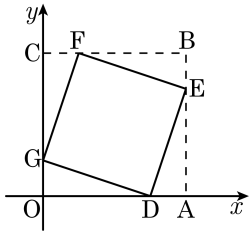


1. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 인 정사각형 DEFG 가 있고, $\overline{OD}$ 의 길이는 $\overline{AD}$ 의 길이보다 3 배 길다고 할 때, 점 D 와 점 F 를 지나는 그래프의 y 절편은?



- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{OD} = 3\overline{AD}$ 이므로 $D = (a, 0)$ 이라고 하면

$$G = \left(0, \frac{1}{3}a\right)$$

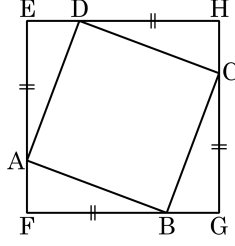
이를 피타고라스 정리에 대입하면

$$\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{9} = \frac{10a^2}{9} \text{ 이 되어 } a = \sqrt{2} \text{가 성립한다.}$$

$D(\sqrt{2}, 0)$, $F\left(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$ 를 지나는 함수의 식을 구하면 $f(x) = -2x + 2\sqrt{2}$ 이다.

그러므로 함수 f 의 y 절편은 $2\sqrt{2}$ 이다.

2. 다음 그림에서 사각형 ABCD와 EFGH는 모두 정사각형이고 $\square ABCD = 73 \text{ cm}^2$, $\square EFGH = 121 \text{ cm}^2$, $\overline{BF} > \overline{BG}$ 일 때, $\overline{BG}$ 의 길이는?



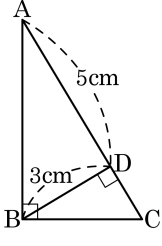
- ① 3 cm ② $\frac{7}{2}$ cm ③ 4 cm
 ④ 8 cm ⑤ $\frac{15}{2}$ cm

해설

$\square ABCD = 73 \text{ cm}^2$, $\square EFGH = 121 \text{ cm}^2$ 이므로 $\overline{AB} = \sqrt{73} \text{ cm}$, $\overline{FG} = 11 \text{ cm}$ 이다.
 $\overline{BG} = x \text{ cm}$, $\overline{FB} = y \text{ cm}$ 라고 할 때,
 $x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.
 $y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$
 인수분해를 이용하면 $(x - 3)(x - 8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{BF} > \overline{BG}$) 이다.

3. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = 5\text{ cm}$, $BD = 3\text{ cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?

- ① $\frac{2\sqrt{23}}{5}$
- ② $\frac{3\sqrt{23}}{5}$
- ③ $\frac{3\sqrt{34}}{5}$
- ④ $\frac{4\sqrt{34}}{5}$
- ⑤ $\frac{18}{5}$



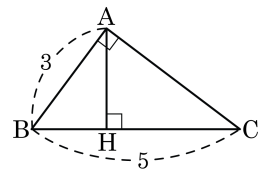
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{CD}$

$\overline{CD} = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5}(\text{cm})$

$x = \sqrt{3^2 + \left(\frac{9}{5}\right)^2} = \frac{3\sqrt{34}}{5}$

4. 다음 그림의 직각삼각형 ABC의 점 A에서 빗변에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?



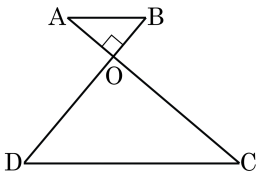
- ① 1.2 ② 1.6 ③ 2 ④ 2.4 ⑤ 2.8

해설

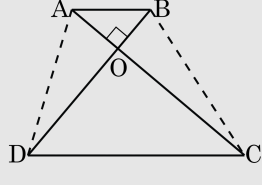
$$\begin{aligned} \overline{AC} &= 4 \text{ 이므로} \\ \overline{AH} \times 5 &= 3 \times 4 \\ \therefore \overline{AH} &= 2.4 \end{aligned}$$

5. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.

- ① 127 ② 130 ③ 137
 ④ 140 ⑤ 157

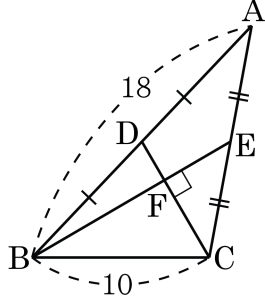


해설



$\triangle OAD$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \dots ①$
 $\triangle ODC$ 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \dots ②$
 $\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \dots ③$
 $\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \dots ④$
 ①과 ③을 변변 더하면
 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \dots ⑤$
 ②와 ④를 변변 더하면
 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \dots ⑥$
 ⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로
 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

6. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하고 $\overline{BE} \perp \overline{CD}$, $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 10$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



- ① $2\sqrt{11}$ ② $3\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{11}$ ④ $5\sqrt{11}$ ⑤ $6\sqrt{11}$

해설

$\overline{DE}$ 를 그으면 중점연결 정리에 의하여

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 5$ 이다.

$\square DBCE$ 는 대각선이 직교하는 사각형이므로

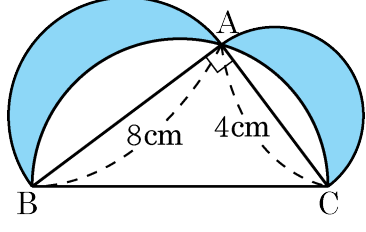
$$\overline{BD}^2 + \overline{EC}^2 = \overline{DE}^2 + \overline{BC}^2$$

$$81 + \overline{EC}^2 = 25 + 100$$

$$\therefore \overline{EC} = 2\sqrt{11} (\because \overline{EC} > 0)$$

$$\therefore \overline{AC} = 2 \times 2\sqrt{11} = 4\sqrt{11}$$

7. 다음 그림은 $\overline{AC} = 4\text{ cm}$, $\overline{AB} = 8\text{ cm}$, $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하면?

