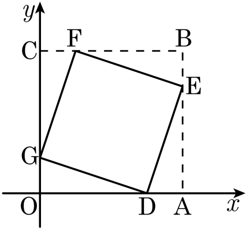
1. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$ 인 정사각형 DEFG 가 있고, $\overline{\mathrm{OD}}$ 의 길이는 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이보다 3 배 길다고 할 때, 점 D 와 점 F 를 지나는 그래프의 y 절편은?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{\mathrm{OD}} = 3\overline{\mathrm{AD}}$ 이므로 $\mathrm{D} = (a, 0)$ 이라고 하면

$\mathrm{G} = \left(0, \dfrac{1}{3}a\right)$

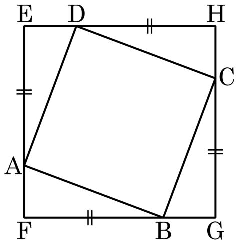
이를 피타고라스 정리에 대입하면

$\left(\dfrac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = a^2 + \dfrac{a^2}{9} = \dfrac{10a^2}{9}$ 이 되어 $a = \sqrt{2}$가 성립한다.

$\mathrm{D}(\sqrt{2}, 0)$, $\mathrm{F}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3}, \dfrac{4\sqrt{2}}{3}\right)$를 지나는 함수의 식을 구하면 $f(x) = -2x + 2\sqrt{2}$ 이다.

그러므로 함수 f 의 y 절편은 $2\sqrt{2}$ 이다.

2. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 EFGH 는 모두 정사각형이고 □ABCD $= 73\,\mathrm{cm}^2$, □EFGH $= 121\,\mathrm{cm}^2$, $\overline{\mathrm{BF}} > \overline{\mathrm{BG}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{BG}}$ 의 길이는?



① 3 cm　　② $\dfrac{7}{2}$ cm　　③ 4 cm

④ 8 cm　　⑤ $\dfrac{15}{2}$ cm

해설

□ABCD $= 73\,\mathrm{cm}^2$, □EFGH $= 121\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{73}\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{FG}}\,\mathrm{cm} = 11\,\mathrm{cm}$ 이다.

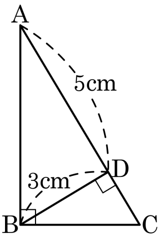
$\overline{\mathrm{BG}} = x\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{FB}} = y\,\mathrm{cm}$ 라고 할 때,

$x + y = 11$, $x^2 + y^2 = 73$ 이 성립한다.

$y = 11 - x$ 를 대입하여 정리하면 $x^2 - 11x + 24 = 0$

인수분해를 이용하면 $(x-3)(x-8) = 0$ 이므로 $x = 3$ ($\because \overline{\mathrm{BF}} > \overline{\mathrm{BG}}$)이다.

3. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BD} = 3\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\dfrac{2\sqrt{23}}{5}$ ② $\dfrac{3\sqrt{23}}{5}$ ③ $\dfrac{3\sqrt{34}}{5}$

④ $\dfrac{4\sqrt{34}}{5}$ ⑤ $\dfrac{18}{5}$

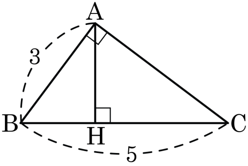
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{CD}$

$\overline{CD} = \dfrac{3^2}{5} = \dfrac{9}{5}(\,\text{cm})$

$x = \sqrt{3^2 + \left(\dfrac{9}{5}\right)^2} = \dfrac{3\sqrt{34}}{5}$

4. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 빗변에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH}$ 의 길이는?



① 1.2 ② 1.6 ③ 2 ④ 2.4 ⑤ 2.8

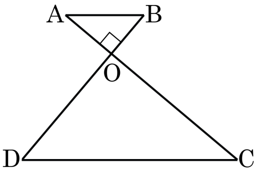
해설

$\overline{AC} = 4$ 이므로

$\overline{AH} \times 5 = 3 \times 4$

$\therefore \overline{AH} = 2.4$

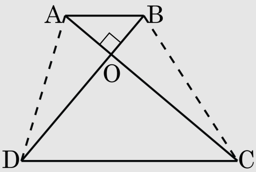
5. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{CD} = 11$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$ 의 값을 구하여라.



