

1. 다음 보기는 제주도의 숙박시설들의 모임이다. 호텔의 모임을 A , 콘도의 모임을 B , 펜션의 모임을 C 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

보기

호텔 : 으뜸 호텔, 오떼 호텔

콘도 : 카나 콘도, 자연 파크 리조트

펜션 : 지중해 펜션, 삼다도 펜션, 차구도 펜션, 월령 코지

① 오떼 호텔 $\in A$

② 카나 콘도 $\notin A$

③ 으뜸 호텔 $\notin A$

④ 삼다도 펜션 $\in C$

⑤ 월령 코지 $\notin B$

해설

으뜸 호텔 $\in A$

2. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\{2, 4, 6, 8, \dots, 998, 1000\}$

② $\{x | x \text{는 } 42 \text{의 약수}\}$

③ $\{x | x \text{는 } 50 \text{보다 큰 } 5 \text{의 배수}\}$

④ $\{x | 2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$

⑤ $\{6, 12, 18, 24, \dots\}$

해설

② $\{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$

③ $\{55, 60, 65, 70, \dots\}$

④ $\emptyset$

3. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\{4\}) = 4$

② $n(\{0\}) = 0$

③ $n(\{\emptyset\}) = 0$

④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 이면 $n(A) = 4$

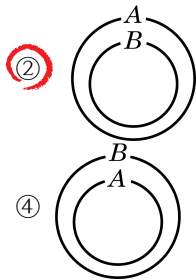
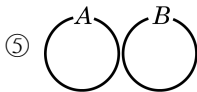
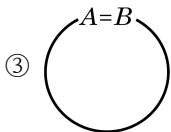
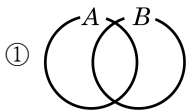
해설

$$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$$

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이다.

따라서 $n(A) = 4$ 이다.

4. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{2, 3\}$ 의 포함 관계를 벤다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?



해설

$$A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{2, 3\}$$

$$\therefore B \subset A$$

5. $n(D) = n$ 일 때 집합 D 의 부분집합의 개수로 옳은 것은?

① n

② $2 \times n$

③ $n \times (n + 1)$

④ $2 + 2 + 2 + 2 + 2 \cdots + 2$ (2를 n 번 더한다)

⑤ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \cdots \times 2$ (2를 n 번 곱한다)

해설

어떤 집합의 부분집합의 개수는 2를 그 집합의 원소의 개수만큼 곱한 수이다. 따라서 원소의 개수가 n 개인 집합의 부분집합의 개수는 2를 n 번 곱한 수이다.

6. 집합 $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 2를 반드시 포함하고 3을 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

집합 A 에서 원소 2를 반드시 포함하고, 3을 포함하지 않는 부분집합을 구하면 $\{2\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{2, 5, 7\}$ 이므로 4개이다.

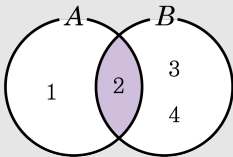
7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2\}, A \cap B = \{2\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2, 3, 4\}$

해설

집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



8. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e, f\}$, $B = \{a, b, d, f, g, h\}$ 일 때, $A - B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{c, e\}$

해설

$$A - B = A \cap B^c = A - (A \cap B)$$

$$A - (A \cap B)$$

$$= \{a, b, c, d, e, f\} - \{a, b, d, f\} = \{c, e\}$$

9. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$, $B = \{1, 4, 7\}$ 에 대하여, $A - B^c$ 의 모든 원소의 총합은?

① 3

② 8

③ 12

④ 15

⑤ 20

해설

$$A - B^c = A \cap (B^c)^c = A \cap B,$$

$$A \cap B = \{1, 7\}$$

$$\therefore 1 + 7 = 8$$

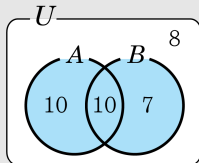
10. 학생 35명 중에서 인라인 스케이트 인터넷 동호회에 가입한 학생은 20명, 댄스 스포츠 인터넷 동호회에 가입한 학생은 17명, 두 곳 모두 가입하지 않은 학생이 8명이다. 이때 인라인 스케이트나 댄스 스포츠 인터넷 동호회에 가입한 학생 수를 구하여라.

▶ **답:** 명

▷ 정답 : 27명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{보다 작은 짝수}\}$ 일 때, 다음 중 A 의 진부분집합이 아닌 것은?

