

1. 다음 보기는 제주도의 숙박시설들의 모임이다. 호텔의 모임을 A , 콘도의 모임을 B , 펜션의 모임을 C 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

보기

호텔 : 으뜸 호텔, 오펜 호텔
콘도 : 카나 콘도, 자연 파크 리조트
펜션 : 지중해 펜션, 삼다도 펜션, 차구도 펜션, 월령 코지

- ① 오펜 호텔 $\in A$ ② 카나 콘도 $\notin A$
③ 으뜸 호텔 $\notin A$ ④ 삼다도 펜션 $\in C$
⑤ 월령 코지 $\notin B$

해설

으뜸 호텔 $\in A$

2. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\{2, 4, 6, 8, \dots, 998, 1000\}$
- ② $\{x|x \text{는 } 42 \text{의 약수}\}$
- ③ $\{x|x \text{는 } 50 \text{보다 큰 } 5 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x|2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$
- ⑤ $\{6, 12, 18, 24, \dots\}$

해설

- ② $\{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$
- ③ $\{55, 60, 65, 70, \dots\}$
- ④ $\emptyset$

3. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\{4\}) = 4$

② $n(\{0\}) = 0$

③ $n(\{\emptyset\}) = 0$

④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 이면 $n(A) = 4$

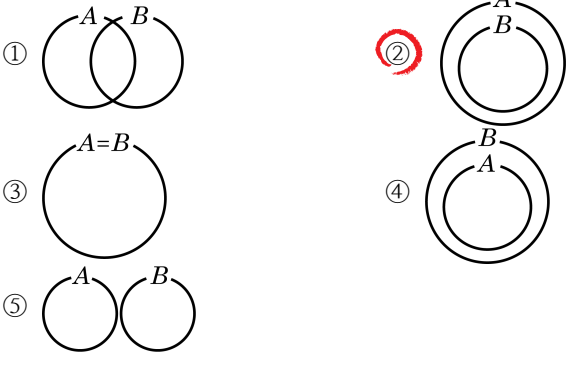
해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이다.

따라서 $n(A) = 4$ 이다.

4. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6\text{의 약수}\}$, $B = \{2, 3\}$ 의 포함 관계를 벤다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?



해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{2, 3\}$
 $\therefore B \subset A$

5. $n(D) = n$ 일 때 집합 D 의 부분집합의 개수로 옳은 것은?

- ① n
- ② $2 \times n$
- ③ $n \times (n + 1)$
- ④ $2 + 2 + 2 + 2 + 2 \cdots + 2$ (2를 n 번 더한다)
- ⑤ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \cdots \times 2$ (2를 n 번 곱한다)

해설

어떤 집합의 부분집합의 개수는 2를 그 집합의 원소의 개수만큼 곱한 수이다. 따라서 원소의 개수가 n 개인 집합의 부분집합의 개수는 2를 n 번 곱한 수이다.

6. 집합 $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 2를 반드시 포함하고 3을 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

집합 A 에서 원소 2를 반드시 포함하고, 3을 포함하지 않는 부분집합을 구하면 $\{2\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{2, 5, 7\}$ 이므로 4개이다.

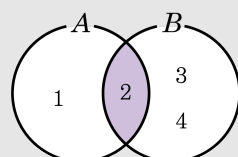
7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2\}, A \cap B = \{2\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2, 3, 4\}$

해설

집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



8. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e, f\}$, $B = \{a, b, d, f, g, h\}$ 일 때, $A - B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{c, e\}$

해설

$$A - B = A \cap B^c = A - (A \cap B)$$

$$A - (A \cap B)$$

$$= \{a, b, c, d, e, f\} - \{a, b, d, f\} = \{c, e\}$$

9. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 4, 7\}$ 에 대하여, $A - B^c$ 의 모든 원소의 총합은?

① 3

② 8

③ 12

④ 15

⑤ 20

해설

$$A - B^c = A \cap (B^c)^c = A \cap B,$$

$$A \cap B = \{1, 7\}$$

$$\therefore 1 + 7 = 8$$

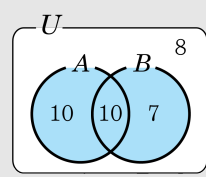
10. 학생 35명 중에서 인라인 스케이트 인터넷 동호회에 가입한 학생은 20명, 댄스 스포츠 인터넷 동호회에 가입한 학생은 17명, 두 곳 모두 가입하지 않은 학생이 8명이다. 이때 인라인 스케이트나 댄스 스포츠 인터넷 동호회에 가입한 학생 수를 구하여라.

