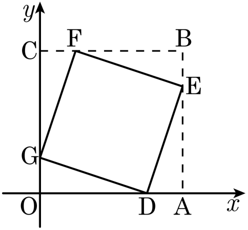
1. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$ 인 정사각형 DEFG 가 있고, $\overline{\mathrm{OD}}$ 의 길이는 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이보다 3 배 길다고 할 때, 점 D 와 점 F 를 지나는 그래프의 y 절편은?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{\mathrm{OD}} = 3\overline{\mathrm{AD}}$ 이므로 $\mathrm{D} = (a, 0)$ 이라고 하면

$\mathrm{G} = \left(0, \dfrac{1}{3}a\right)$

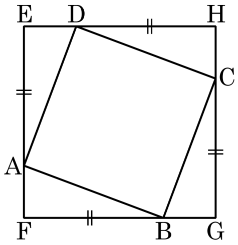
이를 피타고라스 정리에 대입하면

$\left(\dfrac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = a^2 + \dfrac{a^2}{9} = \dfrac{10a^2}{9}$ 이 되어 $a = \sqrt{2}$가 성립한다.

$\mathrm{D}(\sqrt{2}, 0)$, $\mathrm{F}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3}, \dfrac{4\sqrt{2}}{3}\right)$를 지나는 함수의 식을 구하면 $f(x) = -2x + 2\sqrt{2}$ 이다.

그러므로 함수 f 의 y 절편은 $2\sqrt{2}$ 이다.

2. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 EFGH 는 모두 정사각형이고 $\square ABCD = 73\,\text{cm}^2$, $\square EFGH = 121\,\text{cm}^2$, $\overline{BF} > \overline{BG}$ 일 때, $\overline{BG}$ 의 길이는?



① $3\,\text{cm}$ ② $\frac{7}{2}\,\text{cm}$ ③ $4\,\text{cm}$

④ $8\,\text{cm}$ ⑤ $\frac{15}{2}\,\text{cm}$

해설

$\square ABCD = 73\,\text{cm}^2$, $\square EFGH = 121\,\text{cm}^2$ 이므로 $\overline{AB} = \sqrt{73}\,\text{cm}$, $\overline{FG}\,\text{cm} = 11\,\text{cm}$ 이다.

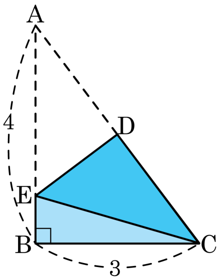
$\overline{BG} = x\,\text{cm}$, $\overline{FB} = y\,\text{cm}$ 라고 할 때,

$x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.

$y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$

인수분해를 이용하면 $(x-3)(x-8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{BF} > \overline{BG}$)이다.

3. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 AC 를 두 점 A 와 C 가 겹쳐지도록 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 둘레의 길이는?

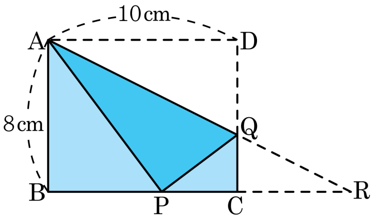


① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$
④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로
$\overline{AC}^2 = 4^2 + 3^2$, $\overline{AC} = 5$ 이다.
$\overline{EB} = x$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 4 - x$ 이고
$\triangle EBC$ 가 직각삼각형이므로
$(4 - x)^2 = x^2 + 3^2$, $x = \frac{7}{8}$ 이다.
$\triangle ADE$ 가 직각삼각형이므로
$\overline{DE}^2 = \left(\frac{25}{8}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2$, $\overline{DE} = \frac{15}{8}$ 이다.
따라서 $\triangle CDE$ 의 둘레는 $\frac{15}{8} + \frac{25}{8} + \frac{5}{2} = \frac{15}{2}$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 □ABCD 의 꼭짓점 D 가 $\overline{BC}$ 위의 점 P 에 오도록 접는다. $\overline{AD} = 10\,cm$, $\overline{AB} = 8\,cm$ 일 때, △APR 의 넓이는?