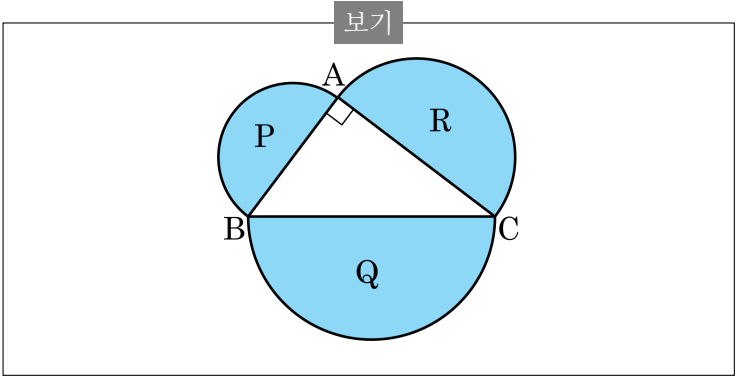


- ① 10 cm^2 ② 12 cm^2 ③ 14 cm^2
 ④ 16 cm^2 ⑤ 22 cm^2

해설

($\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이) $= 8\pi$
 ($\overline{AC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이) $= 2\pi$ 이므로
 ($\triangle ABC$ 와 두 반원의 넓이의 합) $= (16 + 10\pi)\text{ cm}^2$
 또, $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = 4\sqrt{5}\text{ cm}$ 이므로
 ($\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 반지름) $= 2\sqrt{5}\text{ cm}$,
 ($\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이) $= 10\pi$
 따라서 색칠한 부분의 넓이는
 $(16 + 10\pi) - 10\pi = 16(\text{ cm}^2)$

8. 다음 보기에 주어진 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 P, Q, R 라 하자.



$P = \frac{9}{2}\pi\text{cm}^2, Q = \frac{25}{2}\pi\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?

- ① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$R = Q - P$ 이다.

$R = \frac{25}{2}\pi - \frac{9}{2}\pi = 8\pi(\text{cm}^2)$ 이므로

$\frac{1}{2} \times \pi \times \left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2 = 8\pi$ 에서

$\overline{AC}^2 = 64$ 이다.

따라서 $\overline{AC} = 8\text{cm}(\because \overline{AC} > 0)$ 이다.

9. 한 변의 길이가 4 cm 인 정육각형에 내접하는 원의 넓이는?

① $4\pi \text{ cm}^2$

② $8\pi \text{ cm}^2$

③ $12\pi \text{ cm}^2$

④ $16\pi \text{ cm}^2$

⑤ $24\pi \text{ cm}^2$

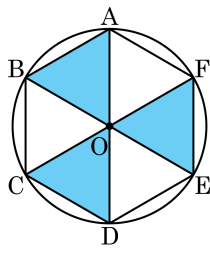
해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 4 cm 인 정삼각형이 되고 정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되기 때문에

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3} \text{ (cm) 이다.}$$

따라서 원의 넓이는 $(2\sqrt{3})^2\pi = 12\pi \text{ (cm}^2\text{) 이다.}$

10. 다음 그림에서 반지름의 길이가 6 cm 인 원 O의 둘레를 6 등분하는 점을 각각 A, B, C, D, E, F 라 한다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면? (색칠한 부분은 $\triangle AOB + \triangle FOE + \triangle COD$ 이다.)



- ① $24\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ② $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$
③ 12 cm^2 ④ $27\sqrt{3}\text{ cm}^2$
⑤ $18\sqrt{3}\text{ cm}^2$

해설

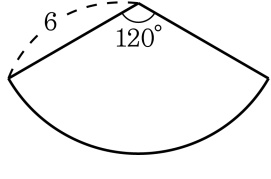
$\triangle AOB$ 는 길이가 6 cm 인 정삼각형이므로

$$\triangle AOB = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$$9\sqrt{3} \times 3 = 27\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \text{ 이다.}$$

11. 반지름이 6 이고 중심각이 120° 인 부채꼴이 있다. 이 부채꼴로 원뿔의 옆면을 만들 때, 이 원뿔에 대한 설명으로 틀린 것을 모두 고르면?



- ① 밑면의 반지름의 길이는 2 이다.
- ② 부채꼴 둘레의 길이와 밑면의 둘레의 길이는 같다.
- ③ 부채꼴 호의 길이는 4π 이다.
- ④ 원뿔의 높이는 4 이다.
- ⑤ 원뿔의 부피는 $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$ 이다.

해설

- ① 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$2 \times 6 \times \pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = 2 \times r \times \pi \therefore r = 2$$

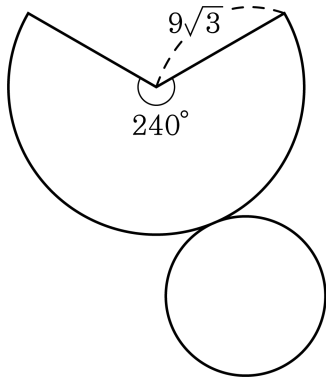
- ② 부채꼴 둘레의 길이와 밑면의 둘레의 길이가 같은 것이 아니라, 부채꼴 호의 길이와 밑면의 둘레가 같은 것이다.

- ③ 부채꼴 호의 길이는 $2\pi \times 6 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = 4\pi$ 이다.

- ④ 원뿔의 높이는 $\sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$ 이다.

- ⑤ 원뿔의 부피는 $2 \times 2 \times \pi \times 4\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 원뿔의 모선의 길이가 $9\sqrt{3}\text{cm}$ 이고 중심각의 크기가 240° 인 부채꼴로 원뿔을 만들 때, 원뿔의 부피를 구하면?