① $\emptyset$

② $\{2\}$

③ $\{4\}$

④ $\{4, 6\}$

⑤ $\{2, 4, 6\}$

해설

$A = \{2, 4, 6\}$ 이므로 ⑤는 A 의 진부분집합이 아니다.

12. 두 집합 $A = \{1, 2, a+1\}$, $B = \{1, b, 7\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이다. 이때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$A = B \text{ 이므로 } b = 2, a + 1 = 7, a = 6$$

$$\therefore a + b = 8$$

13. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 13$, $n(B) = 16$, $n(A \cup B) = 21$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

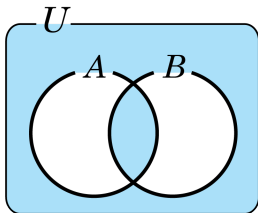
해설

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$21 = 13 + 16 - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cap B) = 8$$

14. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내고 있는 집합은?



① $A^c \cap B^c$

② $(A - B)^c$

③ $(A - B) \cup (B - A)$

④ $U - (A \cap B)$

⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ⑤ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B)$ 이다.

15. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40, n(A \cup B) = 35, n(A \cap B) = 5, n(B^c) = 30$ 일 때, $n(B - A)$ 의 값은?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$$n(B) = n(U) - n(B^c) = 40 - 30 = 10$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 10 - 5 = 5$$

16. 전체집합이 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① 조건 ' $x^2 - 6x + 8 = 0$ ' 의 진리집합은 $\{2, 3\}$ 이다.
- ② 조건 ' x 는 소수이다.' 의 진리집합은 $\{1, 3, 5\}$ 이다.
- ③ 조건 ' x 는 4 의 약수이다.' 의 진리집합은 $\{0, 1, 2, 4\}$ 이다.
- ④ 조건 ' $0 \leq x < 4$ 이고 $x \neq 2$ 이다.' 의 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$ 이다.
- ⑤ 조건 ' x 는 6 의 약수이다.' 의 진리집합은 $\{1, 2, 3\}$ 이다.

해설

- ① $x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x-4) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ 또는 $x = 4$
 , 따라서, 진리집합은 $\{2, 4\}$
- ② 소수는 2, 3, 5 이므로 진리집합은 $\{2, 3, 5\}$
- ③ 4 의 약수는 1, 2, 4 이므로 진리집합은 $\{1, 2, 4\}$
- ④ $x = 0, 1, 2, 3$ 이고 $x \neq 2$ 이므로 진리집합은 $\{0, 1, 3\}$
- ⑤ 전체집합이 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이고 6 의 약수는 1, 2, 3, 6 이므로 진리집합은 $\{1, 2, 3, 6\}$

17. 명제「 $p \rightarrow \sim q$ 」가 참일 때, 다음 중 반드시 참인 명제는?

① $p \rightarrow q$

② $q \rightarrow p$

③ $\sim p \rightarrow q$

④ $q \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow \sim p$

해설

주어진 명제가 참이므로 대우「 $q \rightarrow \sim p$ 」도 참이다.

18. 두 명제 ‘겨울이 오면 춥다.’ ‘눈이 오지 않으면 춥지 않다.’가 모두 참이라고 할 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 말할 수 없는 것은?

① 추우면 눈이 온다.

② 눈이 오면 겨울이 온다.

③ 눈이 오지 않으면 겨울이 오지 않는다.

④ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.

⑤ 겨울이 오면 눈이 온다.

해설

명제가 참이면 대우도 참이다. 겨울이 오면 춥다. ↔ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.

눈이 오지 않으면 춥지 않다. ↔ 추우면 눈이 온다. ⇒ 겨울이 오면 눈이 온다.

②에서 ‘눈이 오면 겨울이 온다’는 참, 거짓을 판별할 수 없다.

19. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) - A = \emptyset$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A \subset B$

② $A \cap B = \emptyset$

③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = A$

⑤ $A \cup B = U$

해설

B 집합이 A 집합 안에 포함된다는 의미이므로 ④가 정답이다.

20. 실수 a, b 에 대하여 다음 중 $|a - b| > |a| - |b|$ 가 성립할 필요충분조건인 것은?

① $ab \leq 0$

② $ab \geq 0$

③ $a + b \geq 0$

④ $ab < 0$

⑤ $a - b > 0$

해설

$|a - b| > ||a| - |b||$ 에 대하여

$$(a - b)^2 - (||a| - |b||)^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 - (a^2 - 2|a||b| + b^2)$$

$$= -2ab + 2|a||b| > 0 \text{ 이려면}$$

a 와 b 가 서로 부호가 반대이어야 한다.

