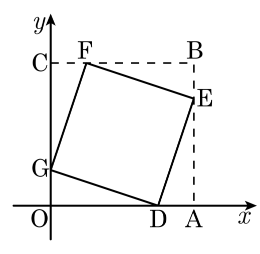
1. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 인 정사각형 DEFG 가 있고, $\overline{\mathrm{OD}}$ 의 길이는 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이보다 3 배 길다고 할 때, 점 D 와 점 F 를 지나는 그래프의 y 절편은?



① $\sqrt{2}$　② $2\sqrt{2}$　③ $3\sqrt{2}$　④ $4\sqrt{2}$　⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{\mathrm{OD}} = 3\overline{\mathrm{AD}}$ 이므로 $\mathrm{D} = (a, 0)$ 이라고 하면

$\mathrm{G} = \left(0, \frac{1}{3}a\right)$

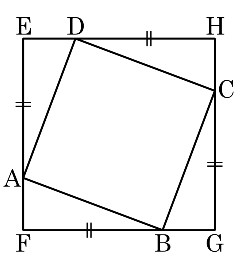
이를 피타고라스 정리에 대입하면

$\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{9} = \frac{10a^2}{9}$ 이 되어 $a = \sqrt{2}$가 성립한다.

$\mathrm{D}(\sqrt{2}, 0)$, $\mathrm{F}\left(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$를 지나는 함수의 식을 구하면 $f(x) = -2x + 2\sqrt{2}$ 이다.

그러므로 함수 f 의 y 절편은 $2\sqrt{2}$ 이다.

2. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 EFGH 는 모두 정사각형이고 □ABCD $=$ $73\,\mathrm{cm}^2$, □EFGH $= 121\,\mathrm{cm}^2$, $\overline{\mathrm{BF}} > \overline{\mathrm{BG}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{BG}}$ 의 길이는?



① 3 cm　　② $\frac{7}{2}$ cm　　③ 4 cm
④ 8 cm　　⑤ $\frac{15}{2}$ cm

해설

□ABCD $= 73\,\mathrm{cm}^2$, □EFGH $= 121\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{73}\,\mathrm{cm}$,
$\overline{\mathrm{FG}}\,\mathrm{cm} = 11\,\mathrm{cm}$ 이다.
$\overline{\mathrm{BG}} = x\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{FB}} = y\,\mathrm{cm}$ 라고 할 때,
$x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.
$y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$
인수분해를 이용하면 $(x-3)(x-8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{\mathrm{BF}} > \overline{\mathrm{BG}}$) 이다.

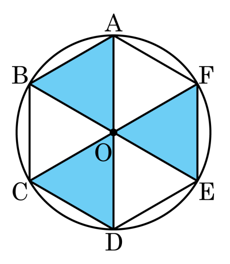
3. 한 변의 길이가 4 cm 인 정육각형에 내접하는 원의 넓이는?

① $4\pi\,\mathrm{cm}^2$　② $8\pi\,\mathrm{cm}^2$　③ $12\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $16\pi\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $24\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 4 cm 인 정삼각형이 되고 정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되기 때문에 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$ (cm) 이다.
따라서 원의 넓이는 $(2\sqrt{3})^2\pi = 12\pi$ (cm^2) 이다.

4. 다음 그림에서 반지름의 길이가 6 cm 인 원 O 의 둘레를 6 등분하는 점을 각각 A, B, C, D, E, F 라 한다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면? (색칠한 부분은 $\triangle AOB + \triangle FOE + \triangle COD$ 이다.)



① $24\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ ② $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

③ $12\,\text{cm}^2$ ④ $27\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

⑤ $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

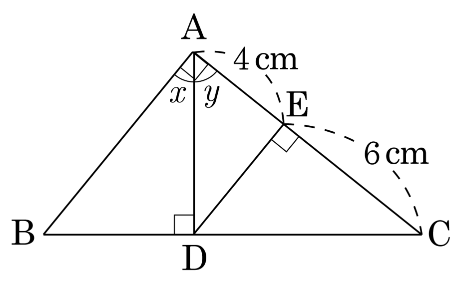
$\triangle AOB$ 는 길이가 6 cm 인 정삼각형이므로

$\triangle AOB = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$9\sqrt{3} \times 3 = 27\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, D 에서 변 AC 에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\overline{AE} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 이고, $\angle BAD = x$, $\angle CAD = y$ 일 때, $\sin x + \cos y$ 의 값은?