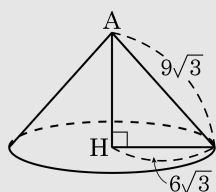
- ① $108\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$ ② $109\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$ ③ $110\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$
 ④ $111\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$ ⑤ $112\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$

해설

밑면의 반지름의 길이를 r 라 하면

밑면의 원의 둘레의 길이는

$$2\pi r = 18\sqrt{3}\pi \times \frac{240^\circ}{360^\circ} \quad \therefore r = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

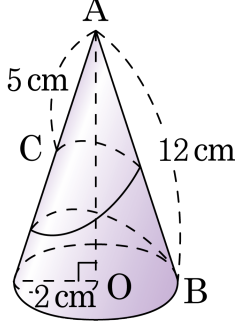


$$\overline{AH}^2 = (9\sqrt{3})^2 - (6\sqrt{3})^2 = 243 - 108 = 135$$

$$\therefore \overline{AH} = 3\sqrt{15}(\text{cm})$$

$$(\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3}\pi \times (6\sqrt{3})^2 \times 3\sqrt{15} = 108\sqrt{15}\pi(\text{cm}^3)$$

13. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2cm 이고 모선의 길이가 12cm 인 원뿔에서 점 P 가 밑면의 점 B 를 출발하여 원뿔의 옆면을 따라 모선 위의 점 C 까지 한 바퀴 반을 돌아서 이동한다. 이때, 점 P 가 움직인 최단 거리는?



- ① 12 cm ② 13 cm ③ 14 cm ④ 15 cm ⑤ 17 cm

해설

1) 부채꼴의 중심각을 구하는 공식은

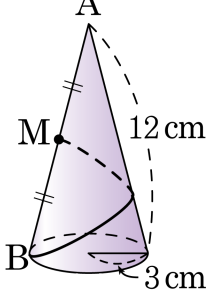
$$\text{중심각} = \frac{\text{밑면의 반지름}}{\text{모선}} \times 360^\circ \text{ 이므로}$$

$$x = \frac{2}{12} \times 360^\circ, x = 60^\circ$$

$\therefore \angle B''AB = 90^\circ$

2) $\overline{CB}$ 의 최단 거리는 $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ cm}$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 12cm 이고, 밑면인 원의 반지름의 길이가 3cm 인 원뿔에서 모선 AB 의 중점을 M 이라 하자. 점 B 에서 원뿔의 옆면을 따라 점 M 에 이르는 최단 거리를 구하면?



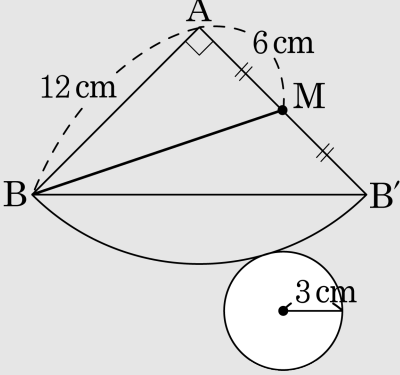
- ① $6\sqrt{5}$ cm ② $5\sqrt{6}$ cm ③ 5 cm
 ④ $5\sqrt{3}$ cm ⑤ $6\sqrt{2}$ cm

해설

전개했을 때 부채꼴의 중심각을 x 라 하면, 부채꼴의 호의 길이와 밑면의 둘레의 길이가 같으므로

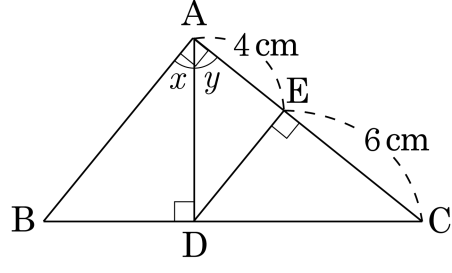
$$2\pi \times 12 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 3$$

$$\therefore x = 90^\circ$$



$$\therefore \text{최단 거리 } \overline{BM} = \sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5}(\text{cm}) \text{ 이다.}$$

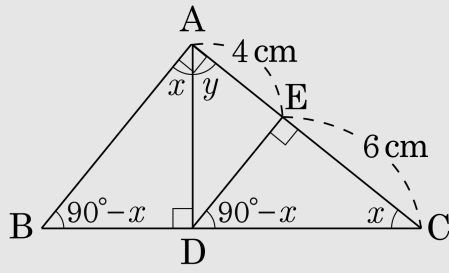
15. 다음 그림과 같이 $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A에서 변 BC에 내린 수선의 발을 D라 하고, D에서 변 AC에 내린 수선의 발을 E라 한다. $\overline{AE} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 이고, $\angle BAD = x$, $\angle CAD = y$ 일 때, $\sin x + \cos y$ 의 값은?



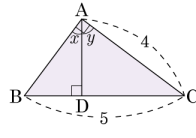
- ① $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{10}}{5}$ ③ $\frac{2\sqrt{10}}{5}$
 ④ $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{15}}{3}$

해설

$$\begin{aligned} x + y &= 90^\circ \text{ 이므로} \\ \sin x + \cos y &= \sin x + \cos(90^\circ - x) \\ &= \sin x + \sin x \\ &= 2 \sin x \\ \overline{DE}^2 &= 4 \times 6 = 24 \\ \therefore \overline{DE} &= 2\sqrt{6} \text{ cm} \\ \overline{CD}^2 &= 6 \times 10 = 60 \\ \therefore \overline{CD} &= 2\sqrt{15} \text{ cm} \\ \triangle CDE \text{ 에서 } \sin x &= \frac{\overline{DE}}{\overline{CD}} = \frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{10}}{5} \\ \therefore \sin x + \cos y &= 2 \sin x = 2 \times \frac{\sqrt{10}}{5} = \frac{2\sqrt{10}}{5} \end{aligned}$$



16. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\angle BAD = x$, $\angle DAC = y$ 라 할 때,
 $12(\tan x + \tan y)$ 의 값은?



- ① 10 ② 12 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$\triangle CAB \sim \triangle DAB \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)

$$\overline{AB} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$$

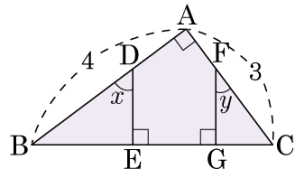
$\angle x = \angle C$, $\angle y = \angle B$ 이므로

$$\tan x = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{3}{4}, \tan y = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \tan x + \tan y = \frac{3}{4} + \frac{4}{3} = \frac{25}{12}$$

$$12(\tan x + \tan y) = 12 \times \frac{25}{12} = 25$$

17. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} \perp \overline{BC}$, $\overline{FG} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\sin x - \cos y$ 의 값은?

