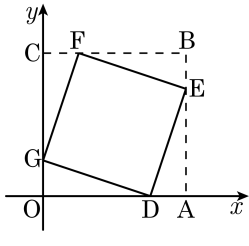


1. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 인 정사각형 DEFG 가 있고, $\overline{OD}$ 의 길이는 $\overline{AD}$ 의 길이보다 3 배 길다고 할 때, 점 D 와 점 F 를 지나는 그래프의 y 절편은?



- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{OD} = 3\overline{AD}$ 이므로 $D = (a, 0)$ 이라고 하면

$$G = \left(0, \frac{1}{3}a\right)$$

이를 피타고라스 정리에 대입하면

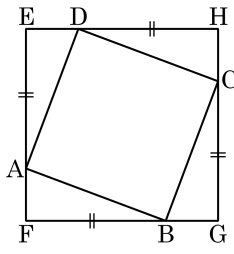
$$\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{9} = \frac{10a^2}{9} \text{ 이 되어 } a = \sqrt{2} \text{가 성립한다.}$$

$D(\sqrt{2}, 0)$, $F\left(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$ 를 지나는 함수의 식을 구하면 $f(x) =$

$-2x + 2\sqrt{2}$ 이다.

그러므로 함수 f 의 y 절편은 $2\sqrt{2}$ 이다.

2. 다음 그림에서 사각형 ABCD와 EFGH는 모두 정사각형이고 $\square ABCD = 73 \text{ cm}^2$, $\square EFGH = 121 \text{ cm}^2$, $\overline{BF} > \overline{BG}$ 일 때, $\overline{BG}$ 의 길이는?



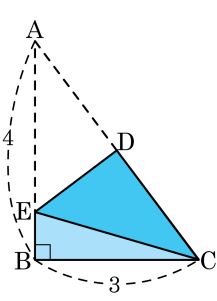
- ① 3 cm ② $\frac{7}{2}$ cm ③ 4 cm
 ④ 8 cm ⑤ $\frac{15}{2}$ cm

해설

$\square ABCD = 73 \text{ cm}^2$, $\square EFGH = 121 \text{ cm}^2$ 이므로 $\overline{AB} = \sqrt{73} \text{ cm}$, $\overline{FG} = 11 \text{ cm}$ 이다.
 $\overline{BG} = x \text{ cm}$, $\overline{FB} = y \text{ cm}$ 라고 할 때,
 $x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.
 $y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$
 인수분해를 이용하면 $(x - 3)(x - 8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{BF} > \overline{BG}$) 이다.

3. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 빗면 AC를 두 점 A와 C가 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이는?

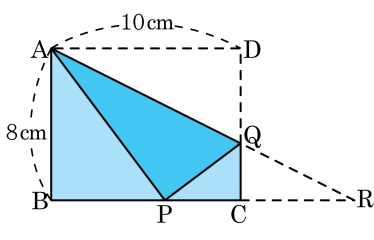
- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$
 ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$



해설

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로
 $\overline{AC}^2 = 4^2 + 3^2$, $\overline{AC} = 5$ 이다.
 $\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 4 - x$ 이고
 $\triangle EBC$ 가 직각삼각형이므로
 $(4 - x)^2 = x^2 + 3^2$, $x = \frac{7}{8}$ 이다.
 $\triangle ADE$ 가 직각삼각형이므로
 $\overline{DE}^2 = \left(\frac{25}{8}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$, $\overline{DE} = \frac{15}{8}$ 이다.
 따라서 $\triangle CDE$ 의 둘레는 $\frac{15}{8} + \frac{25}{8} + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 □ABCD 의 꼭
짓점 D가 $\overline{BC}$ 위의 점 P에 오도
록 접는다. $\overline{AD} = 10\text{ cm}$, $\overline{AB} =$
 8 cm 일 때, $\triangle APR$ 의 넓이는?