① $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　② $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　③ $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$
④ $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$　⑤ $\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$

해설

$x + y = 90°$ 이므로

$\sin x + \cos y = \sin x + \cos(90° - x)$
$= \sin x + \sin x$
$= 2\sin x$

$\overline{DE}^2 = 4 \times 6 = 24$

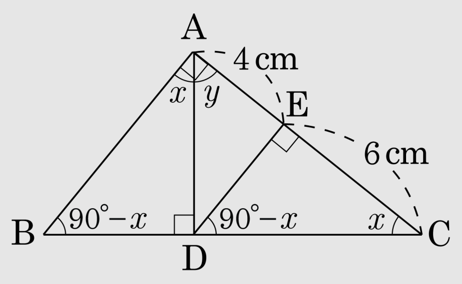
$\therefore \overline{DE} = 2\sqrt{6}\,\text{cm}$

$\overline{CD}^2 = 6 \times 10 = 60$

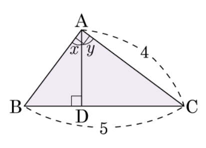
$\therefore \overline{CD} = 2\sqrt{15}\,\text{cm}$

$\triangle CDE$ 에서 $\sin x = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{CD}} = \dfrac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{15}} = \dfrac{\sqrt{10}}{5}$

$\therefore \sin x + \cos y = 2\sin x = 2 \times \dfrac{\sqrt{10}}{5} = \dfrac{2\sqrt{10}}{5}$



6. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\angle BAD = x$, $\angle DAC = y$ 라 할 때, $12(\tan x + \tan y)$ 의 값은?



① 10　② 12　③ 15　④ 20　⑤ 25

해설

$\triangle CAB \backsim \triangle DAB \backsim \triangle DAC$(AA 닮음)

$\overline{AB} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

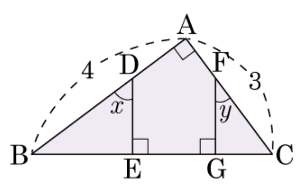
$\angle x = \angle C$, $\angle y = \angle B$ 이므로

$\tan x = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{3}{4}$, $\tan y = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \dfrac{4}{3}$

$\therefore \tan x + \tan y = \dfrac{3}{4} + \dfrac{4}{3} = \dfrac{25}{12}$

$12(\tan x + \tan y) = 12 \times \dfrac{25}{12} = 25$

7. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE}\perp\overline{BC}$, $\overline{FG}\perp\overline{BC}$ 일 때, $\sin x - \cos y$ 의 값은?



① -1　　② 3　　③ 0　　④ 2　　⑤ -2

해설

$\overline{BC} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

$\triangle ABC$와 $\triangle EBD$에서

$\angle B$는 공통, $\angle BAC = \angle BED = 90°$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle EBD$(AA 닮음)

따라서 $\angle x = \angle C$이므로 $\sin x = \sin C = \frac{4}{5}$

$\triangle ABC$와 $\triangle GFC$에서 $\angle C$는 공통,

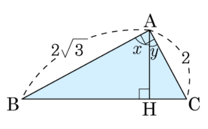
$\angle BAC = \angle FGC = 90°$이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle GFC$(AA 닮음)

따라서 $\angle y = \angle B$ 이므로 $\cos y = \cos B = \frac{4}{5}$ 이다.

$\therefore \sin x - \cos y = \frac{4}{5} - \frac{4}{5} = 0$

8. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\cos x + \cos y$ 의 값은?