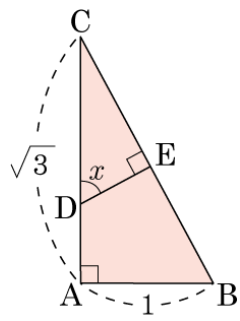


- ① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$\overline{BC} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle EBD$ 에서
 $\angle B$ 는 공통, $\angle BAC = \angle BED = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$ (AA 답음)
따라서 $\angle x = \angle C$ 이므로 $\sin x = \sin C = \frac{4}{5}$
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle GFC$ 에서 $\angle C$ 는 공통,
 $\angle BAC = \angle FGC = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle ABC \sim \triangle GFC$ (AA 답음)
따라서 $\angle y = \angle B$ 이므로 $\cos y = \cos B = \frac{4}{5}$ 이다.
 $\therefore \sin x - \cos y = \frac{4}{5} - \frac{4}{5} = 0$

18. 다음 그림에서 $\sin x$ 의 값은?



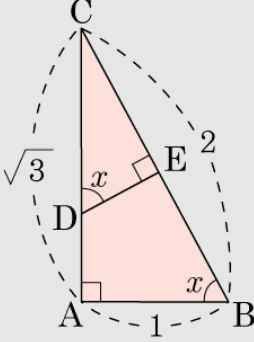
- ① $\sqrt{2}$
- ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ④ $\sqrt{3}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

해설

$\triangle CDE \sim \triangle CBA$ (AA 닮음) 이므로 $\angle x = \angle B$, $\sin x = \sin B$

$\overline{BC} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$

$\therefore \sin x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$



19. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4 인
정사면체 A - BCD 에서 BC 의 중점을 E 라
하자. $\angle AED = x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?

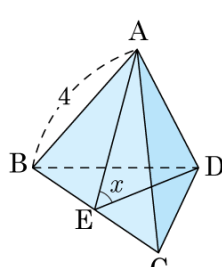
① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{1}{8}$

⑤ $\frac{1}{16}$



해설

점 A 에서 밑면 $\triangle BCD$ 에 내린 수선의 발 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게
중심이 된다.

$$\therefore EH = \frac{1}{3}ED$$

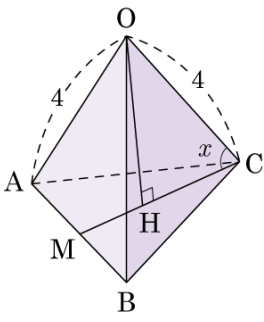
$$\triangle DBC \text{ 에서 } ED = AE = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$EH = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\triangle AEH \text{ 에서 } \cos x = \frac{EH}{AE} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \div 2\sqrt{3} = \frac{1}{3}$$

20. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 4 인 정사면체의 한 꼭지점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle OCH = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값은?

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{3}$



해설

$$\overline{CM} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{CH} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{OH} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{32}{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore \tan x = \frac{\overline{OH}}{\overline{CH}} = \frac{\frac{4\sqrt{6}}{3}}{\frac{4\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{2}$$

21. 좌표평면 위에 두 점 A(5, 3), B(2, 1) 을 지나는 직선이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan \theta$ 의 값을 구하면?

① $\frac{3}{4}$
④ $\frac{4\sqrt{13}}{13}$

② $\frac{4}{5}$
⑤ $\frac{5\sqrt{13}}{13}$

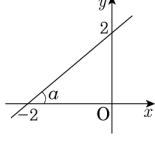
③ $\frac{2}{3}$

해설

$$\tan \theta = \frac{(\text{높이})}{(\text{밑변})} = \frac{(y\text{의 변화량})}{(x\text{의 변화량})} = |(\text{일차함수의 기울기})| \text{ 이므}$$

$$\text{로 } \tan \theta = \frac{3-1}{5-2} = \frac{2}{3} \text{ 이다.}$$

22. 다음 그래프를 보고 직선의 기울기의 값을 x , a 의 크기를 y° 라 할 때, $x + y$ 의 값을 구하면?



- ① 16 ② 31 ③ 46 ④ 61 ⑤ 91

해설

(직선의 기울기) = $\frac{2}{2} = 1$

$\tan a = 1$

$\therefore a = 45^\circ$

따라서 $x + y = 1 + 45 = 46$ 이다.

23. 함수 $f(x) = \sqrt{2}\cos x + \sin^2 x + 3$ ($0^\circ < x < 90^\circ$) 이 최댓값을 가질 때의 x 의 값은?

① 15° ② 30° ③ 45° ④ 60° ⑤ 75°

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \sqrt{2}\cos x + 1 - \cos^2 x + 3 \\ &= -\cos^2 x + \sqrt{2}\cos x + 4 \\ &= -\left(\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} \end{aligned}$$

$0^\circ < x < 90^\circ$ 일 때, $0 < \cos x < 1$ 이므로 함수 $f(x)$ 는 $\cos x =$

$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 일 때, 최댓값을 갖는다.

$\therefore x = 45^\circ$

24. $45^\circ < A < 90^\circ$ 일 때, $\sqrt{(\cos A - \sin A)^2} + \sqrt{(\cos A + \sin A)^2} = \frac{8}{5}$ 을 만족하는 A 에 대하여 $\sin A + \cos A$ 의 값을 구하면?

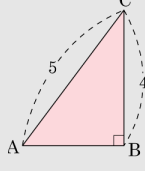
- ① $-\frac{8}{5}$ ② $-\frac{7}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{8}{5}$

해설

$45^\circ < A < 90^\circ$ 일 때, $\cos A < \sin A$ 이다.

$$\begin{aligned} & \sqrt{(\cos A - \sin A)^2} + \sqrt{(\cos A + \sin A)^2} \\ &= -(\cos A - \sin A) + (\cos A + \sin A) \\ &= -\cos A + \sin A + \cos A + \sin A \\ &= 2\sin A = \frac{8}{5} \end{aligned}$$

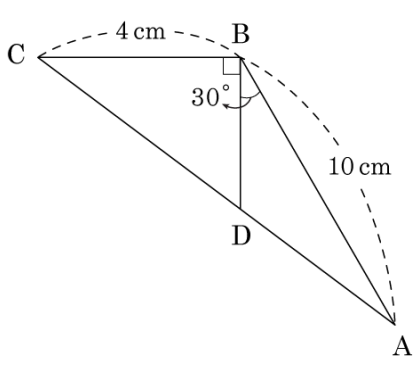
따라서 $\sin A = \frac{4}{5}$ 이므로 다음과 같은 $\angle B = 90^\circ$, $\overline{AC} = 5$, $\overline{BC} = 4$ 인 직각삼각형이 나온다.



