1. $f(x) = \begin{cases} x(x \leq 0) \\ x^2(x > 0) \end{cases}$, $g(x) = f(x+4)$ 로 정의한다. $h(x) = g^{-1}(x)$

라 할 때, $h(0)$ 의 값은 ?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$h(0) = g^{-1}(0) = k$$

$$g(k) = f(k+4) = 0$$

$$\therefore k+4 = 0$$

$$\therefore k = -4$$

$$\therefore h(0) = -4$$

2. 실수 전체의 집합 R 에 대하여 R 에서 R 로의 함수 $f(x)$ 가 아래와 같이 정의되었다고 하자.

$$f(x) = \begin{cases} 2x - a & (x \leq 0) \\ 3x + 1 & (x \geq 0) \end{cases} \text{ 함수 } f(x) \text{ 가 일대일 대응일 때, } (f^{-1} \circ f^{-1} \circ$$

$f \circ f^{-1})(4)$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$f(x) = \begin{cases} 2x - a & (x \leq 0) \\ 3x + 1 & (x \geq 0) \end{cases}$$

$$f(0) = 1 = -a$$

$$\therefore a = -1$$

$$(f^{-1} \circ f^{-1} \circ f \circ f^{-1})(4) = (f^{-1} \circ f^{-1})(4)$$

$$(f^{-1} \circ f^{-1})(4) = f^{-1}(f^{-1}(4))$$

$$f^{-1}(4) = k \text{ 라 하면 } f(k) = 4$$

$$3k + 1 = 4 \quad (\because x \leq 0 \text{ 에서 } 2x + 1 \leq 1) \quad k = 1 \text{ 이고}$$

$$\therefore (f^{-1} \circ f^{-1})(4) = f^{-1}(1)$$

$$f^{-1}(1) = m, f(m) = 1 \text{ 에서 } 2m + 1 = 1 \text{ (또는 } 3m + 1 = 1 \text{)},$$

$$m = 0$$

$$\therefore (f^{-1} \circ f^{-1} \circ f \circ f^{-1})(4) = 0$$

3. $f(x) = -x, g(x) = 1 - \frac{2}{x}$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를 $h(x) = (g^{-1} \circ f \circ g)(x)$ 로 정의 할 때, $(h \circ h)(x)$ 는 무엇인가?

① x

② $x+1$

③ $x+2$

④ $x+3$

⑤ $x+4$

해설

$$h = g^{-1} \circ f \circ g \text{ 에서}$$

$$\begin{aligned} h \circ h &= (g^{-1} \circ f \circ g) \circ (g^{-1} \circ f \circ g) \\ &= (g^{-1} \circ f \circ f \circ g) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (h \circ h)(x) &= (g^{-1} \circ f \circ f \circ g)(x) \\ &= (g^{-1} \circ (f \circ f))(g(x)) \\ &= g^{-1}((f \circ f)(g(x))) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f \circ f)(x) &= f(f(x)) = -f(x) = -(-x) = x \text{ 이므로 } (h \circ h)(x) = \\ &g^{-1}(g(x)) = x \end{aligned}$$

4. 함수 $f(x)$ 는 모든 함수 $h(x)$ 에 대하여 $(h \circ f \circ g)(x) = h(x)$ 를 만족시키고, $g(x) = 3x + 1$ 일 때, $f(7)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$(h \circ f \circ g)(x) = h(x) \text{ 에서}$$

$$h((f \circ g)(x)) = h(x) \text{ 이므로}$$

$$(f \circ g)(x) = x \Rightarrow f(g(x)) = x$$

$$f(3x + 1) = x$$

$$3x + 1 = t \text{ 로 두면 } x = \frac{1}{3}t - \frac{1}{3} \text{ 이고}$$

$$f(t) = \frac{1}{3}t - \frac{1}{3}$$

$$\therefore f(7) = \frac{7}{3} - \frac{1}{3} = 2$$

5. 두 함수 $f(x) = 2x - 5$, $g(x) = -6x + 2$ 에 대하여 $(k \circ f)(x) = g(x)$ 를 만족하는 함수 $k(x)$ 를 구하면?

① $-3x + 17$

② $-3x - 13$

③ $-3x + 13$

④ $-3x$

⑤ $-5x + 10$

해설

$$(k \circ f)(x) = g(x)$$

$$(k \circ f \circ f^{-1})(x) = (g \circ f^{-1})(x)$$

$$k(x) = (g \circ f^{-1})(x)$$

$$f(x) = 2x - 5$$

$$\therefore y = 2x - 5$$

$$\frac{y+5}{2} = x, x = \frac{y}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore y = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore (g \circ f^{-1})(x) = -6 \left(\frac{x}{2} + \frac{5}{2} \right) + 2 = -3x - 13$$

6. 점 $(6, -2)$ 를 지나는 일차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 일치할 때, $f(-1)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f = f^{-1} \text{이므로 } (f \circ f)(x) = x$$

$$f(x) = a(x - 6) - 2 = ax - 6a - 2 (a \neq 0) \text{로 놓으면}$$

$$f(f(x)) = a(ax - 6a - 2) - 6a - 2 = x$$

$$\therefore a^2x - 6a^2 - 8a - 2 = x$$

$$\text{즉, } a^2 = 1, -6a^2 - 8a - 2 = 0 \text{이므로 } a = -1$$

$$\text{따라서 } f(x) = -x + 4 \text{이므로}$$

$$f(-1) = -(-1) + 4 = 5$$