① $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$　　② 1　　③ $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$

④ $\sqrt{3}$　　⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$\triangle AHC \backsim \triangle BAC$ (AA 닮음)

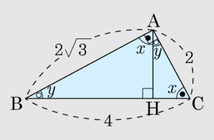
$\angle B = \angle y,\ \angle C = \angle x$

$\overline{BC} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = 4$

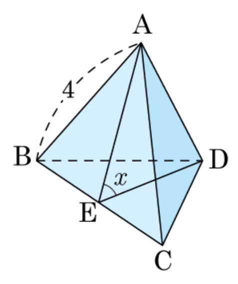
$\angle x = \angle C, \quad \cos x = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{2}{4}$

$\angle y = \angle B, \quad \cos y = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{4}$

$\therefore \cos x + \cos y = \dfrac{2}{4} + \dfrac{2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$



9. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4 인 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 E 라 하자. $\angle\mathrm{AED} = x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{16}$

해설

점 A 에서 밑면 $\triangle\mathrm{BCD}$ 에 내린 수선의 발 H 는 $\triangle\mathrm{BCD}$ 의 무게중심이 된다.

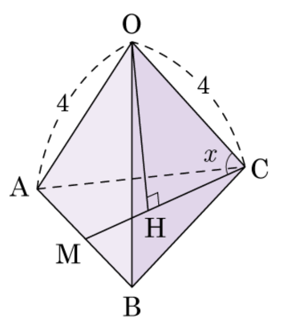
$\therefore\ \overline{\mathrm{EH}} = \frac{1}{3}\overline{\mathrm{ED}}$

$\triangle\mathrm{DBC}$ 에서 $\overline{\mathrm{ED}} = \overline{\mathrm{AE}} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

$\overline{\mathrm{EH}} = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

$\triangle\mathrm{AEH}$ 에서 $\cos x = \frac{\overline{\mathrm{EH}}}{\overline{\mathrm{AE}}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \div 2\sqrt{3} = \frac{1}{3}$

10. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 4 인 정사면체의 한 꼭지점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle \mathrm{OCH} = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값은?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
④ $\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

$$\overline{\mathrm{CM}} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{\mathrm{CH}} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{\mathrm{OH}} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{32}{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore\ \tan x = \frac{\overline{\mathrm{OH}}}{\overline{\mathrm{CH}}} = \frac{\frac{4\sqrt{6}}{3}}{\frac{4\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{2}$$

11. 좌표평면 위에 두 점 A(5, 3), B(2, 1) 을 지나는 직선이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan\theta$ 의 값을 구하면?

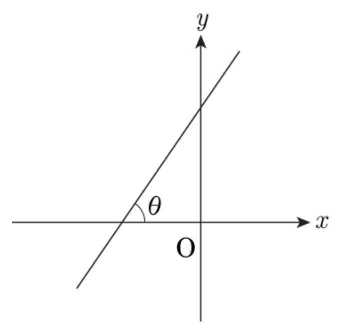
① $\frac{3}{4}$　　② $\frac{4}{5}$　　③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{4\sqrt{13}}{13}$　　⑤ $\frac{5\sqrt{13}}{13}$

해설

$\tan\theta = \frac{(\text{높이})}{(\text{밑변})} = \frac{(y\text{의 변화량})}{(x\text{의 변화량})} = |(\text{일차함수의 기울기})|$ 이므로 $\tan\theta = \frac{3-1}{5-2} = \frac{2}{3}$ 이다.

12. 다음 그림은 직선 $x - \sqrt{3}y + 3 = 0$ 의 그래프이다. 이때, $\angle\theta$ 의 크기를 구하면?



① $30°$　② $40°$　③ $45°$　④ $50°$　⑤ $60°$

해설

$y = \dfrac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$

$\therefore$ 기울기 : $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$(\text{기울기}) = \tan\theta$ 이므로 $\tan\theta = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$,

$\therefore \angle\theta = 30°$

13. x 에 관한 이차방정식 $ax^2-2x+8=0$ 의 한 근이 $2\sin 90°-3\cos 0°$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① -10 ② -6 ③ -2 ④ 2 ⑤ 6

해설

이차방정식 $ax^2-2x+8=0$ 에 $x=-1$ 을 대입하면, $a\times(-1)^2-2\times(-1)+8=0$

$a+2+8=0,\ a=-10$

14. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 의 한 근이 $\sin 90° + \cos 0°$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① 14 ② 13 ③ 12 ④ 11 ⑤ 10

해설

이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면, $2 \times 2^2 - 11 \times 2 + a = 0$

$8 - 22 + a = 0,\ a = 14$

15. 함수 $f(x) = \sqrt{2}\cos x + \sin^2 x + 3$ $(0° < x < 90°)$ 이 최댓값을 가질 때의 x 의 값은?