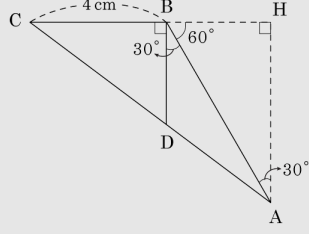
그러므로 $\sin A = \frac{4}{5}$ 이고, $\cos A = \frac{3}{5}$ 이므로 $\sin A + \cos A = \frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$ 이다.

25. 다음과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 의 길이는?

- ① $3\sqrt{3}\text{cm}$
- ② $\frac{7\sqrt{3}}{2}\text{cm}$
- ③ $4\sqrt{3}\text{cm}$
- ④ $\frac{20\sqrt{3}}{9}\text{cm}$
- ⑤ $5\sqrt{3}\text{cm}$



해설



$$\overline{AH} = \overline{AB} \sin 60^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$

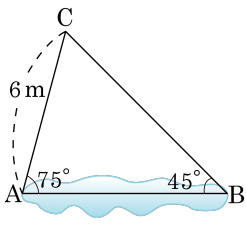
$$\overline{BH} = \overline{AB} \cos 60^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5(\text{cm})$$

$$\overline{AH} : \overline{DB} = \overline{HC} : \overline{BC}$$

$$5\sqrt{3} : \overline{DB} = 9 : 4$$

$$\overline{BD} = \frac{20\sqrt{3}}{9}(\text{cm})$$

26. 다음 그림과 같은 호수의 폭 $\overline{AB}$ 를 구하기 위하여 호수의 바깥쪽에 점 C 를 정하고 필요한 부분을 측량하였더니 $\overline{AC} = 6\text{m}$, $\angle BAC = 75^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$ 였다. 이 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

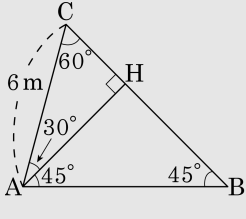


- ① $2\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{6}$
 ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

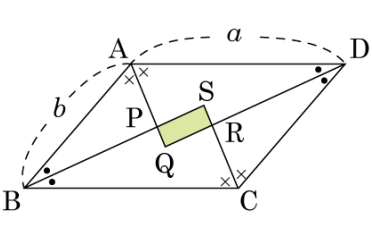
해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\triangle ACH$ 에서 $\overline{AH} = \overline{AC} \sin 60^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ (m)}$
 따라서 $\triangle ABH$ 에서

$$\frac{\overline{AB}}{3\sqrt{6} \text{ (m)}} = \frac{\overline{AH}}{\sin 45^\circ} = 3\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{6} \text{ (m)}$$
 이다.



27. $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b(a > b)$ 인 평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 비는 2 : 1 이다. 다음 그림과 같이 네 각의 이등분선이 만드는 사각형 PQRS 의 넓이를 구하면?



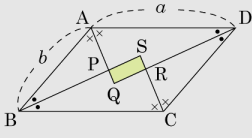
- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}(a-b)^2$

② $\frac{\sqrt{3}}{4}(a-b)^2$

③ $\frac{\sqrt{3}}{4}(a+b)^2$
- ④ $\frac{\sqrt{3}}{4}(b-a)^2$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{4}(a-b)^2$

해설



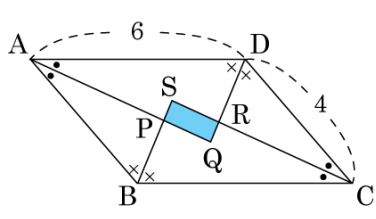
$\angle A = \angle C = 120^\circ$, $\angle B = \angle D = 60^\circ$ 이므로 $\square PQRS$ 는 직사각형이다.

$$\begin{aligned} \overline{PS} &= \overline{BS} - \overline{BP} \\ &= a \cdot \cos 30^\circ - b \cdot \cos 30^\circ \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2}(a-b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{PQ} &= \overline{AQ} - \overline{AP} \\ &= a \times \cos 60^\circ - b \times \cos 60^\circ \\ &= \frac{1}{2}(a-b) \end{aligned}$$

$$\therefore S = \overline{PS} \times \overline{PQ} = \frac{\sqrt{3}}{4}(a-b)^2 \text{ 이다.}$$

28. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle D$ 가 $\angle A$ 의 크기의 2 배일 때, 네 각의 이등분선이 만드는 사각형 PQRS 의 넓이가 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값은?(단, b 는 최소의 자연수)



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\angle A = \angle C = 60^\circ$, $\angle B = \angle D = 120^\circ$ 이므로 $\square PQRS$ 는 직사각형이다.

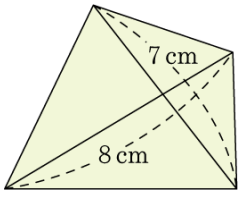
$$\overline{PS} = \overline{BS} - \overline{BP} = 6 \cdot \cos 60^\circ - 4 \cdot \cos 60^\circ = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

$$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 6a \times \cos 30^\circ - 4 \times \cos 30^\circ = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

$\therefore S = \overline{PS} \times \overline{PQ} = \sqrt{3}$ 이다.
따라서 $a+b = 1+3 = 4$ 이다.

29. 다음 그림과 같이 두 대각선의 길이가 각각 7 cm, 8 cm인 사각형의 넓이의 최댓값은?

