-2x=8$

$\therefore\ x=2$

15. 다음 그림에서 평행사변형에 조건 (가)를 붙이면 마름모가 되고, (나)를 붙이면 직사각형이 된다. (가), (나)에 들어가는 조건으로 알맞은 것을 모두 고르면?



① (가) 이웃하는 대변의 길이가 같다. (나) 한 내각의 크기가 직각이다.

② (가) 두 대각선의 길이가 같다. (나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

③ (가) 이웃하는 두 각의 크기가 같다. (나) 한 내각의 크기가 직각이다.

④ (가) 한 내각의 크기가 직각이다. (나) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

⑤ (가) 두 대각선이 서로 수직이다. (나) 두 대각선의 길이가 같다.

해설

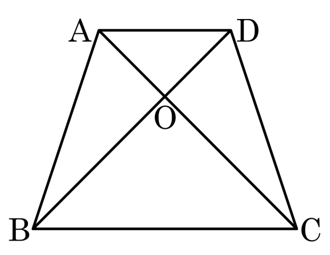
평행사변형이 마름모가 되려면 이웃하는 대변의 길이가 같거나 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.
평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 직각이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

16. 다음은 사각형과 그 중점을 연결해 만든 사각형을 대응 시켜놓은 것이다. 옳지 않은 것은?

① 정사각형 - 정사각형　　② 마름모 - 직사각형
③ 직사각형 - 정사각형　　④ 평행사변형 - 평행사변형
⑤ 등변사다리꼴 - 마름모

해설
직사각형의 중점을 연결해 만들면 마름모가 된다. 마름모는 반드시 정사각형이라고 할 수 없다.
따라서 ③은 틀렸다.

17. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이다. $\triangle AOD = 48cm^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?



① $432cm^2$　② $480cm^2$　③ $562cm^2$

④ $600cm^2$　⑤ $642cm^2$

해설

$\triangle AOD : \triangle COD = 1 : 2$ 이므로

$48 : \triangle COD = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COD = 96\,cm^2$

이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로

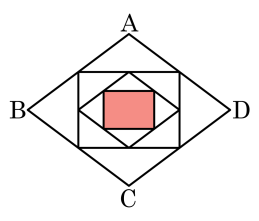
$\triangle ABO = \triangle COD = 96\,cm^2$

또, $\triangle ABO : \triangle COB = 1 : 2$ 이므로

$96 : \triangle COB = 1 : 2 \quad \therefore \triangle COB = 192\,cm^2$

$\therefore \square ABCD = 48 + 96 + 96 + 192 = 432(\,cm^2)$

18. 다음 그림은 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 계속하여 연결한 도형이다. 색칠된 부분의 넓이가 12cm^2 일 때, 마름모 ABCD 의 넓이를 구하여라.



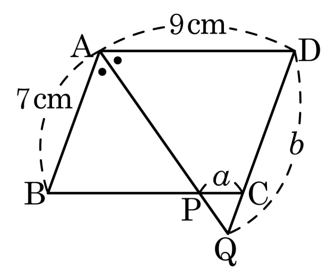
▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : 96 cm^2

해설

각 변의 중점을 연결하여 만든 도형의 넓이는 처음 도형의 $\frac{1}{2}$ 이므로
마름모 ABCD 의 넓이는 $12 \times 2 \times 2 \times 2 = 96(\text{cm}^2)$ 이다.

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값을 구하여라.



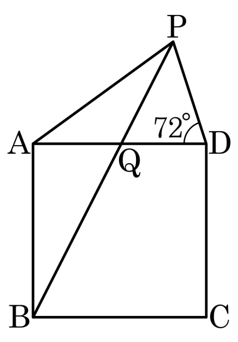
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 11 cm

해설

삼각형 ADQ, 삼각형 ABP 는 이등변삼각형 이므로
$a = 9 - 7 = 2(\text{cm})$
$b = 9(\text{cm})$
$\therefore a + b = 2 + 9 = 11(\text{cm})$

20. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이다. $\overline{AD} = \overline{AP}$ 이고 $\angle ADP = 72°$ 일 때, $\angle AQB$ 의 크기를 구하여라.



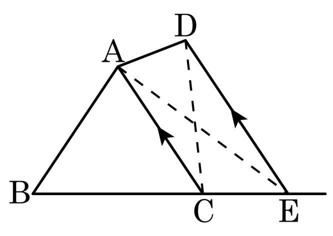
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : $\underline{63°}$

해설

$\angle APD = \angle ADP = 72°$
$\angle PAD = 180° - 72° \times 2 = 36°$
$\angle PAB = 36° + 90° = 126°$
$\angle APQ = (180° - 126°) \div 2 = 27°$
$\angle AQB = 27° + 36° = 63°$

21. 다음 그림에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$, $\overline{BC} : \overline{CE} = 2 : 1$ 이고, $\triangle ABC = 24\text{cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?