① $15°$ ② $30°$ ③ $45°$ ④ $60°$ ⑤ $75°$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{2}\cos x + 1 - \cos^2 x + 3 \\ &= -\cos^2 x + \sqrt{2}\cos x + 4 \\ &= -\left(\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} \end{aligned}$$

$0° < x < 90°$ 일 때, $0 < \cos x < 1$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 $\cos x = \dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ 일 때, 최댓값을 갖는다.

$\therefore\ x = 45°$

16. $45° < A < 90°$ 일 때, $\sqrt{(\sin A + \cos A)^2} - \sqrt{(\cos A - \sin A)^2} = \frac{24}{13}$ 를 만족하는 A 에 대하여 $\cos A - \sin A$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{2}{13}$ ② $\frac{2}{13}$ ③ $\frac{5}{13}$ ④ $\frac{7}{13}$ ⑤ $\frac{12}{13}$

해설

$\sqrt{(\sin A + \cos A)^2} - \sqrt{(\cos A - \sin A)^2}$

$= (\sin A + \cos A) + (\cos A - \sin A)$

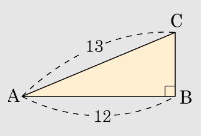
$= 2\cos A = \frac{24}{13}$

따라서 $\cos A = \frac{12}{13}$ 이므로

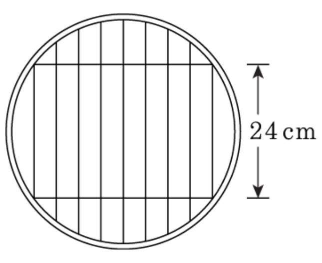
다음과 같은 $\angle B = 90°, \overline{AC} = 13, \overline{AB} = 12$ 인 직각삼각형이 나온다.

그러므로 $\sin A = \frac{5}{13}$ 이고,

$\cos A - \sin A = \frac{12}{13} - \frac{5}{13} = \frac{7}{13}$ 이다.



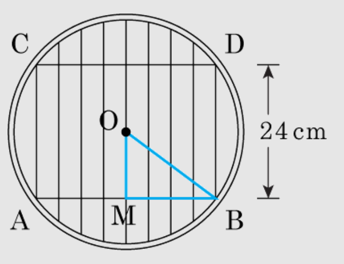
17. 경식이는 가족여행을 가서 다음 그림과 같은 원 모양의 석쇠로 고기를 구웠다. 굵은 두 철사는 평행하고 길이가 32 cm 로 같았으며, 두 철사 사이의 간격은 24 cm 였다. 경식이가 사용한 석쇠의 반지름의 길이는?



① 20 cm　　② 25 cm　　③ 30 cm

④ 40 cm　　⑤ 45 cm

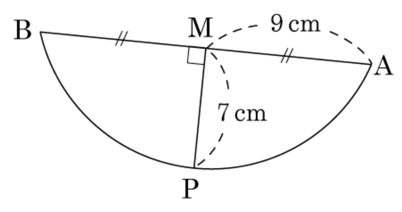
해설



두 철사가 원 모양의 석쇠와 만나는 네 개의 점을 각각 A, B, C, D 라 하고, 석쇠의 중심을 O, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{OM} = 12\,\text{cm}$, $\overline{MB} = \overline{AB} \times \frac{1}{2} = 32 \times \frac{1}{2} = 16\ (\text{cm})$ 이다.

석쇠의 반지름의 길이는 $\triangle OMB$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{OB} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{400} = 20\ (\text{cm})$ 이다.

