1. 다음 중 집합이 아닌 것은?

① 100 이하인 자연수의 모임

② 우리 반에서 키가 제일 작은 학생들의 모임

③ 3 의 배수의 모임

④ 노래를 잘하는 학생들의 모임

⑤ 우리 학교 학급 반장들의 모임

해설

노래를 잘한다는 것 만으로는 대상을 분명히 알 수 없다.

2. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $2 \notin \{0, 1\}$ ② $1 \in \{1, 5\}$ ③ $4 \notin \{1, 2, 3\}$

④ $3 \in \{1, 5, 9\}$ ⑤ $10 \notin \{1, 2, 5, 7\}$

해설

$3 \notin \{1, 5, 9\}$

3. 다음 보기 중 유한집합은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $\{x \mid x$는 9의 약수$\}$

㉡ $\{x \mid x$는 10보다 작은 수$\}$

㉢ $\{x \mid x$는 1보다 큰 홀수$\}$

㉣ $\{x \mid x$는 무지개의 색깔$\}$

㉤ $\{x \mid x$는 우리나라의 놀이 동산$\}$

㉥ $\{x \mid x$는 우리나라 사람 중에서 '차' 씨 인 사람$\}$

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

유한집합은 ㉠, ㉣,㉤,㉥의 모두 4개이다.

4. 다음 중 <u>틀린</u> 것은?

① $\varnothing \subset \{1,\ 2,\ 3\}$

② $\{1,\ 2\} \supset \{1,\ 2,\ 3\}$

③ $\{2,\ 4\} \subset \{x \mid x\text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$

④ $\{5,\ 10\} \not\subset \{x \mid x\text{는 } 12\text{의 약수}\}$

⑤ $2 \in \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$

해설

② $\{1,\ 2\} \subset \{1,\ 2,\ 3\}$

5. 다음 중 옳은 것은?

① $0 \subset \{\varnothing\}$
② $\{x, y\} \notin \{y, x\}$
③ $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$
④ $\{\varnothing\} \subset \{2, 4, 6\}$
⑤ $\{1, 3, 5\} \subset \{1, 3, 4, 7\}$

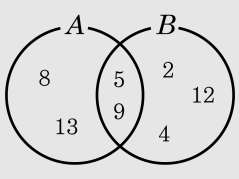
해설

① $0 \notin \{\varnothing\}$
② $\{x, y\} = \{y, x\}$
④ $\{\varnothing\} \notin \{2, 4, 6\}$
⑤ $\{1, 3, 5\} \notin \{1, 3, 4, 7\}$

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{5, 8, 9, 13\}$, $A \cap B = \{5, 9\}$, $A \cup B = \{2, 4, 5, 8, 9, 12, 13\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 의 원소가 아닌 것은?

① 2 ② 4 ③ 5 ④ 8 ⑤ 9

해설



$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 원소 5와 9는 집합 B 에도 속한다.

$5 \in B$, $9 \in B$

$A \cup B = \{2, 4, 5, 8, 9, 12, 13\}$ 의 원소에서 집합 A 의 원소들을 빼고 난 나머지는,

집합 B 에서 교집합에 속하는 원소들을 뺀 나머지 원소들이다.

따라서 2, 4, 12 는 집합 B 에 속한다.

$2 \in B$, $4 \in B$, $12 \in B$

7. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 10 이하의소수$\}$, $B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8\}$ 일 때, $n(A \cup B)$는?

① 5개 ② 6개 ③ 7개 ④ 8개 ⑤ 9개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

$\therefore n(A \cup B) = 8$

8. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 10 이하의 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c = \{4,\ 5,\ 7\}$, $B^c = \{3,\ 4,\ 6,\ 8\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : {1, 2, 9, 10}

해설

$A = (A^c)^c = \{1,\ 2,\ 3,\ 6,\ 8,\ 9,\ 10\}$
$B = (B^c)^c = \{1,\ 2,\ 5,\ 7,\ 9,\ 10\}$
$\therefore A \cap B = \{1,\ 2,\ 9,\ 10\}$

9. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$의 두 부분집합 A, B에 대하여 $A \cap B = \{2\}$, $B \cap A^c = \{4, 6, 8\}$일 때, 집합 B의 모든 원소의 합은?

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

해설

$A \cap B = \{2\}, B - A = \{4, 6, 8\}$

$\therefore B = \{2, 4, 6, 8\}$

원소의 합 $= 2 + 4 + 6 + 8 = 20$

10. $a > 0$, $b > 0$ 일 때, $\sqrt{2(a+b)}$, $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ 의 대소를 바르게 나타낸 것은?