- ① $14\sqrt{2}\text{ cm}^2$
- ② 28 cm^2
- ③ $14\sqrt{3}\text{ cm}^2$
- ④ $28\sqrt{3}\text{ cm}^2$
- ⑤ 56 cm^2

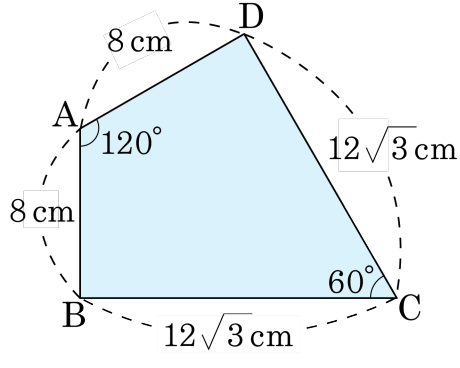


해설

$$S = \frac{1}{2} \times 7 \times 8 \times \sin \theta = 28 \sin \theta$$

이때 $\theta = 90^\circ$ 일 때, 최대이므로 최댓값은 $\sin 90^\circ$ 일 때이다.
따라서 S 의 최댓값은 28 cm^2 이다.

30. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 의 넓이는?

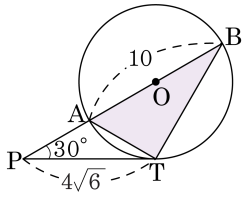


- ① $110\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $120\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $130\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ④ $124\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ $150\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

점 B 와 점 D 를 연결하면
 (□ABCD 의 넓이) = $\triangle ABD + \triangle BCD$
 $= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 120^\circ + \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{3} \times \sin 60^\circ$
 $= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $= 16\sqrt{3} + 108\sqrt{3} = 124\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

31. 오른쪽 그림과 같이 원 O의 지름 $\overline{AB}$ 의 연장선 위의 점 P에서 원 O에 그은 접선의 접점을 T라 하자. $\overline{PT} = 4\sqrt{6}$, $\overline{AB} = 10$, $\angle P = 30^\circ$ 일 때, $\triangle ATB$ 의 넓이는?



- ① $3\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $5\sqrt{2}$
 ④ $10\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{6}$

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 이므로 $\overline{PA}$ 의 길이를 x 라 하면

$$x(x+10) = 96$$

$$x^2 + 10x - 96 = 0$$

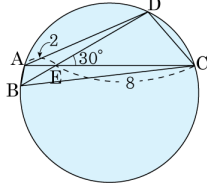
$$(x-6)(x+16) = 0$$

$$x = 6 \quad (\because x > 0)$$

따라서 $\triangle ATB$ 의 넓이는

$$\begin{aligned} \triangle BPT - \triangle APT &= \frac{1}{2} \times 16 \times 4\sqrt{6} \times \sin 30^\circ \\ &\quad - \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{6} \times \sin 30^\circ \\ &= 16\sqrt{6} - 6\sqrt{6} \\ &= 10\sqrt{6} \end{aligned}$$

32. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD 에서 $\overline{AE} = 2$, $\overline{EC} = 8$, $\angle DEC = 30^\circ$ 이다. 이 사각형의 넓이가 20 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?

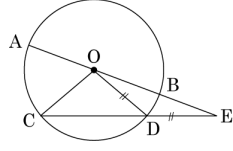


- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

□ABCD 의 넓이가 20 이므로
 $\frac{1}{2} \times 10 \times \overline{BD} \times \sin 30^\circ = 20$
 $\frac{1}{2} \times 10 \times \overline{BD} \times \frac{1}{2} = 20$
 $\therefore \overline{BD} = 8$
 $\overline{DE} = x$ 라면, $\overline{BE} = 8 - x$
 $2 \times 8 = x(8 - x), 16 = 8x - x^2$
 $x^2 - 8x + 16 = 0, (x - 4)^2 = 0$
 $\therefore x = 4$

33. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름 $\overline{AB}$ 와 현 CD 의 연장선의 교점을 E 라 하고 $\widehat{DO} = \widehat{DE}$, $\angle E = 30^\circ$ 라고 할 때, $(5.0\text{pt}\widehat{AC} \text{의 길이}) : (5.0\text{pt}\widehat{BD} \text{의 길이})$ 는?



- ① 2 : 1 ② 2 : 3 ③ 3 : 1 ④ 4 : 3 ⑤ 5 : 3

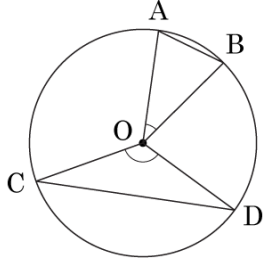
해설

$\angle BOD = 30^\circ$ ($\because \widehat{DE} = \widehat{DO}$)
 $\angle ODC = 60^\circ$ (삼각형의 외각의 성질)
 $\angle OCD = 60^\circ$ ($\because \widehat{OD} = \widehat{OC} =$ 반지름)

$$\therefore \angle AOC = \angle OCE + \angle BED = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$$

$$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{BD} = \angle AOC : \angle BOD = 90^\circ : 30^\circ = 3 : 1$$

34. 주어진 그림처럼 원 O 에서 $\angle COD = 3\angle AOB$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?



보기

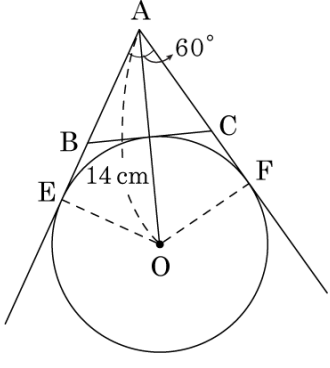
- ㉠ $\overline{AB} = 3 \times \overline{CD}$
- ㉡ $5.0\text{pt}\widehat{CD} = 3 \times 5.0\text{pt}\widehat{AB}$
- ㉢ $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 2 \times 5.0\text{pt}\widehat{BD}$
- ㉤ 삼각형 COD 의 넓이 = 삼각형 AOB 의 넓이
- ㉥ 부채꼴 COD 의 넓이 = $3 \times$ 부채꼴 AOB 의 넓이

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉤
- ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉤, ㉥

해설

호의 길이와 부채꼴의 넓이는 중심각에 정비례한다. 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

35. 점 E, 점 F가 원 O와 $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$ 의 접점이고, 선분 BC가 원 O와 내접할 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?