① 30cm^2　② 36cm^2　③ 40cm^2

④ 48cm^2　⑤ 50cm^2

해설

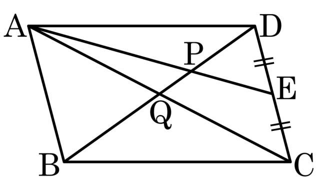
$\triangle ABC = 24\text{cm}^2$ 이고 $\overline{BC} : \overline{CE} = 2 : 1$ 이므로 $\triangle ACE = 24 \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm}^2)$

$\triangle ACD = \triangle ACE$ ($\because \overline{AC} /\!/ \overline{DE}$, $\overline{AC}$ 는 공통)

$\therefore$ $\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD = \triangle ABC + \triangle ACE$

$= 24 + 12 = 36(\text{cm}^2)$

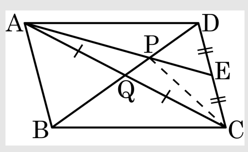
22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 E는 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 중점이고 $\overline{\mathrm{AP}} : \overline{\mathrm{PE}} = 2 : 1$ 이다. $\square\mathrm{ABCD}$ 의 넓이가 60 일 때, $\triangle\mathrm{APQ}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



$\triangle\mathrm{ACE} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{ACD} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} = 15$

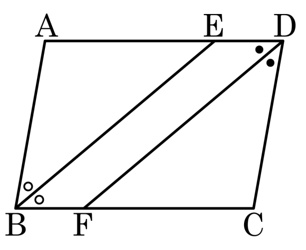
$\triangle\mathrm{APC} : \triangle\mathrm{EPC} = 2 : 1$ 이므로

$\triangle\mathrm{APC} = \frac{2}{3}\triangle\mathrm{ACE} = \frac{2}{3} \times 15 = 10$

$\triangle\mathrm{APQ} : \triangle\mathrm{CPQ} = 1 : 1$

$\therefore\ \triangle\mathrm{APQ} = \frac{1}{2}\triangle\mathrm{APC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5$

23. 다음은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, □EBFD 가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?

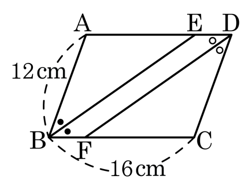


□ABCD 는 평행사변형이고
$\angle B = \angle D$ 이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$
즉, $\angle ABE = \angle EBF \cdots$ ㉠
$\angle AEB = \angle EBF$ (엇각)
$\angle EDF = \boxed{}$ (엇각) 이므로
$\angle AEB = \angle CFD$
$\angle DEB = \angle 180° - \boxed{} = \angle DFB \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □EBFD 는 평행사변형이다.

① $\angle CDF$, $\angle ABE$　② $\angle CDF$, $\angle AEB$　③ $\angle CFD$, $\angle ABE$
④ $\angle CFD$, $\angle AEB$　⑤ $\angle DCF$, $\angle ABE$

해설
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle EDF = \angle CFD$ 는 엇각으로 같고, $\angle DEB = 180° - \angle AEB = \angle DFB$ 이다.

24. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$ 일 때, □ABCD 의 넓이는 □EBFD 의 넓이의 몇 배인가?



① 2배 ② 4배 ③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{4}$ ⑤ 3배

해설

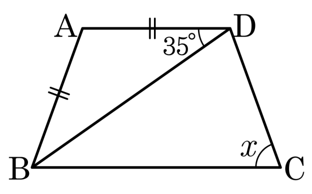
△ABE와 △CDF는 이등변삼각형이므로

$\overline{AE} = \overline{AB} = 12\ (\text{cm})$, $\overline{CF} = \overline{CD} = 12\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{ED} = \overline{BF} = 16 - 12 = 4\ (\text{cm})$

□ABCD 와 □EBFD 의 높이는 같으므로 □ABCD 의 넓이는 □EBFD 의 넓이의 $\frac{16}{4} = 4$ (배) 이다.

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle ADB = 35°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 70°

해설

$\angle ADB = 35°$ 이고, $\triangle ABD$ 가 이등변삼각형이므로
$\angle ABD = \angle ADB$ 이고, $\angle BAD = 180° - 70° = 110°$ 이다.
$\therefore\ \angle ABC = 180° - 110° = 70° = \angle BCD$
$\therefore\ \angle x = 70°$