① $\sqrt{2(a+b)} < \sqrt{a}+\sqrt{b}$ ② $\sqrt{2(a+b)} \le \sqrt{a}+\sqrt{b}$

③ $\sqrt{2(a+b)} > \sqrt{a}+\sqrt{b}$ ④ $\sqrt{2(a+b)} \ge \sqrt{a}+\sqrt{b}$

⑤ $\sqrt{2(a+b)} = \sqrt{a}+\sqrt{b}$

해설

$(\sqrt{2(a+b)})^2 - (\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$
$= 2(a+b) - (a+2\sqrt{a}\sqrt{b}+b)$
$= a - 2\sqrt{a}\sqrt{b} + b$
$= (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \ge 0$
(단, 등호는 $a = b$일 때 성립)
따라서 $\sqrt{2(a+b)} \ge \sqrt{a}+\sqrt{b}$

11. 집합 $A = \{\varnothing,\ 1,\ \{1,\ 2\}\}$에 대하여 $A \subset B$이고, $B - A = \{\{1\},\ 2\}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\varnothing \in B$　　② $\{1\} \in B$

③ $\{1,\ \{1\}\} \subset B$　　④ $\{1,\ 2\} \in B$

⑤ $\{1,\ 2,\ \{1\},\ \{2\}\} \subset B$

해설

⑤에서 $\{2\}$라는 원소는 A, B 어느 곳에도 존재하지 않는다.

12. 집합 $A = \{n \mid n$은 10 이하인 자연수$\}$의 진부분집합 중 10보다 작은 소수가 모두 들어 있는 진부분집합의 개수를 구하면?

① 16개 ② 31개 ③ 32개 ④ 63개 ⑤ 64개

해설

10보다 작은 소수는 2, 3, 5, 7이므로 주어진 집합은 {2, 3, 5, 7}을 반드시 포함하면서 진부분집합이어야 하므로 $2^{10-4} - 1 = 2^6 - 1 = 63$(개)

13. 다음 규칙에 따라 전광판은 불이 들어온다고 한다. 불이 켜진 전광판이 나타내는 숫자를 구하여라.

> [규칙]
> 불이 들어오는 자리는 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$의 부분집합 중 원소 1, 4를 반드시 포함하고, 원소 6을 포함하지 않는 부분집합이다.

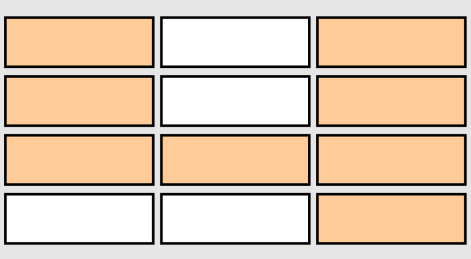
$\{1,4\}$	$\{3,4\}$	$\{1,2,4\}$
$\{1,3,4\}$	$\{1,4,6\}$	$\{1,2,4,5\}$
$\{1,4,5\}$	$\{1,2,3,4\}$	$\{1,3,4,5\}$
$\{2,3,4,6\}$	$\{1,2,4,6\}$	$\{1,2,3,4,5\}$

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

집합 A 의 부분집합 중 원소 1, 4를 반드시 포함하고 6을 포함하지 않는 부분집합을 구하면 $\{1, 4\}$, $\{1, 2, 4\}$, $\{1, 3, 4\}$, $\{1, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$, $\{1, 2, 4, 5\}$, $\{1, 3, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 4, 5\}$이다. 다음 그림과 같이 전광판에 나타나는 숫자는 4이다.



14. 세 집합 $A = \{x \mid x$는 8의 약수$\}$, $B = \{5, 6, 7, 9, 11\}$, $C = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$ 에 대하여
$(C \cap A) \cup B$ 의 원소 중에서 가장 큰 원소를 구하여라.

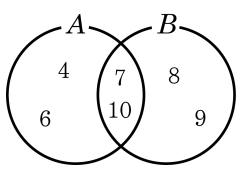
▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 가 된다.
먼저 C 와 A 의 교집합을 구해보면 $C \cap A = \{1, 2, 4\}$ 이고 B와 합집합을 구하면
$(C \cap A) \cup B = \{1, 2, 4, 5, 6, 7, 9, 11\}$ 이 된다. 가장 큰 원소는 11 이다.

15. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라.