① $36\,cm^2$ ② $38\,cm^2$ ③ $40\,cm^2$

④ $42\,cm^2$ ⑤ $44\,cm^2$

해설

$\overline{AP} = 10(cm)$ 이므로 $\overline{BP} = 6(cm)$

따라서, $\overline{PC} = 4(cm)$ 이고 $\overline{PQ} = \overline{DQ} = x(cm)$ 로 놓으면

$\overline{CQ} = (8 - x)\,cm$

△PQC 에서 $x^2 = (8 - x)^2 + 4^2$ 이므로

$x^2 = 64 - 16x + x^2 + 16$

$\therefore\ x = 5(cm)$

$\triangle ADQ \backsim \triangle RCQ$ (AA 닮음) 이므로

$10 : \overline{CR} = 5 : 3$

$\therefore \overline{CR} = 6(cm)$

$$\therefore\ \triangle APR = \frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40(cm^2)$$

5. 한 변의 길이가 4 cm 인 정육각형에 내접하는 원의 넓이는?

① $4\pi\,\text{cm}^2$ ② $8\pi\,\text{cm}^2$ ③ $12\pi\,\text{cm}^2$

④ $16\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $24\pi\,\text{cm}^2$

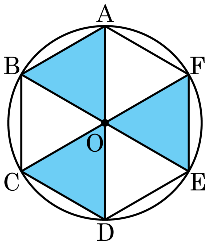
해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 4 cm 인 정삼각형이 되고 정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되기 때문에

$\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$ (cm) 이다.

따라서 원의 넓이는 $(2\sqrt{3})^2\pi = 12\pi$ (cm^2) 이다.

6. 다음 그림에서 반지름의 길이가 6 cm 인 원 O 의 둘레를 6 등분하는 점을 각각 A, B, C, D, E, F 라 한다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면? (색칠한 부분은 $\triangle AOB + \triangle FOE + \triangle COD$ 이다.)



① $24\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

② $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

③ $12\,\text{cm}^2$

④ $27\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

⑤ $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

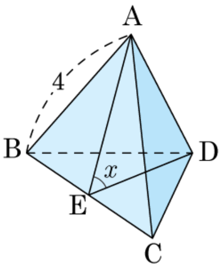
$\triangle AOB$ 는 길이가 6 cm 인 정삼각형이므로

$$\triangle AOB = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$9\sqrt{3} \times 3 = 27\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4 인 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 E 라 하자. $\angle AED = x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{16}$

해설

점 A 에서 밑면 △BCD 에 내린 수선의 발 H 는 △BCD 의 무게중심이 된다.

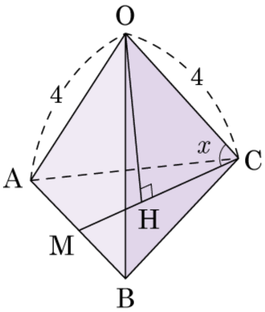
$$\therefore\ \overline{EH} = \frac{1}{3}\overline{ED}$$

$$\triangle DBC \text{ 에서 } \overline{ED} = \overline{AE} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{EH} = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\triangle AEH \text{ 에서 } \cos x = \frac{\overline{EH}}{\overline{AE}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \div 2\sqrt{3} = \frac{1}{3}$$

8. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 4 인 정사면체의 한 꼭지점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle OCH = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값은?



① $\sqrt{2}$　　② $2\sqrt{2}$　　③ $3\sqrt{2}$

④ $\sqrt{3}$　　⑤ $3\sqrt{3}$

해설

$$\overline{CM} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{CH} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{OH} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{32}{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore\ \tan x = \frac{\overline{OH}}{\overline{CH}} = \frac{\frac{4\sqrt{6}}{3}}{\frac{4\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{2}$$

9. 함수 $f(x) = \sqrt{2}\cos x + \sin^2 x + 3 \ (0° < x < 90°)$ 이 최댓값을 가질 때의 x 의 값은?

① $15°$ ② $30°$ ③ $45°$ ④ $60°$ ⑤ $75°$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{2}\cos x + 1 - \cos^2 x + 3 \\ &= -\cos^2 x + \sqrt{2}\cos x + 4 \\ &= -\left(\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} \end{aligned}$$

$0° < x < 90°$ 일 때, $0 < \cos x < 1$ 이므로 함수 $f(x)$는 $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 일 때, 최댓값을 갖는다.