따라서 $ab < 0$

21. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 부등식 $|a+b| \leq |a|+|b|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 아래 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

증명

$$\begin{aligned}
 & (|a| + |b|)^2 - |a + b|^2 \\
 &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a + b)^2 \\
 &= 2(\quad \text{㉠} \quad) \geq 0 \\
 &\therefore (|a| + |b|)^2 \geq |a + b|^2 \\
 &\text{그런데 } |a| + |b| \geq 0, |a + b| \geq 0 \text{ 이므로} \\
 &|a| + |b| \geq |a + b| \text{ (단, 등호는 (} \quad \text{㉡} \quad), \text{ 즉 (} \quad \text{㉢} \quad) \text{ 일 때, 성립)}
 \end{aligned}$$

- ① $|ab| + ab, |ab| = ab, ab \leq 0$
 ② $|ab| + ab, |ab| = -ab, ab \geq 0$
 ③ $|ab| - ab, |ab| = -ab, ab \leq 0$
 ④ $|ab| - ab, |ab| = ab, ab \geq 0$
 ⑤ $|ab| - ab, |ab| = ab, ab \leq 0$

해설

$$\begin{aligned}
 \text{㉠} : & |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a + b)^2 \\
 &= a^2 + 2|a||b| + b^2 - a^2 - b^2 - 2ab \\
 &= 2(|ab| - ab) \\
 \text{㉡} : & \text{등호는 } |ab| - ab = 0 \text{ 일 때 성립} \\
 &\Rightarrow |ab| = ab \\
 \text{㉢} : & |ab| = ab \text{ 이려면 } ab \geq 0 \text{ 이어야 한다}
 \end{aligned}$$

22. 두 양수 a, b 에 대하여 다음 설명 중 틀린 것은?

① a, b 의 산술 평균은 $\frac{a+b}{2}$ 이다.

② $\sqrt{ab}$ 는 a, b 의 기하평균이다.

③ $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ 은 절대부등식이다.

④ $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ 이면 반드시 $b = \frac{1}{a}$ 이다.

⑤ $a + \frac{1}{a} \geq 2$ 는 항상 성립한다.

해설

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \dots \text{절대부등식}$$

$$\frac{a+b}{2}: \text{산술평균}, \sqrt{ab}: \text{기하평균}$$

④: 절대부등식의 등호는 $a = b$ 일 때 성립한다.

23. 실수 a, b, x, y 에 대하여 $a^2 + b^2 = 5, x^2 + y^2 = 3$ 일 때 다음 중 $ax + by$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① -1

② 0

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

a, b, x, y 가 실수이므로

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$$

$$5 \times 3 \geq (ax + by)^2$$

$$\therefore -\sqrt{15} \leq ax + by \leq \sqrt{15}$$

따라서 4는 $ax + by$ 의 범위에 속하지 않는다.

24. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 9 \text{ 미만의 자연수}\}$ 라 하고
 $A = \{x|x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 은?

① $\{4, 5\}$

② $\{4, 7\}$

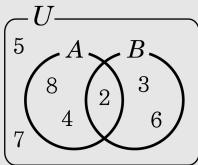
③ $\{5, 6\}$

④ $\{5, 7\}$

⑤ $\{5, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
 $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$
 $= \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}^c$
 $= \{5, 7\}$ 이다.



25. 다음 보기의 명제 중 참인 것을 모두 고르면?

- ㉠ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.
- ㉡ 정사각형은 마름모이다.
- ㉢ 임의의 유리수 x 에 대하여 $\sqrt{2}x$ 는 무리수이다.
- ㉣ $a + b > 0$ 이면 $a > 0$ 이고 $b > 0$ 이다.
- ㉤ x 가 6의 약수이면 x 는 12의 약수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

해설

(반례) ㉠ $a = 1, b = -4$ ㉢ $x = 0$ ㉣ $a = 5, b = -4$
∴ ㉡, ㉤만 참이다.

26. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : |x - 2| < a \quad (\text{단, } a > 0)$$

$$q : x < -3 \text{ 또는 } x > 1$$

에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되기 위한 a 의 값의 범위를 $\alpha < a \leq \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$|x - 2| < a$ 에서 $-a < x - 2 < a \therefore 2 - a < x < 2 + a \therefore$

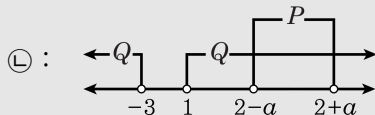
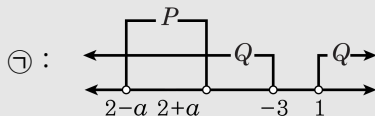
$P = \{x | 2 - a < x < 2 + a\}$, $Q = \{x | x < -3 \text{ 또는 } x > 1\}$

따라서 $P \subset Q$ 가 되려면 $2 + a \leq -3 \dots \textcircled{7}$ 또는 $2 - a \geq 1 \dots$

$\textcircled{L}$,

즉, $a \leq -5$ 또는 $a \leq 1$

그런데 $a > 0$ 이므로 구하는 a 의 범위는 $0 < a \leq 1$



$$\therefore \alpha = 0, \beta = 1$$

$$\therefore \alpha + \beta = 1$$

27. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 명제 중 반드시 참이 되는 것은?

① $q \rightarrow p$

② $r \rightarrow \sim p$

③ $\sim p \rightarrow r$

④ $\sim r \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow r$

해설

$$p \rightarrow q (T), \sim q \rightarrow \sim p (T), r \rightarrow \sim q (T), q \rightarrow \sim r (T)$$

$$\therefore p \rightarrow q \rightarrow \sim r$$

$$\text{따라서 } p \rightarrow \sim r (T), r \rightarrow \sim p (T)$$

28. 다음 보기의 안에 알맞은 것을 차례로 적으면?

보기

㉠ 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \cup C = B \cup C$ 인 것은 $A = B$ 이기 위한 조건이다.

㉡ $x^2 - 2xy + y^2 = 0$ 은 $x = y = 0$ 이기 위한 조건이다.

① 충분, 필요

② 필요, 충분

③ 필요, 필요

④ 필요충분, 필요

⑤ 필요충분, 필요충분

해설

㉠ $A \cup C = B \cup C$ $A = B$ <반례> $A = \{1\}, B = \{2\}, C = \{1, 2\}$

$\therefore$ 필요조건

㉡ $x^2 - 2xy + y^2 = 0, (x - y)^2 = 0$ 이므로 $x = y$
 $x = y = 0$

$\therefore$ 필요조건 [반례] $x = 1, y = 1$

29. $a > 0, b > 0, a + b = 4$ 일 때, ab 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$a > 0, b > 0$ 일 때,

$a + b \geq 2\sqrt{ab}$ 이므로

$a + b = 4 \geq 2\sqrt{ab}, 0 \leq ab \leq 4$

따라서 ab 의 최댓값은 4

30. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{보다 작은 홀수}\}$ 의 1, 3 을 반드시 포함하고 9 는 포함하지 않는 부분집합 중 원소의 개수가 4 개인 것은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 3 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 에서 원소 1, 3, 9 를 제외한 $\{5, 7, 11\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 2 개인 것은 $\{5, 7\}, \{7, 11\}, \{5, 11\}$ 의 3 개이므로, 1, 3 을 반드시 포함하고 9 는 포함하지 않는 A 의 부분집합은 $\{1, 3, 5, 7\}, \{1, 3, 7, 11\}, \{1, 3, 5, 11\}$ 이다.

31. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $A \cap B \neq B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$

④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$

⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

① $A \cap B = B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

32. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 한 자리 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $A^c = \{6, 7, 8, 9\}$, $A^c \cap B^c = \{7, 9\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$A = U - A^c = \{1, 2, 3, 4, 5\} \text{ 이므로}$$

$$A - B = \{1, 3, 5\}$$

$$\therefore (A - B)^c = \{2, 4, 6, 7, 8, 9\}$$

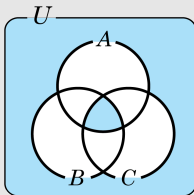
33. 전체집합 $U = \{x|x\text{는 } 30\text{이하의 자연수}\}$ 의 세 부분집합
 $A = \{x|x\text{는 } 30\text{이하의 } 6\text{의 배수}\}$,
 $B = \{x|x\text{는 } 30\text{이하의 } 9\text{의 배수}\}$,
 $C = \{9, 12, 18, 20, 25\}$ 에 대하여 $A\Delta B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 일 때,
 $n((A\Delta B) \cap (A\Delta C))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$(A\Delta B) \cap (A\Delta C)$ 를 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$n(A \cap B \cap C) = 1, n((A \cup B \cup C)^c) = 21$$

$$\therefore n((A\Delta B) \cap (A\Delta C)) = 1 + 21 = 22$$