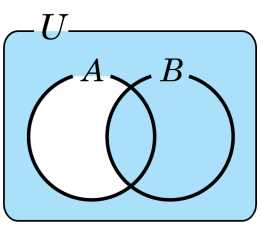
▶ 답 :

▷ 정답 : 44

해설

$A \cup B$ 은 A 에 속하거나 B 에 속하는 원소를 합한 집합이다.
그러므로 벤 다이어그램에서 보는 것과 같이 $A \cup B = \{4, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.
$A \cup B$의 원소의 합은 $4 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 44$

16. 다음 벤 다이어그램에서 $n(U) = 57,\ n(A) = 19,\ n(B) = 33,\ n(A^c \cup B^c) = 54$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 41 개

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 $(A - B)^c$ 이다.
$n(A^c \cup B^c) = n((A \cap B)^c) = n(U) - n(A \cap B)$ 에서
$54 = 57 - n(A \cap B)\ \therefore n(A \cap B) = 3$
$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 19 - 3 = 16$
$\therefore\ n((A - B)^c) = n(U) - n(A - B) = 57 - 16 = 41$

17. 다음 중에서 명제 '자연수 n 의 각 자리 숫자의 합이 6 의 배수이면, n 은 6 의 배수이다.'가 거짓임을 보여주는 n 의 값은?

① 30　② 33　③ 40

④ 42　⑤ 답 없음

해설

실제로 주어진 명제는 참이 아니다. 33 의 경우 $3+3=6$ 이지만, 33 은 6 의 배수가 아니다.

18. 명제 '$a = 1$ 이면 $a^2 = a$ 이다.'에 대하여 역, 이, 대우 중에서 참인 것을 모두 고르면?

① 역　② 이　③ 대우

④ 역, 이　⑤ 역, 이, 대우

해설

$a^2 - a = a(a-1) = 0$, $a = 0,\ 1$
역 : '$a^2 = a$이면 $a = 1$이다.' → 거짓
이 : '$a \neq 1$ 이면 $a^2 \neq a$ 이다.' → 거짓
대우 : '$a^2 \neq a$이면 $a \neq 1$이다.' → 참

19. 정삼각형 ABC는 이등변삼각형 ABC이기 위한 무슨 조건인가?

① 충분조건　② 필요조건
③ 대우　④ 필요충분조건
⑤ 아무조건도 아니다.

해설

정삼각형 ⊂ 이등변삼각형

20. $x > y > 0$인 실수 x, y에 대하여 $\frac{x}{1+x}$, $\frac{y}{1+y}$의 대소를 비교하면?

① $\frac{x}{1+x} < \frac{y}{1+y}$ ② $\frac{x}{1+x} \le \frac{y}{1+y}$ ③ $\frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$
④ $\frac{x}{1+x} \ge \frac{y}{1+y}$ ⑤ $\frac{x}{1+x} = \frac{y}{1+y}$

해설

$A = \frac{x}{1+x} - \frac{y}{1+y}$ 이라하면

$A = \frac{x}{1+x} - \frac{y}{1+y} = \frac{x(1+y) - y(1+x)}{(1+x)(1+y)}$

$= \frac{x-y}{(1+x)(1+y)} > 0$

따라서 $\therefore \frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$

21. a, b 가 실수일 때, 다음은 부등식 $|a| + |b| \geq |a + b|$ 을 증명한 것이다. 증명과정에 쓰이지 <u>않은</u> 성질을 고르면?

증명

$(|a| + |b|)^2 - (|a + b|)^2$
$= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| - (a + b)^2$
$= a^2 + b^2 + 2|ab| - a^2 - 2ab - b^2$
$= 2(|ab| - ab)\ 0$
$\therefore (|a| + |b|)^2 \geq (|a + b|)^2$
$\therefore |a| + |b| \geq |a + b|$

① $|a| \geq a$

② $a \geq b$, $b \geq c$ 이면 $a \geq c$

③ $|a|^2 = a^2$

④ $a - b \geq 0$ 이면 $a \geq b$

⑤ $a \geq 0$, $b \geq 0$, $a^2 \geq b^2$ 이면 $a \geq b$

해설

$(|a| + |b|)^2 - (|a + b|)^2$
$= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| - (a + b)^2$ (③이 쓰임)
$= a^2 + b^2 + 2|ab| - a^2 - 2ab - b^2$
$= 2(|ab| - ab) \geq 0$ (①이 쓰임)
$\therefore (|a| + |b|)^2 \geq (|a + b|)^2$ (④가 쓰임)
$\therefore |a| + |b| \geq |a + b|$ (⑤가 쓰임)
따라서, ②는 쓰이지 않았다.