$\therefore \ x = 45°$

10. $\tan A = \sin^2 35° + \sin^2 55° + 2\tan 28° \times \tan 62°$ 일 때, $\sin^2 A - \cos^2 A$ 의 값은?
(단, $0° \le A \le 90°$)

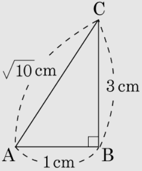
① $\frac{1}{5}$　② $\frac{2}{5}$　③ $\frac{3}{5}$　④ $\frac{4}{5}$　⑤ 1

해설

$\tan A = \sin^2 35° + \cos^2(90° - 55°) + 2\tan 28° \times \dfrac{1}{\tan(90° - 62°)} =$

$1 + 2 = 3$

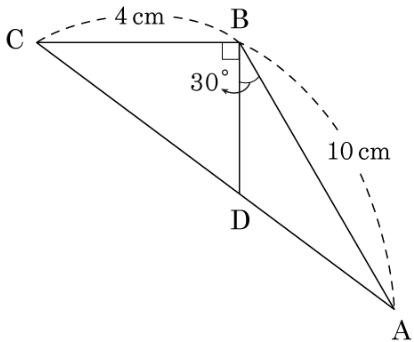
$\tan A = 3$ 을 만족하는 직각삼각형 ABC 를 만들면



$\sin A = \dfrac{3}{\sqrt{10}}$, $\cos A = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$

$\sin^2 A - \cos^2 A = \dfrac{9}{10} - \dfrac{1}{10} = \dfrac{4}{5}$

11. 다음과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 의 길이는?



① $3\sqrt{3}\text{cm}$

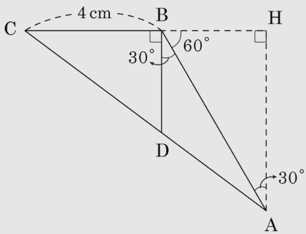
② $\dfrac{7\sqrt{3}}{2}\text{cm}$

③ $4\sqrt{3}\text{cm}$

④ $\dfrac{20\sqrt{3}}{9}\text{cm}$

⑤ $5\sqrt{3}\text{cm}$

해설



$$\overline{AH} = \overline{AB}\sin 60° = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$

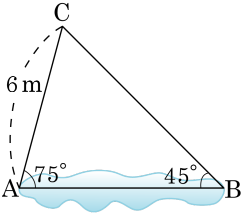
$$\overline{BH} = \overline{AB}\cos 60° = 10 \times \frac{1}{2} = 5(\text{cm})$$

$$\overline{AH} : \overline{DB} = \overline{HC} : \overline{BC}$$

$$5\sqrt{3} : \overline{DB} = 9 : 4$$

$$\overline{BD} = \frac{20\sqrt{3}}{9}(\text{cm})$$

12. 다음 그림과 같은 호수의 폭 $\overline{AB}$ 를 구하기 위하여 호수의 바깥쪽에 점 C 를 정하고 필요한 부분을 측량하였더니 $\overline{AC} = 6\text{m}$, $\angle BAC = 75°$, $\angle ABC = 45°$ 였다. 이 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



① $2\sqrt{5}$　② $3\sqrt{5}$　③ $2\sqrt{6}$

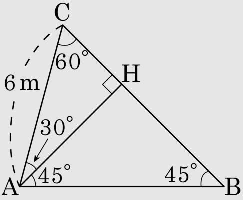
④ $3\sqrt{6}$　⑤ $4\sqrt{6}$

해설

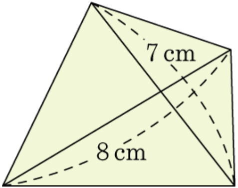
점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\triangle ACH$ 에서 $\overline{AH} = \overline{AC}\sin 60° = 6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\,(\text{m})$

따라서 $\triangle ABH$ 에서

$\overline{AB} = \dfrac{\overline{AH}}{\sin 45°} = 3\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{6}\,(\text{m})$ 이다.



13. 다음 그림과 같이 두 대각선의 길이가 각각 7 cm, 8 cm 인 사각형의 넓이의 최댓값은?