- ① 36 cm^2 ② 38 cm^2 ③ 40 cm^2
④ 42 cm^2 ⑤ 44 cm^2

해설

$\overline{AP} = 10(\text{cm})$ 이므로 $\overline{BP} = 6(\text{cm})$
따라서, $\overline{PC} = 4(\text{cm})$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{DQ} = x(\text{cm})$ 로 놓으면
 $\overline{CQ} = (8 - x)\text{cm}$
 $\triangle PQC$ 에서 $x^2 = (8 - x)^2 + 4^2$ 이므로
 $x^2 = 64 - 16x + x^2 + 16$
 $\therefore x = 5(\text{cm})$
 $\triangle ADQ \sim \triangle RCQ$ (AA 닮음) 이므로
 $10 : \overline{CR} = 5 : 3$
 $\therefore \overline{CR} = 6(\text{cm})$
 $\therefore \triangle APR = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40(\text{cm}^2)$

5. 한 변의 길이가 4 cm 인 정육각형에 내접하는 원의 넓이는?

① $4\pi \text{ cm}^2$

② $8\pi \text{ cm}^2$

③ $12\pi \text{ cm}^2$

④ $16\pi \text{ cm}^2$

⑤ $24\pi \text{ cm}^2$

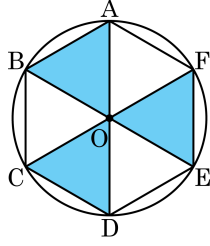
해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 4 cm 인 정삼각형이 되고 정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되기 때문에

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3} \text{ (cm) 이다.}$$

따라서 원의 넓이는 $(2\sqrt{3})^2\pi = 12\pi \text{ (cm}^2\text{) 이다.}$

6. 다음 그림에서 반지름의 길이가 6 cm 인 원 O의 둘레를 6 등분하는 점을 각각 A, B, C, D, E, F 라 한다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면? (색칠한 부분은 $\triangle AOB + \triangle FOE + \triangle COD$ 이다.)



- ① $24\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ② $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ③ 12 cm^2 ④ $27\sqrt{3}\text{ cm}^2$
 ⑤ $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$

해설

$\triangle AOB$ 는 길이가 6 cm 인 정삼각형이므로

$$\triangle AOB = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$9\sqrt{3} \times 3 = 27\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \text{ 이다.}$$

7. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4 인
정사면체 A-BCD 에서 BC 의 중점을 E 라
하자. $\angle AED = x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?

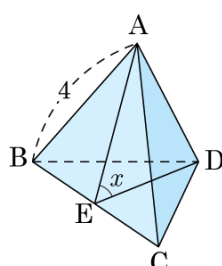
① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{1}{8}$

⑤ $\frac{1}{16}$



해설

점 A 에서 밑면 $\triangle BCD$ 에 내린 수선의 발 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게
중심이 된다.

$$\therefore \overline{EH} = \frac{1}{3} \overline{ED}$$

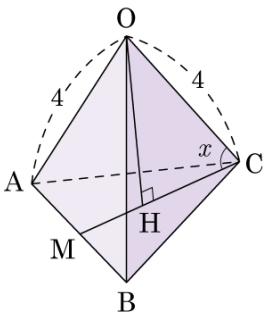
$$\triangle DBC \text{ 에서 } \overline{ED} = \overline{AE} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{EH} = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\triangle AEH \text{ 에서 } \cos x = \frac{\overline{EH}}{\overline{AE}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \div 2\sqrt{3} = \frac{1}{3}$$

8. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 4 인 정사면체의 한 꼭지점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle OCH = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{3}$



해설

$$\overline{CM} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{CH} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{OH} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{32}{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore \tan x = \frac{\overline{OH}}{\overline{CH}} = \frac{\frac{4\sqrt{6}}{3}}{\frac{4\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{2}$$

9. 함수 $f(x) = \sqrt{2}\cos x + \sin^2 x + 3$ ($0^\circ < x < 90^\circ$) 이 최댓값을 가질 때의 x 의 값은?

① 15° ② 30° ③ 45° ④ 60° ⑤ 75°

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{2}\cos x + 1 - \cos^2 x + 3 \\ &= -\cos^2 x + \sqrt{2}\cos x + 4 \\ &= -\left(\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} \end{aligned}$$

$0^\circ < x < 90^\circ$ 일 때, $0 < \cos x < 1$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 $\cos x =$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 일 때, 최댓값을 갖는다.