22. 방정식 $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2}$을 만족하는 양의 정수 x, y에 대하여 xy의 최솟값은?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\geq 2\sqrt{\frac{1}{xy}}$, $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{2}$이므로

$\frac{1}{2}\geq 2\sqrt{\frac{1}{xy}}$, $\frac{1}{4}\geq\sqrt{\frac{1}{xy}}$

$\therefore\ \frac{1}{16}\geq\frac{1}{xy}$

따라서 $xy\geq 16$이므로 xy의 최솟값은 16

23. $a \geq 0,\ b \geq 0,\ c \geq 0$이고, $a+b+c=14$일 때, $\sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{c}$의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
$(1^2+2^2+3^2)\left\{(\sqrt{a})^2+(\sqrt{b})^2+(\sqrt{c})^2\right\}$
$\geq (\sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{c})^2$
$(\sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{c})^2 \leq 14(a+b+c)=14^2$
이 때 $a \geq 0,\ b \geq 0, c \geq 0$이므로
$0 \leq \sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{c} \leq 14$
따라서 최댓값은 14이다.

24. $x,\ y,\ z$ 가 실수일 때, 조건 $(x-y)^2+(y-z)^2=0$ 의 부정과 동치인 것은?

① $(x-y)(y-z)(z-x)\neq 0$

② $x,\ y,\ z$ 는 서로 다르다.

③ $x\neq y$ 이고 $y\neq z$

④ $(x-y)(y-z)(z-x)>0$

⑤ $x,\ y,\ z$ 중에 적어도 서로 다른 것이 있다.

해설

$(x-y)^2+(y-z)^2=0$ 이면 $x=y=z$ 이므로 이것의 부정은
$x\neq y$ 또는 $y\neq z$ 또는 $z\neq x$
즉, $x,\ y,\ z$ 중에 적어도 서로 다른 것이 있다.

25. 다음 <보기>의 조건 '$p(x)$'를 만족하는 진리집합이 바르게 연결된 것은? (단, 전체집합은 실수의 집합 R)

보기

(1) $p(x) : x$는 12의 양의 약수이다.
$P = \{1, 2, 3, 6, 12\}$
(2) $p(x) : x^2 + 1 = 0$
$P = \varnothing$
(3) $p(x) : x^2 - 5x - 4 = 0$
$P = \{1, 4\}$
(4) $p(x) : x^2 + 4x + 5 > 0$
$P = R$

① (1), (2) ② (2), (3) ③ (3), (4)
④ (2), (4) ⑤ (1), (3)

해설

(1) $p = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
(2) $x^2 \geq 0$ 이므로 $x^2 + 1 \neq 0 \therefore P = \varnothing$
(3) $P = \left\{ \dfrac{5 \pm \sqrt{41}}{2} \right\}$
(4) 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 4x + 5 = (x+2)^2 + 1 > 0$ 이므로 $P = R$ 이다.

26. 다음 명제의 참, 거짓을 써라. (단, x, y 는 실수)
'$xy \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.'

▶ 답 :

▷ 정답 : 참

해설

대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.
대우 : $x = 0,\ y = 0 \ \Rightarrow \ xy = 0$ (참)

27. $x \neq 2$은 $x^2 - ax + 4 \neq 0$이기 위한 필요조건일 때, 상수 a의 값은?

① -4　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 4

해설

$x^2 - ax + 4 \neq 0 \rightarrow x \neq 2$가 참

대우 : $x = 2 \rightarrow x^2 - ax + 4 = 0$가 참

$4 - 2a + 4 = 0$

$\therefore a = 4$

28. 세 조건 p, q, r에 대하여 q는 p의 필요조건, q는 r의 충분조건이고 r는 p의 충분조건이다. 이 때, p는 r이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요충분조건

해설

q는 p의 필요조건이므로 $p \Rightarrow q$ ····· ㉠
q는 r의 충분조건이므로 $q \Rightarrow r$ ····· ㉡
r는 p의 충분조건이므로 $r \Rightarrow p$ ····· ㉢
㉠ , ㉡ 에서 $p \Rightarrow q$, $q \Rightarrow r$이므로
$p \Rightarrow r$ ····· ㉣
㉢, ㉣에서 $r \Rightarrow p$, $p \Rightarrow r$이므로 $r \leftrightarrow p$이다.
∴ 필요충분조건

29. 세 수 2^{60}, 3^{40}, 5^{30}의 대소를 바르게 비교한 것은?