① $14\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ② $28\,\mathrm{cm}^2$

③ $14\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ④ $28\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

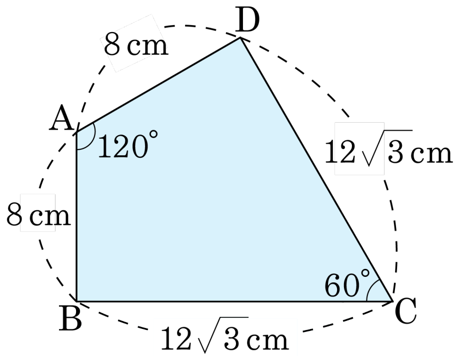
⑤ $56\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$S = \frac{1}{2} \times 7 \times 8 \times \sin\theta = 28\sin\theta$$

이때 $\theta = 90°$ 일 때, 최대이므로 최댓값은 $\sin 90°$ 일 때이다.
따라서 S 의 최댓값은 $28\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 의 넓이는?



① $110\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $120\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $130\sqrt{3}\text{cm}^2$

④ $124\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ $150\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

점 B 와 점 D 를 연결하면

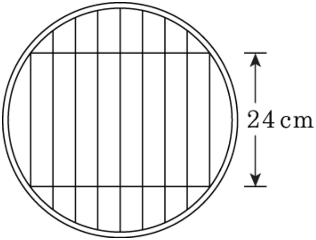
($\square$ABCD 의 넓이)$= \triangle ABD + \triangle BCD$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 120° + \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{3} \times \sin 60°$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 16\sqrt{3} + 108\sqrt{3} = 124\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

15. 경식이는 가족여행을 가서 다음 그림과 같은 원 모양의 석쇠로 고기를 구웠다. 굵은 두 철사는 평행하고 길이가 32 cm 로 같았으며, 두 철사 사이의 간격은 24 cm 였다. 경식이가 사용한 석쇠의 반지름의 길이는?

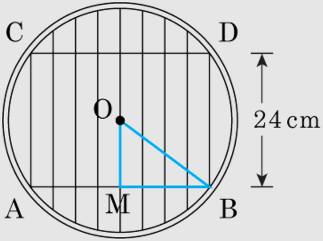


① 20 cm ② 25 cm ③ 30 cm

④ 40 cm ⑤ 45 cm

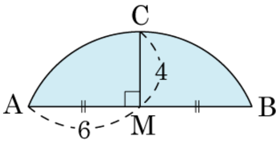
해설

두 철사가 원 모양의 석쇠와 만나는 네 개의 점을 각각 A, B, C, D 라 하고, 석쇠의 중심을 O, $\overline{AB}$의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{OM} = 12\,\text{cm}$, $\overline{MB} = \overline{AB} \times \frac{1}{2} = 32 \times \frac{1}{2} = 16\,(\text{cm})$ 이다.



석쇠의 반지름의 길이는 $\triangle OMB$가 직각삼각형이므로 $\overline{OB} = \sqrt{12^2 + 16^2} = \sqrt{400} = 20\,(\text{cm})$ 이다.

16. 다음 그림에서 원의 반지름의 길이는?



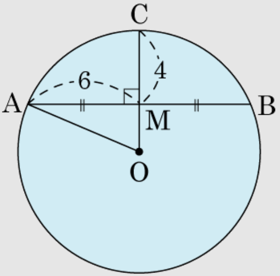
① 5 ② $\frac{11}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{13}{2}$ ⑤ 7

해설

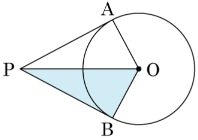
반지름을 x 라 하면

$\overline{OM} = x-4$, $x^2 = (x-4)^2+6^2$ $\therefore$

$x = \frac{13}{2}$



17. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{OP}=9\text{cm}$, $\overline{OA}=5\text{cm}$ 일 때, $\triangle OPB$ 의 넓이는?



① $5\sqrt{7}\text{cm}^2$ ② $5\sqrt{14}\text{cm}^2$ ③ $\dfrac{5\sqrt{14}}{2}\text{cm}^2$

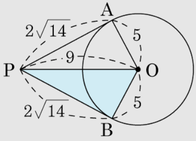
④ $2\sqrt{14}\text{cm}^2$ ⑤ $10\sqrt{7}\text{cm}^2$

해설

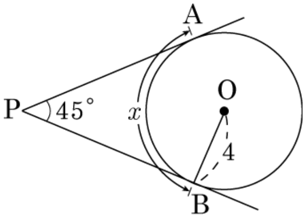
$\overline{OA}=\overline{OB}=5\text{cm}$ 이고, $\overline{OB}\perp\overline{PB}$ 이므로 $\triangle OPB$ 는 직각삼각형이다.