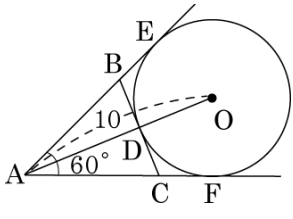


- ① $10\sqrt{3}\text{cm}$ ② $12\sqrt{3}\text{cm}$ ③ $14\sqrt{3}\text{cm}$
 ④ $16\sqrt{3}\text{cm}$ ⑤ $17\sqrt{3}\text{cm}$

해설

$\overline{AE} = \overline{AF} = 7\sqrt{3}\text{cm}$, $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CF}$ 이므로
 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AE} + \overline{AF} = 14\sqrt{3}(\text{cm})$

36. 다음 그림에서 점 D, E, F는 각각 원 O와 $\triangle ABC$ 의 $\overline{BC}$, 그리고 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 연장선과의 교점이다. $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



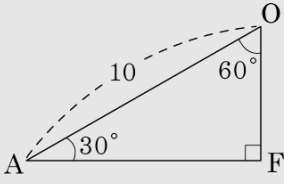
- ① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ 10 ④ $10\sqrt{2}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

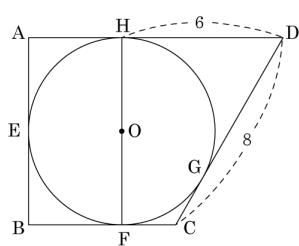
$$\overline{AF} : 10 = \sqrt{3} : 2, \quad \overline{AF} = 5\sqrt{3}$$

$$(\triangle ABC \text{의 둘레}) = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} =$$

$$2\overline{AF} = 10\sqrt{3}$$

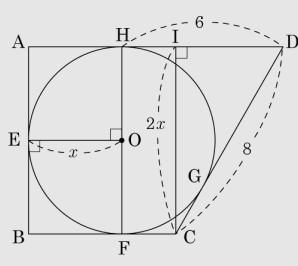


37. 다음 그림과 같이 원 O의 외접사각형 ABCD에서 네 점 E, F, G, H는 접점이고 선분 HF는 원 O의 지름이다. $\overline{CD} = 8$, $\overline{DH} = 6$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이는?



- ① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

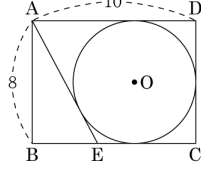


그림에서 반지름의 길이를 x 라 하고 C 에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의
발을 I 라 하자.

$\overline{CI} = 2x$, $\overline{DH} = 6$ 이므로 $\overline{DG} = 6$, $\overline{HI} = \overline{CF} = \overline{CG} = 2$ 이고
 $\overline{DI} = 4$

$$\Delta \text{CDI 에서 } (2x)^2 + 4^2 = 8^2 \quad \therefore x = 2\sqrt{3}$$

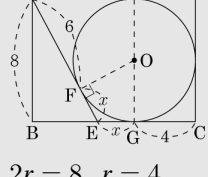
38. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AD} = 10$ 인 직사각형이다. 원 O 가 □AECD 에 내접할 때, △ABE 의 넓이를 구하면?



- ① $\frac{38}{3}$ ② $\frac{40}{3}$ ③ 14 ④ $\frac{44}{3}$ ⑤ $\frac{46}{3}$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면



$$2r = 8, r = 4$$

$\overline{FE} = \overline{EG} = x(x < 6)$ 라 하면

$\overline{BE} + \overline{EC} = 10$ 이므로 $\overline{BE} = 6 - x$ 이다.

△ABE 에서

$$(6 + x)^2 = (6 - x)^2 + 64, 24x = 64$$

$$\therefore x = \frac{8}{3}$$

$$\therefore \overline{BE} = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\therefore \triangle ABE = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{10}{3} = \frac{40}{3}$$

39. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c) + (c+a)(c-a)$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

- ① 직각삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 정삼각형
- ④ 예각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$(a+b-c)(a-b+c) = b(b+2c) + (c+a)(c-a)$ 에서
 $\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\} = b^2 + 2bc + c^2 - a^2$
 $a^2 - (b-c)^2 = -a^2 + b^2 + c^2 + 2bc$
 $2a^2 = 2b^2 + 2c^2$
 $\therefore a^2 = b^2 + c^2$
따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형이다.

40. $99 \times 101 \times (100^2 + 100 + 1) \times (100^2 - 100 + 1)$ 을 계산하면?

- ① $100^6 - 1$ ② $100^6 + 1$ ③ $100^9 - 1$
④ $100^9 + 1$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} 100 &= a \text{로 치환 하면} \\ (\text{준식}) &= (a-1)(a+1)(a^2+a+1)(a^2-a+1) \\ &= (a^3-1)(a^3+1) \\ &= a^6-1 \\ &= 100^6-1 \end{aligned}$$

41. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겹넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5 ② $\sqrt{29}$ ③ $\sqrt{33}$ ④ 6 ⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c 라 하면

$$2(ab + bc + ca) = 52$$

$$4(a + b + c) = 36 \rightarrow a + b + c = 9$$

(직육면체 대각선의 길이)

$$= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

$$= \sqrt{(a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)}$$

$$= \sqrt{81 - 52} = \sqrt{29}$$

42. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 2$, $a^2 + b^2 + c^2 = 6$, $abc = -1$ 일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ ab + bc + ca &= -1 \\ a^3 + b^3 + c^3 \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc \\ &= 2 \times (6 - (-1)) - 3 = 11\end{aligned}$$

43. $x + y = 2$, $x^3 + y^3 = 14$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $xy = -1$