$\therefore x = 45^\circ$

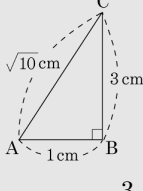
10. $\tan A = \sin^2 35^\circ + \sin^2 55^\circ + 2 \tan 28^\circ \times \tan 62^\circ$ 일 때, $\sin^2 A - \cos^2 A$ 의 값은?
(단, $0^\circ \leq A \leq 90^\circ$)

- ① $\frac{1}{5}$
- ② $\frac{2}{5}$
- ③ $\frac{3}{5}$
- ④ $\frac{4}{5}$
- ⑤ 1

해설

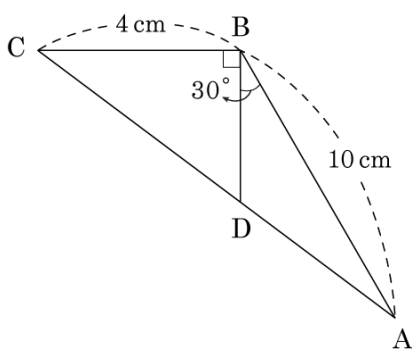
$$\tan A = \sin^2 35^\circ + \cos^2 (90^\circ - 55^\circ) + 2 \tan 28^\circ \times \frac{1}{\tan (90^\circ - 62^\circ)} =$$
$$1 + 2 = 3$$

$\tan A = 3$ 을 만족하는 직각삼각형 ABC를 만들면

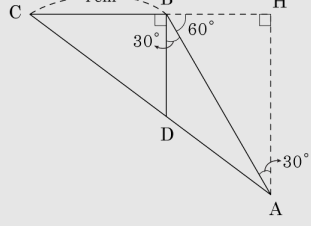

$$\sin A = \frac{3}{\sqrt{10}}, \quad \cos A = \frac{1}{\sqrt{10}}$$
$$\sin^2 A - \cos^2 A = \frac{9}{10} - \frac{1}{10} = \frac{4}{5}$$

11. 다음과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 의 길이는?

- ① $3\sqrt{3}\text{cm}$
- ② $\frac{7\sqrt{3}}{2}\text{cm}$
- ③ $4\sqrt{3}\text{cm}$
- ④ $\frac{20\sqrt{3}}{9}\text{cm}$
- ⑤ $5\sqrt{3}\text{cm}$



해설



$$\overline{AH} = \overline{AB} \sin 60^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$

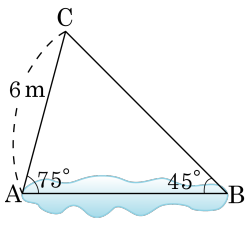
$$\overline{BH} = \overline{AB} \cos 60^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5(\text{cm})$$

$$\overline{AH} : \overline{DB} = \overline{HC} : \overline{BC}$$

$$5\sqrt{3} : \overline{DB} = 9 : 4$$

$$\overline{BD} = \frac{20\sqrt{3}}{9}(\text{cm})$$

12. 다음 그림과 같은 호수의 폭 $\overline{AB}$ 를 구하기 위하여 호수의 바깥쪽에 점 C 를 정하고 필요한 부분을 측량하였더니 $\overline{AC} = 6\text{m}$, $\angle BAC = 75^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$ 였다. 이 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

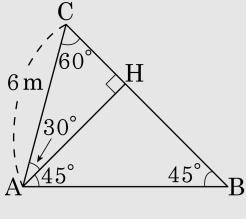


- ① $2\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{6}$
 ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

해설

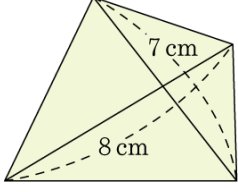
점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\triangle ACH$ 에서 $\overline{AH} = \overline{AC} \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ (m)}$
 따라서 $\triangle ABH$ 에서

$$\frac{\overline{AB}}{3\sqrt{6} \text{ (m)}} = \frac{\overline{AH}}{\sin 45^\circ} = 3\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{6} \text{ (m)}$$
 이다.



13. 다음 그림과 같이 두 대각선의 길이가 각각 7 cm, 8 cm인 사각형의 넓이의 최댓값은?