$\overline{PA}=\sqrt{9^2-5^2}=2\sqrt{14}(\text{cm})$

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle OPB=2\sqrt{14}\times5\times\dfrac{1}{2}=5\sqrt{14}(\text{cm}^2)$



18. 다음 그림과 같이 점 P 에서 반지름의 길이가 4 인 원 O 에 그은 두 접선의 접점을 A, B 라 하고, $\angle APB = 45°$ 일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 길이는?



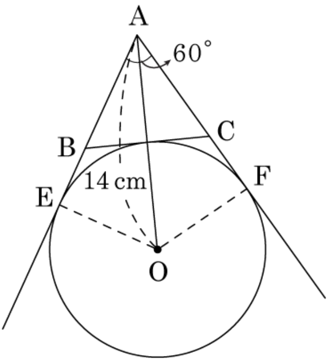
① π　　② 3π　　③ 4π　　④ 6π　　⑤ 12π

해설

$\angle AOB = 135°$ 이므로

$x = 2\pi \times 4 \times \dfrac{135°}{360°} = 3\pi$ 이다.

19. 점 E, 점 F 가 원 O 와 $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$ 의 접점이고, 선분 BC 가 원 O 와 내접할 때, △ABC 의 둘레의 길이는?



① $10\sqrt{3}$cm ② $12\sqrt{3}$cm ③ $14\sqrt{3}$cm

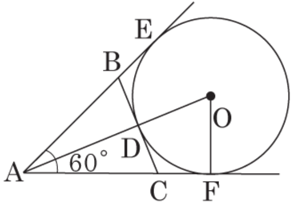
④ $16\sqrt{3}$cm ⑤ $17\sqrt{3}$cm

해설

$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AE} + \overline{AF} = 14\sqrt{3}(\text{cm})$

20. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 각각 원 O 와 $\triangle ABC$ 의 $\overline{BC}$, 그리고 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 연장선과의 교점이고, 원의 반지름이 $2\sqrt{3}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



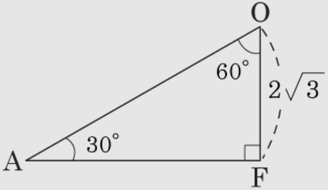
① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ 10 ④ $10\sqrt{2}$ ⑤ 12

해설

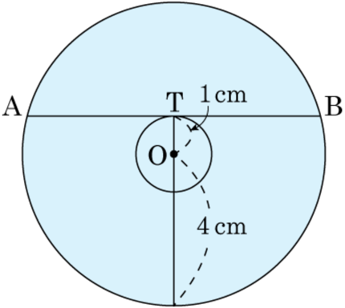
$\overline{AF} : 2\sqrt{3} = \sqrt{3} : 1, \quad \overline{AF} = 6$

$(\triangle ABC$ 의 둘레$) = \overline{AF} + \overline{AE} =$

$2\overline{AF} = 12$



21. 다음 그림과 같이 원 O 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 각각 4cm, 1cm 인 두 원이 있다. 작은 원에 접하는 $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $2\sqrt{11}$ cm　② $4\sqrt{3}$ cm　③ $2\sqrt{13}$ cm

④ $2\sqrt{14}$ cm　⑤ $2\sqrt{15}$ cm

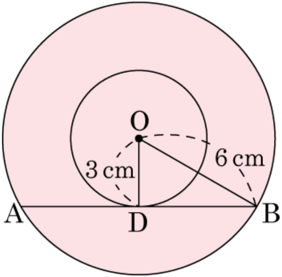
해설

$\overline{OA} = 4\,\text{cm}, \overline{OT} = 1\,\text{cm}$

$\overline{AT} = \sqrt{4^2 - 1^2} = \sqrt{15}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{AT} = 2\sqrt{15}(\text{cm})$

22. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이는? (단, $\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이다.)