18. 다음 그림은 한 원의 일부분을 잘라낸 것이다. 그림을 참고할 때, 이 원의 반지름의 길이는?

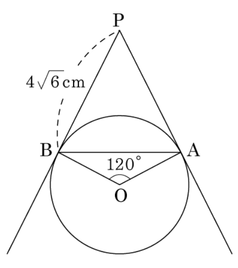


① $\frac{64}{7}$ cm ② $\frac{63}{8}$ cm ③ $\frac{64}{9}$ cm
④ $\frac{65}{7}$ cm ⑤ $\frac{65}{8}$ cm

해설

$r^2 = 9^2 + (r-7)^2$
$r^2 = 81 + r^2 - 14r + 49$
$14r = 130$
$\therefore\ r = \frac{130}{14} = \frac{65}{7}$ (cm)

19. 다음 그림과 같이 점 P 에서 원 O 에 그은 두 접선의 접점이 A, B 이고, $\angle AOB = 120°$, $\overline{PB} = 4\sqrt{6}$cm 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{OP} = 8\sqrt{2}$cm

② $\overline{AP} = 4\sqrt{6}$cm

③ $\overline{AB} = 4\sqrt{6}$cm

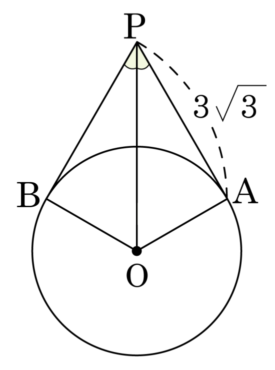
④ (부채꼴 AOB의 넓이) $= \dfrac{32\sqrt{6}}{3}\pi$cm^2

⑤ (□OAPB의 둘레) $= (8\sqrt{2} + 8\sqrt{6})$cm

해설

(부채꼴 AOB의 넓이) $= \pi \times (4\sqrt{2})^2 \times \dfrac{120°}{360°} = \dfrac{32}{3}\pi(\text{cm}^2)$

20. 점 A, B 는 원 O 의 접점이고 $\angle APB = 60°$, $\overline{PA} = 3\sqrt{3}$ 일 때, $\overline{PO}$ 의 길이는?

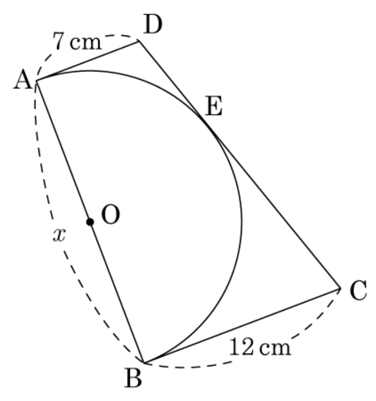


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\triangle POA \equiv \triangle POB$ (RHS 합동)
따라서 $\angle APO = 30°$, $\angle POA = 60°$
$\overline{AO} = \dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3$, $\overline{PO} = 6$

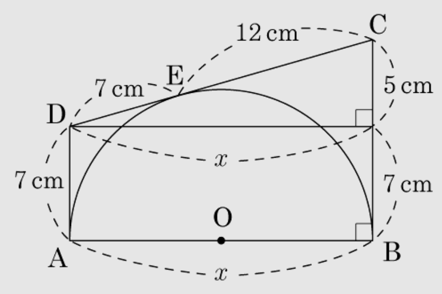
21. 반원 O 와 접하는 선분 AD, CD, BC 가 다음과 같을 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



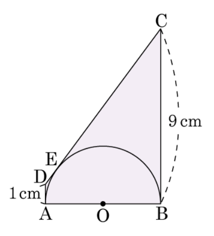
① $2\sqrt{21}$ (cm) ② $3\sqrt{21}$ (cm) ③ $4\sqrt{21}$ (cm)
④ $5\sqrt{21}$ (cm) ⑤ $6\sqrt{21}$ (cm)

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{19^2 - 5^2} \\ &= \sqrt{336} = 4\sqrt{21} \\ &= 4\sqrt{21}\ (\text{cm}) \end{aligned}$$



22. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}$ 를 지름으로 하는 반원 O 에서 세 접선 AD, BC, CD 가 있을 때, $\overline{\mathrm{AD}} = 1\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 9\,\mathrm{cm}$ 이다. 원 O 의 지름의 길이는?