- ① $14\sqrt{2}\text{ cm}^2$
- ② 28 cm^2
- ③ $14\sqrt{3}\text{ cm}^2$
- ④ $28\sqrt{3}\text{ cm}^2$
- ⑤ 56 cm^2

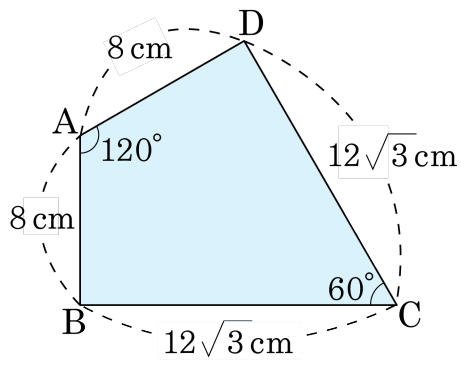


해설

$$S = \frac{1}{2} \times 7 \times 8 \times \sin \theta = 28 \sin \theta$$

이때 $\theta = 90^\circ$ 일 때, 최대이므로 최댓값은 $\sin 90^\circ$ 일 때이다.
따라서 S 의 최댓값은 28 cm^2 이다.

14. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 의 넓이는?

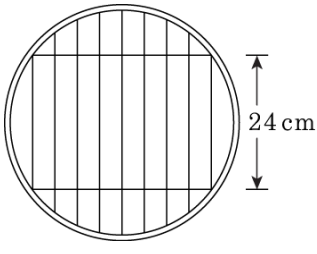


- ① $110\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $120\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $130\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ④ $124\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ $150\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

점 B 와 점 D 를 연결하면
 (□ABCD 의 넓이) = $\triangle ABD + \triangle BCD$
 $= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 120^\circ + \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{3} \times \sin 60^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 16\sqrt{3} + 108\sqrt{3} = 124\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

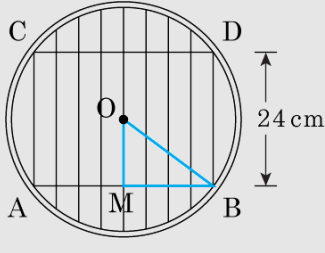
15. 경식이는 가족여행을 가서 다음 그림과 같은 원 모양의 석쇠로 고기를 구웠다. 굵은 두 철사는 평행하고 길이가 32cm로 같았으며, 두 철사 사이의 간격은 24cm였다. 경식이가 사용한 석쇠의 반지름의 길이는?



- ① 20 cm ② 25 cm ③ 30 cm
④ 40 cm ⑤ 45 cm

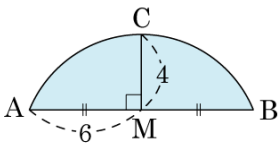
해설

두 철사가 원 모양의 석쇠와 만나는 네 개의 점을 각각 A, B, C, D 라 하고, 석쇠의 중심을 O, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{OM} = 12\text{ cm}$, $\overline{MB} = \overline{AB} \times \frac{1}{2} = 32 \times \frac{1}{2} = 16\text{ (cm)}$ 이다.



석쇠의 반지름의 길이는 $\triangle OMB$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{OB} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{400} = 20\text{ (cm)}$ 이다.

16. 다음 그림에서 원의 반지름의 길이는?



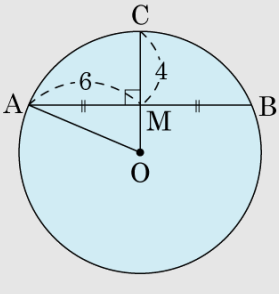
- ① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

해설

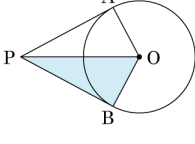
반지름을 x 라 하면

$OM = x - 4, x^2 = (x - 4)^2 + 6^2 \quad \therefore$

$x = \frac{13}{2}$



17. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{OP} = 9\text{cm}$, $\overline{OA} = 5\text{cm}$ 일 때, $\triangle OPB$ 의 넓이는?