① $5^{30} < 3^{40} < 2^{60}$　② $3^{40} < 2^{60} < 5^{30}$

③ $3 < 5^{30} < 2^{60}$　④ $2^{60} < 5^{30} < 3^{40}$

⑤ $2^{60} < 3^{40} < 5^{30}$

해설

$\frac{2^{60}}{3^{40}} = \left(\frac{2^3}{3^2}\right)^{20} = \left(\frac{8}{9}\right)^{20} < 1$ 따라서 $2^{60} < 3^{40}$

$\frac{3^{40}}{5^{30}} = \left(\frac{3^4}{5^3}\right)^{10} = \left(\frac{81}{125}\right)^{10} < 1$ 따라서 $3^{40} < 5^{30}$

$\therefore 2^{60} < 3^{40} < 5^{30}$

30. 두 집합 $A = \{2a,\ a+6,\ 3a-1\}$, $B = \{2a+1,\ a+2,\ 8\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$A = B$ 이므로 $8 \in A$

$2a = 8$ 또는 $a+6 = 8$ 또는 $3a-1 = 8$

(i) $2a = 8$ 일 때, $a = 4$

$A = \{8,\ 10,\ 11\}$, $B = \{6,\ 8,\ 9\}$

$A \neq B$이므로 조건에 맞지 않는다.

(ii) $a+6 = 8$ 일 때, $a = 2$

$A = \{4,\ 5,\ 8\}$, $B = \{4,\ 5\ 8\}$

$A = B$이므로 조건에 적합.

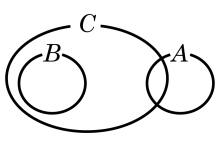
(iii) $3a-1 = 8$ 일 때, $a = 3$

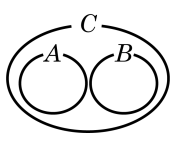
$A = \{6,\ 8,\ 9\}$, $B = \{5,\ 7,\ 8\}$

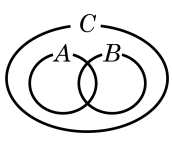
$\therefore\ A \neq B$이므로 조건에 맞지 않는다. (i), (ii), (iii) 으로부터 $a = 2$

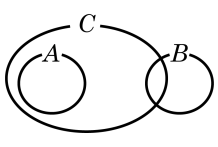
31. 다음 세 명제 p, q, r가 모두 참일 때, 세 집합 A, B, C 사이의 포함 관계를 벤 다이어그램으로 나타내면?

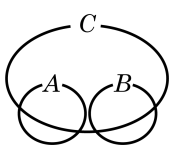
> p : $x \in A$ 이면 $x \in C$ 이다.
> q : $x \in B$ 이면 $x \notin A$ 이다.
> r : $x \notin C$ 이면 $x \notin B$ 이다.

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

p : $x \in A$ 이면 $x \in C$ 이다. 따라서 $A \subset C$
q : $x \in B$ 이면 $x \notin A$ 이다. 따라서 $A \cap B = \varnothing$
r : $x \notin C$ 이면 $x \notin B$ 이다. 즉 $x \in B$ 이면 $x \in C$ 이다. 따라서 $B \subset C$

32. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여 $[(A\cap B)\cup(B-A)]\cap A=A$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $A\cup B=A$　② $A\cap B=B$　③ $A-B=U$

④ $A^c\cup B=U$　⑤ $(A\cap B)^c=B^c$

해설

$(A\cap B)\cup(B-A)=B$

$\therefore$ 준식 : $B\cap A=A\Rightarrow A\subset B$

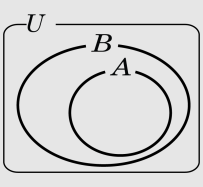
$\therefore A^c\cup B=U$

① $A\cup B=B$

② $A\cap B=A$

③ $A-B=\varnothing$

⑤ $(A\cap B)^c=A^c$



33. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때 $(A-B)\cup X=X$, $(A\cup B)\cap X=X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$A=\{x\|x$는 8의 약수$\}$, $B=\{x\|x$는 5이하의 홀수$\}$

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$(A-B)\cup X=X$ 이므로 $(A-B)\subset X$
$(A\cup B)\cap X=X$ 이므로 $X\subset(A\cup B)$,
$A=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}, B=\{1,\ 3,\ 5\}$
$\{2,4,8\}\subset X\subset\{1,2,3,4,5,8\}$
집합 X 는 집합$A\cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.
$\therefore\ 2^{6-3}=2^3=8$ (개)