① $3\sqrt{3}$ cm ② $4\sqrt{3}$ cm ③ $6\sqrt{5}$ cm

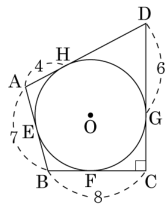
④ $3\sqrt{5}$ cm ⑤ $6\sqrt{3}$ cm

해설

$\overline{BD} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{BD} = 3\sqrt{3} \times 2 = 6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

23. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 $\square ABCD$ 가 원 O 에 외접하고 있다. 점 E, F, G, H 는 접점이고 $\overline{AH} = 4$, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{DG} = 6$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하면?



① 82 ② 84 ③ 86 ④ 88 ⑤ 90

해설

$\overline{DH} = \overline{DG} = 6 \quad \therefore \overline{AD} = 10$

$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD}$

$7 + 6 + \overline{GC} = 8 + 10,\ \overline{GC} = 5$

$\therefore$ (원 O의 반지름) $= 5$

원의 중심 O 에서 각 변에 이르는 거리는 원의 반지름과 같으므로 $\overline{OE} = \overline{OF} = \overline{OG} = \overline{OH} = 5$ 이다.

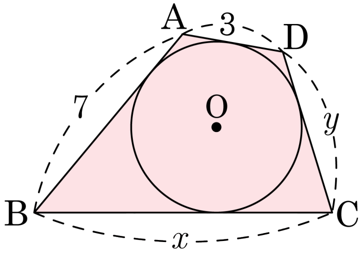
($\square$ABCD의 넓이)

$= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle ODA$

$= \dfrac{1}{2} \times 5 \times (7 + 8 + 10 + 11)$

$= 90$

24. 다음 그림에서 원 O 는 사각형 ABCD 의 내접원일 때, $x-y$ 의 값은?



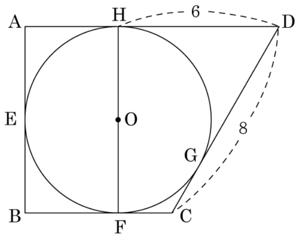
① -6　　② -4　　③ -2　　④ 2　　⑤ 4

해설

원이 내접하는 사각형에서 두 대변의 합이 서로 같다.

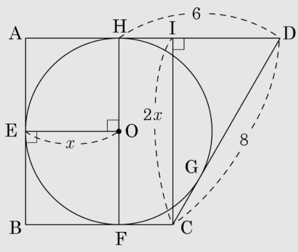
$x+3=y+7 \quad \therefore \ x-y=4$

25. 다음 그림과 같이 원 O 의 외접사각형 ABCD 에서 네 점 E, F, G, H 는 접점이고 선분 HF 는 원 O 의 지름이다. $\overline{CD} = 8, \overline{DH} = 6$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



① 3　② $\sqrt{10}$　③ $3\sqrt{2}$　④ 4　⑤ $2\sqrt{3}$

해설

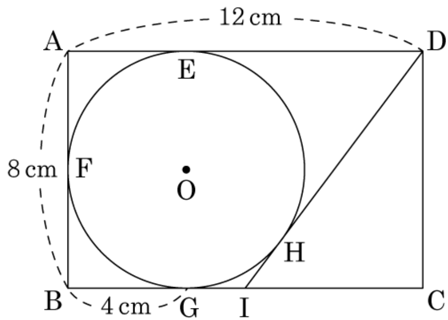


그림에서 반지름의 길이를 x 라 하고 C 에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 하자.

$\overline{CI} = 2x$, $\overline{DH} = 6$ 이므로 $\overline{DG} = 6$, $\overline{HI} = \overline{CF} = \overline{CG} = 2$ 이고 $\overline{DI} = 4$

$\triangle CDI$ 에서 $(2x)^2 + 4^2 = 8^2$　$\therefore\ x = 2\sqrt{3}$

26. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변의 접하는 원 O 가 있다. $\overline{DI}$ 가 원의 접선이고 네 점 E, F, G, H 가 접점일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AE}$ 의 길이는 4 cm 이다.

② $\overline{DH}$ 의 길이의 길이는 8 cm 이다.

③ $\overline{GI} = 2$ cm 이다.

④ $\overline{CI} = 4$ cm 이다.