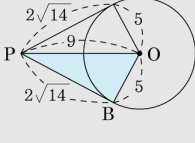
- ① $5\sqrt{7}\text{cm}^2$
 ② $5\sqrt{14}\text{cm}^2$
 ③ $\frac{5\sqrt{14}}{2}\text{cm}^2$
- ④ $2\sqrt{14}\text{cm}^2$
 ⑤ $10\sqrt{7}\text{cm}^2$

해설

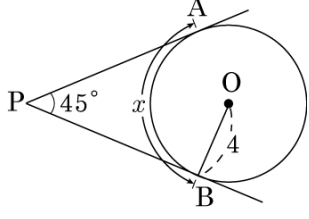
$\overline{OA} = \overline{OB} = 5\text{cm}$ 이고, $\overline{OB} \perp \overline{PB}$ 이므로 $\triangle OPB$ 는 직각삼각형이다.

$$\overline{PA} = \sqrt{9^2 - 5^2} = 2\sqrt{14}(\text{cm})$$

$$\overline{PA} = \overline{PB} \text{이므로 } \triangle OPB = 2\sqrt{14} \times 5 \times \frac{1}{2} = 5\sqrt{14}(\text{cm}^2)$$



18. 다음 그림과 같이 점 P에서 반지름의 길이가 4인 원 O에 그은 두 접선의 접점을 A, B라 하고, $\angle APB = 45^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AB}$ 의 길이는?

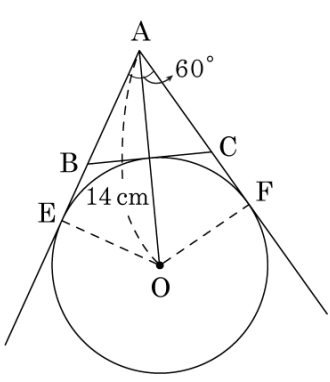


- ① π ② 3π ③ 4π ④ 6π ⑤ 12π

해설

$\angle AOB = 135^\circ$ 이므로
 $x = 2\pi \times 4 \times \frac{135^\circ}{360^\circ} = 3\pi$ 이다.

19. 점 E, 점 F가 원 O와 $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$ 의 접점이고, 선분 BC가 원 O와 내접할 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?

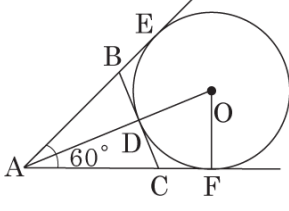


- ① $10\sqrt{3}\text{cm}$ ② $12\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $14\sqrt{3}\text{cm}$
 ④ $16\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $17\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\sqrt{3}\text{cm}$, $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF}$ 이므로
 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AE} + \overline{AF} = 14\sqrt{3}(\text{cm})$

20. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 각각 원 O 와 $\triangle ABC$ 의 $\overline{BC}$, 그리고 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 연장선과의 교점이고, 원의 반지름이 $2\sqrt{3}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



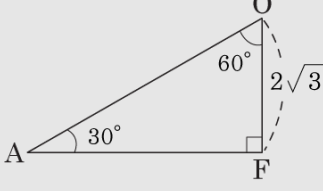
- ① $2\sqrt{3}$
- ② $4\sqrt{2}$
- ③ 10
- ④ $10\sqrt{2}$
- ⑤ 12

해설

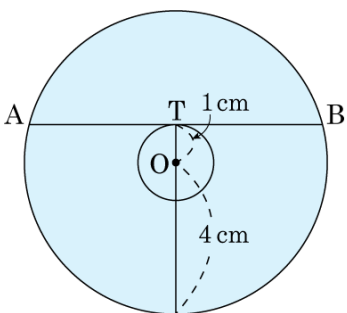
$$\overline{AF} : 2\sqrt{3} = \sqrt{3} : 1, \quad \overline{AF} = 6$$

$$(\triangle ABC \text{의 둘레}) = \overline{AF} + \overline{AE} =$$

$$2\overline{AF} = 12$$



21. 다음 그림과 같이 원 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 4cm, 1cm 인 두 원이 있다. 작은 원에 접하는 $\overline{AB}$ 의 길이는?

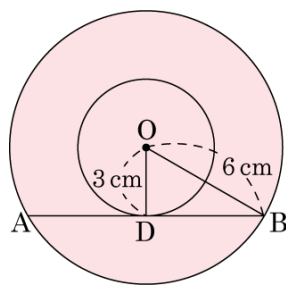


- ① $2\sqrt{11}$ cm ② $4\sqrt{3}$ cm ③ $2\sqrt{13}$ cm
 ④ $2\sqrt{14}$ cm ⑤ $2\sqrt{15}$ cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{OA} &= 4 \text{ cm}, \overline{OT} = 1 \text{ cm} \\ \overline{AT} &= \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15} (\text{cm}) \\ \therefore \overline{AB} &= 2\overline{AT} = 2\sqrt{15} (\text{cm}) \end{aligned}$$

22. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이는? (단, $\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이다.)