① $3cm$ ② $4cm$ ③ $5cm$ ④ $6cm$ ⑤ $7cm$

해설

점 D 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 와 평행한 선을 그어 $\overline{\mathrm{BC}}$ 와 만난 점을 H 라 하면
$\overline{\mathrm{CH}} = 8(\mathrm{cm})$, $\overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{CE}} + \overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{CB}} + \overline{\mathrm{AD}} = 9 + 1 = 10(\mathrm{cm})$
$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DH}} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\mathrm{cm})$

23. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c)+(c+a)(c-a)$가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 정삼각형
④ 예각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c)+(c+a)(c-a)$에서
$\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\} = b^2+2bc+c^2-a^2$
$a^2-(b-c)^2 = -a^2+b^2+c^2+2bc$
$2a^2 = 2b^2+2c^2$
$\therefore\ a^2 = b^2+c^2$
따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a인 직각삼각형이다.

24. 삼각형의 세 변의 길이 $a,\ b,\ c$ 에 대하여 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ 이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형　　② 이등변삼각형

③ 정삼각형　　④ 직각이등변삼각형

⑤ 둔각삼각형

해설

$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ 에서 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)=0$

$\frac{1}{2}(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2)=0$

$\frac{1}{2}\left\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right\}=0$ 이고,

$a,\ b,\ c$ 는 실수이므로, $a-b=0,\ b-c=0,\ c-a=0$

$\therefore\ a=b=c$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

25. $x+y=2,\ x^3+y^3=14$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $xy=-1$　② $x^2+y^2=6$　③ $x^4+y^4=34$

④ $x^5+y^5=86$　⑤ $x^6+y^6=198$

해설

① $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$ 에서
$14=2^3-3xy\times 2$
$\therefore\ xy=-1$

② $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ 에서
$x^2+y^2=2^2-2(-1)=6$

③ $x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2$ 에서
$x^4+y^4=6^2-2(-1)^2=34$

④ $x^5+y^5=(x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y)$ 에서
$x^5+y^5=6\times 14-(-1)^2\times 2=82\neq 86$

⑤ $x^6+y^6=(x^3+y^3)^2-2x^3y^3$ 에서
$x^6+y^6=14^2-2(-1)^3=198$

26. $x+\frac{1}{x}=1$ 일 때, $x^{101}+\frac{1}{x^{101}}$ 의 값은?

① 1 ② -1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 101

해설

$x+\frac{1}{x}=1$에서 $x^2+1=x$

$\therefore\ x^2-x+1=0,\ x^3=-1$

$$(\text{준 식})=(x^3)^{33}\cdot x^2+\frac{1}{(x^3)^{33}\cdot x^2}$$
$$=-x^2+\frac{-1}{x^2}=-\frac{x^4+1}{x^2}=-\frac{-x+1}{x^2}$$
$$=\frac{x-1}{x^2}=1$$

27. 다음 식을 간단히 하면?

$$\frac{a^2}{(a-b)(a-c)}+\frac{b^2}{(b-c)(b-a)}$$
$$+\frac{c^2}{(c-a)(c-b)} \text{ (단, } a \neq b \neq c\text{)}$$

① -1 ② 1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 5

해설

$$(\text{준 식}) = \frac{a^2(c-b)+b^2(a-c)+c^2(b-a)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$
$$= \frac{(c-b)a^2-(c^2-b^2)a+bc(c-b)}{(a-b)(b-c)(c-a)}$$
$$= \frac{(c-b)(a-b)(a-c)}{(a-b)(b-c)(c-a)} = 1$$

28. $ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$
② $-(a+b+c)(a-b-c)$
③ $-(a+b)(b+c)(c+a)$
④ $(a+b)(b+c)(c+a)$
⑤ $(a-b)(b-c)(c-a)$

해설

전개하여 a에 대한 내림차순으로 정리한 후, 인수분해 한다.