② $x^2 + y^2 = 6$

③ $x^4 + y^4 = 34$

④ $x^5 + y^5 = 86$

⑤ $x^6 + y^6 = 198$

해설

① $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$ 에서

$$14 = 2^3 - 3xy \times 2$$

$$\therefore xy = -1$$

② $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$ 에서

$$x^2 + y^2 = 2^2 - 2(-1) = 6$$

③ $x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2$ 에서

$$x^4 + y^4 = 6^2 - 2(-1)^2 = 34$$

④ $x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y)$ 에서

$$x^5 + y^5 = 6 \times 14 - (-1)^2 \times 2 = 82 \neq 86$$

⑤ $x^6 + y^6 = (x^3 + y^3)^2 - 2x^3y^3$ 에서

$$x^6 + y^6 = 14^2 - 2(-1)^3 = 198$$

44. $x + \frac{1}{x} = 1$ 일때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 1 - 2 = -1 \\x^3 + \frac{1}{x^3} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 1 - 3 = -2 \\ \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) &= x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x} \\ (-1) \times (-2) &= x^5 + \frac{1}{x^5} + 1 \\ \therefore x^5 + \frac{1}{x^5} &= 1\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{x} = 1 \text{ 의 양변에 } x \text{ 를 곱하면} \\ x^2 - x + 1 = 0, (x + 1)(x^2 - x + 1) = 0, \\ x^3 + 1 = 0, x^3 = -1, \frac{1}{x^3} = -1 \\ x^5 + \frac{1}{x^5} = -x^2 - \frac{1}{x^2} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \\ = -(-1) = 1\end{aligned}$$

45. 다항식 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$ 를 인수분해 한 식은?

① $(2x - y - 2)(x + y - 1)$

② $(2x + y + 2)(x - y + 1)$

③ $(2x - y - 2)(x - y - 1)$

④ $(2x + y - 2)(x + y - 1)$

⑤ $(2x + y - 2)(x - y - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= 2x^2 - (y + 4)x - (y^2 - y - 2) \\&= 2x^2 - (y + 4)x - (y + 1)(y - 2) \\&= \{2x + (y - 2)\}\{x - (y + 1)\} \\&= (2x + y - 2)(x - y - 1)\end{aligned}$$

46. $x^2 + xy - 2y^2 - 2x - y + 1$ 을 인수분해하면?

① $(x + y - 1)(x + 2y - 1)$

② $(x - y - 1)(x + 2y - 1)$

③ $(x - y + 1)(x + 2y - 1)$

④ $(x - y - 1)(x + 2y + 1)$

⑤ $(x + y + 1)(x + 2y - 1)$

해설

x 에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해한다.

$$x^2 + (y - 2)x - 2y^2 - y + 1$$

$$= \{x - (y + 1)\}\{x + (2y - 1)\}$$

$$= (x - y - 1)(x + 2y - 1)$$

47. $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$ 을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$

② $(a-b)(b-c)(a-c)$

③ $-(b-a)(b-c)(c-a)$

④ $(a-b)(b-c)(c-a)$

⑤ $(a-b)(b-c)(c+a)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (c-b)a^2 + (b^2 - c^2)a + bc(c-b) \\ &= (c-b)\{a^2 - (c+b)a + bc\} \\ &= (c-b)(a-b)(a-c) \\ &= (a-b)(b-c)(c-a)\end{aligned}$$

48. 다음 □안에 들어갈 식이 바르게 연결되지 않은 것은?

$$\begin{aligned} & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\ &= (b-c)a^2 - \boxed{\text{가}} a + \boxed{\text{나}}(b-c) \\ &= \boxed{\text{다}} \{a^2 - \boxed{\text{라}} a + \boxed{\text{나}}\} \\ &= (b-c)(a-b)\boxed{\text{마}} \end{aligned}$$

- ① (가) $(b^2 - c^2)$ ② (나) bc ③ (다) $(b - c)$
- ④ (라) $(b + c)$ ⑤ (마) $(c - a)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\ &= (b-c)a^2 + b^2c - ab^2 + c^2a - bc^2 \\ &= (b-c)a^2 - \boxed{(b^2 - c^2)} a + \boxed{bc}(b-c) \\ &= \boxed{(b-c)} \{a^2 - \boxed{(b+c)} a + \boxed{bc}\} \\ &= (b-c)(a-b)\boxed{(a-c)} \end{aligned}$$

49. a, b, c, d 가 실수이고 $a^2 - b^2 = 3$, $c^2 + d^2 = 4$, $ab = 1$, $cd = 2$ 일 때, $a^2d^2 - b^2c^2$ 의 값을 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$a^2 - b^2 = 3 \cdots \text{㉠}$$

$$c^2 + d^2 = 4 \cdots \text{㉡}$$

$$ab = 1 \cdots \text{㉢}$$

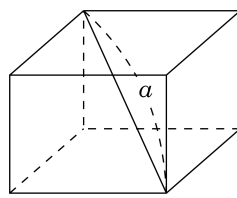
$$cd = 2 \cdots \text{㉣}$$

$$\text{㉡}, \text{㉣} \text{에서 } (c - d)^2 = 0 \quad (\because 2cd = 4)$$

$$\therefore c = d, \quad c^2 = d^2 = 2 \cdots \text{㉤}$$

$$\text{㉠}, \text{㉤} \text{에서 } a^2d^2 - b^2c^2 = 2(a^2 - b^2) = 2 \times 3 = 6$$

50. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선의 길이가 a 이고, 모든 모서리의 길이의 합이 b 일 때, 이 직육면체의 겉넓이는?



- ① $\frac{1}{16}b^2 - a^2$ ② $\frac{1}{8}b^2 - a^2$ ③ $\frac{1}{4}b^2 - a^2$
 ④ $\frac{1}{8}b^2 + a^2$ ⑤ $\frac{1}{16}b^2 + a^2$

해설

가로, 세로의 길이와 높이를 각각 x, y, z 라 하면

$$4(x + y + z) = b, \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = a$$

$$\therefore x + y + z = \frac{1}{4}b, x^2 + y^2 + z^2 = a^2$$

따라서, 구하는 직육면체의 겉넓이는

$$\begin{aligned}
 2(xy + yz + zx) &= (x + y + z)^2 - (x^2 + y^2 + z^2) \\
 &= \left(\frac{1}{4}b\right)^2 - a^2 \\
 &= \frac{1}{16}b^2 - a^2
 \end{aligned}$$