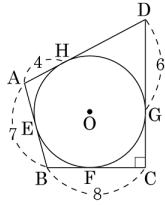
- ① $3\sqrt{3}$ cm ② $4\sqrt{3}$ cm ③ $6\sqrt{5}$ cm
 ④ $3\sqrt{5}$ cm ⑤ $6\sqrt{3}$ cm

해설

$$\overline{BD} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\overline{BD} = 3\sqrt{3} \times 2 = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

23. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 $\square ABCD$ 가 원 O 에 외접하고 있다. 점 E, F, G, H 는 접점이고 $AH = 4$, $AB = 7$, $BC = 8$, $DG = 6$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하면?



- ① 82 ② 84 ③ 86 ④ 88 ⑤ 90

해설

$$\overline{DH} = \overline{DG} = 6 \quad \therefore \overline{AD} = 10$$

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD}$$

$$7 + 6 + \overline{GC} = 8 + 10, \overline{GC} = 5$$

$$\therefore (\text{원 } O \text{의 반지름}) = 5$$

원의 중심 O 에서 각 변에 이르는 거리는 원의 반지름과 같으므로

$$\overline{OE} = \overline{OF} = \overline{OG} = \overline{OH} = 5 \text{ 이다.}$$

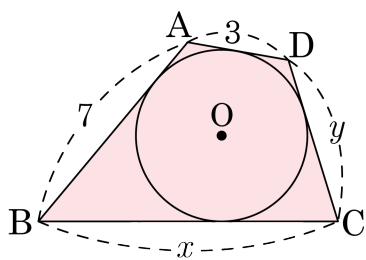
($\square ABCD$ 의 넓이)

$$= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle ODA$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times (7 + 8 + 10 + 11)$$

$$= 90$$

24. 다음 그림에서 원 O는 사각형 ABCD의 내접원일 때, $x-y$ 의 값은?



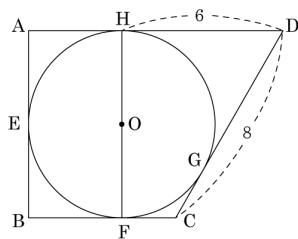
- ① -6 ② -4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 4

해설

원이 내접하는 사각형에서 두 대변의 합이 서로 같다.

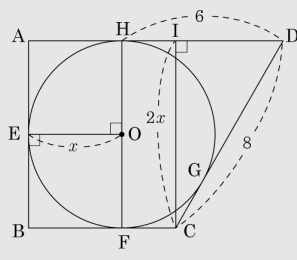
$$x + 3 = y + 7 \quad \therefore x - y = 4$$

25. 다음 그림과 같이 원 O의 외접사각형 ABCD에서 네 점 E, F, G, H는 접점이고 선분 HF는 원 O의 지름이다. $\overline{CD} = 8$, $\overline{DH} = 6$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이는?



- ① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

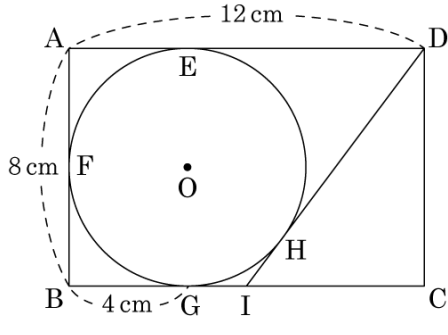


그림에서 반지름의 길이를 x 라 하고 C 에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 하자.

$\overline{CI} = 2x$, $\overline{DH} = 6$ 이므로 $\overline{DG} = 6$, $\overline{HI} = \overline{CF} = \overline{CG} = 2$ 이고
 $\overline{DI} = 4$

$$\Delta \text{CDI 에서 } (2x)^2 + 4^2 = 8^2 \quad \therefore x = 2\sqrt{3}$$

26. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변의 접하는 원 O 가 있다. $\overline{DI}$ 가 원의 접선이고 네 점 E, F, G, H 가 접점일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\overline{AE}$ 의 길이는 4 cm 이다.
 ② $\overline{DH}$ 의 길이는 8 cm 이다.
 ③ $\overline{GI} = 2$ cm 이다.
 ④ $\overline{CI} = 4$ cm 이다.
 ⑤ $\triangle CDI$ 의 넓이는 24 cm^2 이다.