$ab(a-b)+bc(b-c)+ca(c-a)$
$=(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+bc(b-c)$
$=(b-c)a^2-(b+c)(b-c)a+bc(b-c)$
$=(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$
$=(b-c)(a-b)(a-c)$
$=-(a-b)(b-c)(c-a)$

29. $a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)$을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$　　② $(a-b)(b-c)(a-c)$

③ $-(b-a)(b-c)(c-a)$　　④ $(a-b)(b-c)(c-a)$

⑤ $(a-b)(b-c)(c+a)$

해설

(준식) $=(c-b)a^2+(b^2-c^2)a+bc(c-b)$

$=(c-b)\{a^2-(c+b)a+bc\}$

$=(c-b)(a-b)(a-c)$

$=(a-b)(b-c)(c-a)$

30. 다음 □안에 들어갈 식이 바르게 연결되지 <u>않은</u> 것은?

$$\begin{aligned}&a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)\\&=(b-c)a^2-\boxed{\text{(가)}}\,a+\boxed{\text{(나)}}(b-c)\\&=\boxed{\text{(다)}}\,\{a^2-\boxed{\text{(라)}}\,a+\boxed{\text{(나)}}\}\\&=(b-c)(a-b)\boxed{\text{(마)}}\end{aligned}$$

① (가) (b^2-c^2) ② (나) bc ③ (다) $(b-c)$

④ (라) $(b+c)$ ⑤ (마) $(c-a)$

해설

$$\begin{aligned}&a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)\\&=(b-c)a^2+b^2c-ab^2+c^2a-bc^2\\&=(b-c)a^2-\boxed{(b^2-c^2)}\,a+\boxed{bc}(b-c)\\&=\boxed{(b-c)}\left\{a^2-\boxed{(b+c)}\,a+\boxed{bc}\right\}\\&=(b-c)(a-b)\boxed{(a-c)}\end{aligned}$$

31. $a,\ b,\ c,\ d$가 실수이고 $a^2-b^2=3,\ c^2+d^2=4,\ ab=1,\ cd=2$일 때, $a^2d^2-b^2c^2$의 값을 구하면?

① 4　　② 5　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

해설

$a^2-b^2=3 \cdots$ ㉠

$c^2+d^2=4 \cdots$ ㉡

$ab=1 \cdots$ ㉢

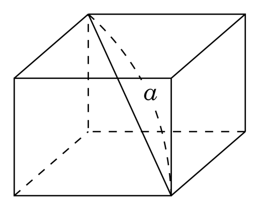
$cd=2 \cdots$ ㉣

㉡, ㉣에서 $(c-d)^2=0\ (\because 2cd=4\ )$

$\therefore c=d,\ c^2=d^2=2 \cdots$ ㉤

㉠,㉤에서 $a^2d^2-b^2c^2=2(a^2-b^2)=2\times 3=6$

32. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선의 길이가 a이고, 모든 모서리의 길이의 합이 b일 때, 이 직육면체의 겉넓이는?



① $\frac{1}{16}b^2 - a^2$　② $\frac{1}{8}b^2 - a^2$　③ $\frac{1}{4}b^2 - a^2$
④ $\frac{1}{8}b^2 + a^2$　⑤ $\frac{1}{16}b^2 + a^2$

해설

가로, 세로의 길이와 높이를 각각 x, y, z라 하면
$4(x+y+z) = b,\ \sqrt{x^2+y^2+z^2} = a$
$\therefore\ x+y+z = \frac{1}{4}b,\ x^2+y^2+z^2 = a^2$
따라서, 구하는 직육면체의 겉넓이는

$$\begin{aligned} 2(xy+yz+zx) &= (x+y+z)^2 - (x^2+y^2+z^2) \\ &= \left(\frac{1}{4}b\right)^2 - a^2 \\ &= \frac{1}{16}b^2 - a^2 \end{aligned}$$