▶ **답:** 명

▷ 정답 : 27명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{보다 작은 짝수}\}$ 일 때, 다음 중 A 의 진부분집합이 아닌 것은?

① $\emptyset$

② $\{2\}$

③ $\{4\}$

④ $\{4, 6\}$

⑤ $\{2, 4, 6\}$

해설

$A = \{2, 4, 6\}$ 이므로 ⑤는 A 의 진부분집합이 아니다.

12. 두 집합 $A = \{1, 2, a+1\}$, $B = \{1, b, 7\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$A = B$ 이므로 $b = 2, a+1 = 7, a = 6$
 $\therefore a+b = 8$

13. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 13, n(B) = 16, n(A \cup B) = 21$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

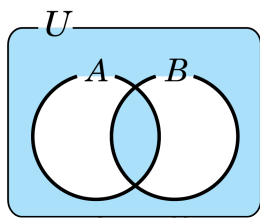
해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$21 = 13 + 16 - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cap B) = 8$$

14. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내고 있는 집합은?



① $A^c \cap B^c$

② $(A - B)^c$

③ $(A - B) \cup (B - A)$

④ $U - (A \cap B)$

⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$ 이다.

15. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40, n(A \cup B) = 35,$
 $n(A \cap B) = 5, n(B^c) = 30$ 일 때, $n(B - A)$ 의 값은?

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$$\begin{aligned} n(B) &= n(U) - n(B^c) = 40 - 30 = 10 \\ n(B - A) &= n(B) - n(A \cap B) = 10 - 5 = 5 \end{aligned}$$

16. 전체집합이 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① 조건 ' $x^2 - 6x + 8 = 0$ '의 진리집합은 $\{2, 3\}$ 이다.
- ② 조건 ' x 는 소수이다.'의 진리집합은 $\{1, 3, 5\}$ 이다.
- ③ 조건 ' x 는 4의 약수이다.'의 진리집합은 $\{0, 1, 2, 4\}$ 이다.
- ④ 조건 ' $0 \leq x < 4$ 이고 $x \neq 2$ 이다.'의 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$ 이다.
- ⑤ 조건 ' x 는 6의 약수이다.'의 진리집합은 $\{1, 2, 3\}$ 이다.

해설

- ① $x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ 또는 $x = 4$
 , 따라서, 진리집합은 $\{2, 4\}$
- ② 소수는 2, 3, 5 이므로 진리집합은 $\{2, 3, 5\}$
- ③ 4의 약수는 1, 2, 4 이므로 진리집합은 $\{1, 2, 4\}$
- ④ $x = 0, 1, 2, 3$ 이고 $x \neq 2$ 이므로 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$
- ⑤ 전체집합이 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고 6의 약수는 1, 2, 3, 6 이므로 진리집합은 $\{1, 2, 3, 6\}$

17. 명제「 $p \rightarrow \sim q$ 」가 참일 때, 다음 중 반드시 참인 명제는?

① $p \rightarrow q$

② $q \rightarrow p$

③ $\sim p \rightarrow q$

④ $q \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

주어진 명제가 참이므로 대우「 $q \rightarrow \sim p$ 」도 참이다.

18. 두 명제 ‘겨울이 오면 춥다.’ ‘눈이 오지 않으면 춥지 않다.’가 모두 참이라고 할 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 말할 수 없는 것은?
- ① 추우면 눈이 온다.
 - ② 눈이 오면 겨울이 온다.
 - ③ 눈이 오지 않으면 겨울이 오지 않는다.
 - ④ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
 - ⑤ 겨울이 오면 눈이 온다.

해설

명제가 참이면 대우도 참이다. 겨울이 오면 춥다. ⇔ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
눈이 오지 않으면 춥지 않다. ⇔ 추우면 눈이 온다. ⇒ 겨울이 오면 눈이 온다.
②에서 ‘눈이 오면 겨울이 온다’는 참, 거짓을 판별할 수 없다.

19. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) - A = \emptyset$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A \subset B$

② $A \cap B = \emptyset$

③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = A$

⑤ $A \cup B = U$

해설

B 집합이 A 집합 안에 포함된다는 의미이므로 ④가 정답이다.

20. 실수 a, b 에 대하여 다음 중 $|a - b| > |a| - |b|$ 가 성립할 필요충분조건인 것은?

- ① $ab \leq 0$
- ② $ab \geq 0$
- ③ $a + b \geq 0$
- ④ $ab < 0$
- ⑤ $a - b > 0$

해설

$|a - b| > ||a| - |b||$ 에 대하여
 $(a - b)^2 - (||a| - |b||)^2$
 $= a^2 - 2ab + b^2 - (a^2 - 2|a||b| + b^2)$
 $= -2ab + 2|a||b| > 0$ 이려면
 a 와 b 가 서로 부호가 반대이어야 한다.
따라서 $ab < 0$

21. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 부등식 $|a+b| \leq |a|+|b|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 아래 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

증명

$$\begin{aligned} & (|a|+|b|)^2 - |a+b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2 \\ &= 2(\quad \text{㉠} \quad) \geq 0 \\ &\therefore (|a|+|b|)^2 \geq |a+b|^2 \\ &\text{그런데 } |a|+|b| \geq 0, |a+b| \geq 0 \text{ 이므로} \\ &|a|+|b| \geq |a+b| \text{ (단, 등호는 } (\quad \text{㉡} \quad), \text{ 즉 } (\quad \text{㉢} \quad) \text{ 일 때, 성립)} \end{aligned}$$

① $|ab|+ab, |ab|=ab, ab \leq 0$

② $|ab|+ab, |ab|=-ab, ab \geq 0$

③ $|ab|-ab, |ab|=-ab, ab \leq 0$

④ $|ab|-ab, |ab|=ab, ab \geq 0$

⑤ $|ab|-ab, |ab|=ab, ab \leq 0$

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠} : & |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2 \\ &= a^2 + 2|a||b| + b^2 - a^2 - b^2 - 2ab \\ &= 2(|ab| - ab) \\ \text{㉡} : & \text{등호는 } |ab| - ab = 0 \text{ 일 때 성립} \\ &\Rightarrow |ab| = ab \\ \text{㉢} : & |ab| = ab \text{ 이려면 } ab \geq 0 \text{ 이어야 한다} \end{aligned}$$

22. 두 양수 a, b 에 대하여 다음 설명 중 틀린 것은?

- ① a, b 의 산술 평균은 $\frac{a+b}{2}$ 이다.
- ② $\sqrt{ab}$ 는 a, b 의 기하평균이다.
- ③ $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ 은 절대부등식이다.
- ④ $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ 이면 반드시 $b = \frac{1}{a}$ 이다.
- ⑤ $a + \frac{1}{a} \geq 2$ 는 항상 성립한다.

해설

$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \dots$ 절대부등식

$\frac{a+b}{2}$: 산술평균, $\sqrt{ab}$: 기하평균

④: 절대부등식의 등호는 $a = b$ 일 때 성립한다.

23. 실수 a, b, x, y 에 대하여 $a^2 + b^2 = 5, x^2 + y^2 = 3$ 일 때 다음 중 $ax + by$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① -1 ② 0 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

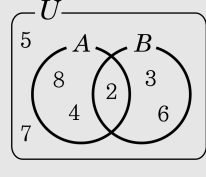
a, b, x, y 가 실수이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$
 $5 \times 3 \geq (ax + by)^2$
 $\therefore -\sqrt{15} \leq ax + by \leq \sqrt{15}$
따라서 4는 $ax + by$ 의 범위에 속하지 않는다.

24. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 9 \text{ 미만의 자연수}\}$ 라 하고
 $A = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 은?

- ① {4, 5} ② {4, 7} ③ {5, 6} ④ {5, 7} ⑤ {5, 8}

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
 $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$
 $= \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}^c$
 $= \{5, 7\}$ 이다.



25. 다음 보기의 명제 중 참인 것을 모두 고르면?

- ㉠ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.
- ㉡ 정사각형은 마름모이다.
- ㉢ 임의의 유리수 x 에 대하여 $\sqrt{2}x$ 는 무리수이다.
- ㉣ $a + b > 0$ 이면 $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이다.
- ㉤ x 가 6의 약수이면 x 는 12의 약수이다.