⑤ $\triangle CDI$ 의 넓이는 24 cm^2 이다.

해설

③ $\overline{GI} = x$ 라 할 때, $\overline{CI}$ 의 길이는 $\overline{CI} = (8 - x)$ cm, $\overline{DI} = (8 + x)$ cm 이므로
피타고라스의 성질에 의해
$(8 + x)^2 = 8^2 + (8 - x)^2$
$\therefore x = 2$ cm
④ $\overline{CI} = 8 - x = 6$
⑤ $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24(\mathrm{cm}^2)$

27. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c)+(c+a)(c-a)$가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형　② 이등변삼각형　③ 정삼각형
④ 예각삼각형　⑤ 둔각삼각형

해설

$(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c)+(c+a)(c-a)$에서

$\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\} = b^2+2bc+c^2-a^2$

$a^2-(b-c)^2 = -a^2+b^2+c^2+2bc$

$2a^2 = 2b^2+2c^2$

$\therefore\ a^2 = b^2+c^2$

따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a인 직각삼각형이다.

28. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ 이 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형 ② 이등변삼각형

③ 정삼각형 ④ 직각이등변삼각형

⑤ 둔각삼각형

해설

$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$ 에서 $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)=0$

$\frac{1}{2}(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2)=0$

$\frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$ 이고,

a, b, c 는 실수이므로, $a-b=0$, $b-c=0$, $c-a=0$

$\therefore\ a=b=c$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

29. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겉넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5 ② $\sqrt{29}$ ③ $\sqrt{33}$ ④ 6 ⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c라 하면

$2(ab+bc+ca)=52$

$4(a+b+c)=36 \ \rightarrow \ a+b+c=9$

(직육면체 대각선의 길이)

$=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$=\sqrt{(a+b+c+)^2-2(ab+bc+ca)}$

$=\sqrt{81-52}=\sqrt{29}$

30. 모든 모서리의 합이 36, 겉넓이가 56 인 직육면체의 대각선의 길이는?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 a, b, c라 하자.

$4(a+b+c)=36,\ 2(ab+bc+ca)=56$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$a^2+b^2+c^2=81-56=25$

$$\begin{aligned} \therefore\ (\text{대각선의 길이}) &= \sqrt{a^2+b^2+c^2} \\ &= \sqrt{25}=5 \end{aligned}$$

31. $a,\ b,\ c,\ d$가 실수이고 $a^2-b^2=3,\ c^2+d^2=4,\ ab=1,\ cd=2$일 때, $a^2d^2-b^2c^2$의 값을 구하면?

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

해설

$a^2-b^2=3 \cdots$ ㉠

$c^2+d^2=4 \cdots$ ㉡

$ab=1 \cdots$ ㉢

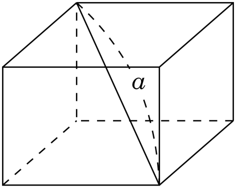
$cd=2 \cdots$ ㉣

㉡, ㉣에서 $(c-d)^2=0$ ($\because 2cd=4$)

$\therefore c=d,\ c^2=d^2=2 \cdots$ ㉤

㉠, ㉤에서 $a^2d^2-b^2c^2=2(a^2-b^2)=2\times 3=6$

32. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선의 길이가 a이고, 모든 모서리의 길이의 합이 b일 때, 이 직육면체의 겉넓이는?



① $\frac{1}{16}b^2 - a^2$ ② $\frac{1}{8}b^2 - a^2$ ③ $\frac{1}{4}b^2 - a^2$

④ $\frac{1}{8}b^2 + a^2$ ⑤ $\frac{1}{16}b^2 + a^2$

해설

가로, 세로의 길이와 높이를 각각 x, y, z라 하면

$4(x+y+z) = b$, $\sqrt{x^2+y^2+z^2} = a$

$\therefore\ x+y+z = \frac{1}{4}b$, $x^2+y^2+z^2 = a^2$

따라서, 구하는 직육면체의 겉넓이는

$$\begin{aligned} 2(xy+yz+zx) &= (x+y+z)^2 - (x^2+y^2+z^2) \\ &= \left(\frac{1}{4}b\right)^2 - a^2 \\ &= \frac{1}{16}b^2 - a^2 \end{aligned}$$