해설

- ③ $\overline{GI} = x$ 라 할 때, $\overline{CI}$ 의 길이는 $\overline{CI} = (8 - x) \text{ cm}$, $\overline{DI} = (8 + x) \text{ cm}$ 이므로
 피타고라스의 정리에 의해
 $(8 + x)^2 = 8^2 + (8 - x)^2$
 $\therefore x = 2 \text{ cm}$
 ④ $\overline{CI} = 8 - x = 6$
 ⑤ $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24 (\text{cm}^2)$

27. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c) + (c+a)(c-a)$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 직각삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 정삼각형
④ 예각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c) + (c+a)(c-a)$ 에서
 $\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\} = b^2 + 2bc + c^2 - a^2$
 $a^2 - (b-c)^2 = -a^2 + b^2 + c^2 + 2bc$
 $2a^2 = 2b^2 + 2c^2$
 $\therefore a^2 = b^2 + c^2$
따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형이다.

28. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?
- ① 직각삼각형

② 이등변삼각형

③ 정삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 둔각삼각형

해설

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \text{ 에서 } a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$
$$\frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) = 0$$
$$\frac{1}{2}(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) = 0$$
$$\frac{1}{2}\{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2\} = 0 \text{ 이고,}$$
$$a, b, c \text{ 는 실수이므로, } a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$$
$$\therefore a = b = c$$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

29. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겹넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5 ② $\sqrt{29}$ ③ $\sqrt{33}$ ④ 6 ⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면

$$2(ab + bc + ca) = 52$$

$$4(a + b + c) = 36 \rightarrow a + b + c = 9$$

(직육면체 대각선의 길이)

$$= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= \sqrt{(a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)}$$

$$= \sqrt{81 - 52} = \sqrt{29}$$

30. 모든 모서리의 합이 36, 겹넓이가 56인 직육면체의 대각선의 길이는?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 a , b , c 라 하자.

$$4(a + b + c) = 36, \quad 2(ab + bc + ca) = 56$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 81 - 56 = 25$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{대각선의 길이}) &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

31. a, b, c, d 가 실수이고 $a^2 - b^2 = 3$, $c^2 + d^2 = 4$, $ab = 1$, $cd = 2$ 일 때, $a^2d^2 - b^2c^2$ 의 값을 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$a^2 - b^2 = 3 \cdots \text{㉠}$$

$$c^2 + d^2 = 4 \cdots \text{㉡}$$

$$ab = 1 \cdots \text{㉢}$$

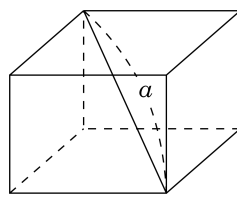
$$cd = 2 \cdots \text{㉣}$$

$$\text{㉡}, \text{㉣} \text{에서 } (c-d)^2 = 0 \quad (\because 2cd = 4)$$

$$\therefore c = d, \quad c^2 = d^2 = 2 \cdots \text{㉤}$$

$$\text{㉠}, \text{㉤} \text{에서 } a^2d^2 - b^2c^2 = 2(a^2 - b^2) = 2 \times 3 = 6$$

32. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선의 길이가 a 이고, 모든 모서리의 길이의 합이 b 일 때, 이 직육면체의 겉넓이는?



- ㉠ $\frac{1}{16}b^2 - a^2$ ㉡ $\frac{1}{8}b^2 - a^2$ ㉢ $\frac{1}{4}b^2 - a^2$
 ㉣ $\frac{1}{8}b^2 + a^2$ ㉤ $\frac{1}{16}b^2 + a^2$

해설

가로, 세로의 길이와 높이를 각각 x, y, z 라 하면

$$4(x + y + z) = b, \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = a$$

$$\therefore x + y + z = \frac{1}{4}b, x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

따라서, 구하는 직육면체의 겉넓이는

$$\begin{aligned}
 2(xy + yz + zx) &= (x + y + z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2) \\
 &= \left(\frac{1}{4}b\right)^2 - a^2 \\
 &= \frac{1}{16}b^2 - a^2
 \end{aligned}$$