- ① ㉠, ㉡
- ② ㉡, ㉣
- ③ ㉣, ㉤
- ④ ㉡, ㉤
- ⑤ ㉢, ㉤

해설

(반례) ㉠ $a = 1, b = -4$ ㉣ $x = 0$ ㉤ $a = 5, b = -4$
∴ ㉡, ㉤만 참이다.

26. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : |x - 2| < a \text{ (단, } a > 0 \text{)}$$
$$q : x < -3 \text{ 또는 } x > 1$$

에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되기 위한 a 의 값의 범위를 $\alpha < a \leq \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$|x - 2| < a$ 에서 $-a < x - 2 < a \therefore 2 - a < x < 2 + a \therefore$

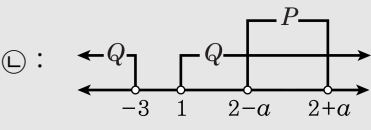
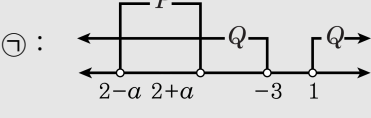
$P = \{x | 2 - a < x < 2 + a\}$, $Q = \{x | x < -3 \text{ 또는 } x > 1\}$

따라서 $P \subset Q$ 가 되려면 $2 + a \leq -3 \cdots \textcircled{1}$ 또는 $2 - a \geq 1 \cdots$

$\textcircled{2}$,

즉, $a \leq -5$ 또는 $a \leq 1$

그런데 $a > 0$ 이므로 구하는 a 의 범위는 $0 < a \leq 1$



$\therefore \alpha = 0, \beta = 1$

$\therefore \alpha + \beta = 1$

27. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 명제 중 반드시 참이 되는 것은?

① $q \rightarrow p$

② $r \rightarrow \sim p$

③ $\sim p \rightarrow r$

④ $\sim r \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow r$

해설

$$p \rightarrow q(T), \sim q \rightarrow \sim p(T), r \rightarrow \sim q(T), q \rightarrow \sim r(T)$$

$$\therefore p \rightarrow q \rightarrow \sim r$$

$$\text{따라서 } p \rightarrow \sim r(T), r \rightarrow \sim p(T)$$

29. $a > 0, b > 0, a + b = 4$ 일 때, ab 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$a > 0, b > 0$ 일 때,
 $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ 이므로
 $a + b = 4 \geq 2\sqrt{ab}, 0 \leq ab \leq 4$
따라서 ab 의 최댓값은 4

30. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{보다 작은 홀수}\}$ 의 1, 3을 반드시 포함하고 9는 포함하지 않는 부분집합 중 원소의 개수가 4개인 것은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 3 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 에서 원소 1, 3, 9를 제외한 $\{5, 7, 11\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2개인 것은 $\{5, 7\}, \{7, 11\}, \{5, 11\}$ 의 3개이므로, 1, 3을 반드시 포함하고 9는 포함하지 않는 A 의 부분집합은 $\{1, 3, 5, 7\}, \{1, 3, 7, 11\}, \{1, 3, 5, 11\}$ 이다.

31. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $A \cap B \neq B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$

④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$

⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

① $A \cap B = B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

32. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 한 자리 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B = \{2, 4, 6, 8\}, A^c = \{6, 7, 8, 9\}, A^c \cap B^c = \{7, 9\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $A = U - A^c = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로
 $A - B = \{1, 3, 5\}$
 $\therefore (A - B)^c = \{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$

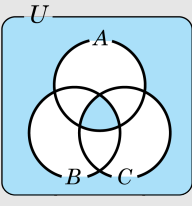
33. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 30\text{이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합
 $A = \{x|x \text{는 } 30\text{이하의 } 6\text{의 배수}\}$,
 $B = \{x|x \text{는 } 30\text{이하의 } 9\text{의 배수}\}$,
 $C = \{9, 12, 18, 20, 25\}$ 에 대하여 $A\Delta B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 일 때,
 $n((A\Delta B) \cap (A\Delta C))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$(A\Delta B) \cap (A\Delta C)$ 를 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$n(A \cap B \cap C) = 1, n((A \cup B \cup C)^c) = 21$$

$$\therefore n((A\Delta B) \cap (A\Delta C)) = 1 + 21 = 22$$