① 127 ② 130 ③ 137

④ 140 ⑤ 157

해설



$\triangle OAD$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 \cdots$ ①

$\triangle ODC$ 에서 $\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2 \cdots$ ②

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 \cdots$ ③

$\triangle OAB$ 에서 $\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 = \overline{AB}^2 \cdots$ ④

①과 ③을 변변 더하면

$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 \cdots$ ⑤

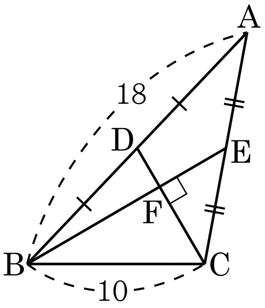
②와 ④를 변변 더하면

$\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2 + \overline{OC}^2 + \overline{OD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 \cdots$ ⑥

⑤와 ⑥에서 $\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로

$\overline{AD}^2 + \overline{BC}^2 = 4^2 + 11^2 = 16 + 121 = 137$

6. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점을 각각 D, E 라고 하고 $\overline{BE}\perp\overline{CD}$, $\overline{AB}=18$, $\overline{BC}=10$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



① $2\sqrt{11}$ ② $3\sqrt{11}$ ③ $4\sqrt{11}$ ④ $5\sqrt{11}$ ⑤ $6\sqrt{11}$

해설

$\overline{DE}$ 를 그으면 중점연결 정리에 의하여

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BC}=5$ 이다.

□DBCE 는 대각선이 직교하는 사각형이므로

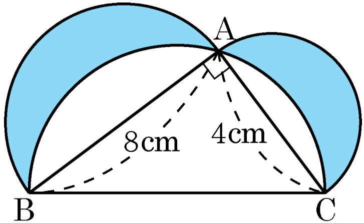
$\overline{BD}^2+\overline{EC}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$

$81+\overline{EC}^2=25+100$

$\therefore \overline{EC}=2\sqrt{11}(\because \overline{EC}>0)$

$\therefore \overline{AC}=2\times2\sqrt{11}=4\sqrt{11}$

7. 다음 그림은 $\overline{AC}=4\,\text{cm}$, $\overline{AB}=8\,\text{cm}$, $\angle A=90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① $10\,\text{cm}^2$　② $12\,\text{cm}^2$　③ $14\,\text{cm}^2$

④ $16\,\text{cm}^2$　⑤ $22\,\text{cm}^2$

해설

($\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이) $=8\pi$

($\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이) $=2\pi$ 이므로

($\triangle ABC$와 두 반원의 넓이의 합)$=(16+10\pi)\,\text{cm}^2$

또, $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=4\sqrt{5}\,\text{cm}$ 이므로

($\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 반지름)$=2\sqrt{5}\,\text{cm}$,

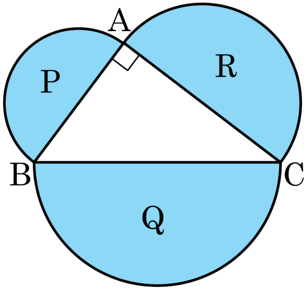
($\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이) $=10\pi$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$(16+10\pi)-10\pi=16(\text{cm}^2)$

8. 다음 보기에 주어진 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 P, Q, R 라 하자.

보기



$\mathrm{P}=\frac{9}{2}\pi\mathrm{cm}^2,\ \mathrm{Q}=\frac{25}{2}\pi\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 길이를 구하면?

① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

$\mathrm{R}=\mathrm{Q}-\mathrm{P}$ 이다.

$\mathrm{R}=\frac{25}{2}\pi-\frac{9}{2}\pi=8\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이므로

$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{2}\right)^2=8\pi$ 에서

$\overline{\mathrm{AC}}^2=64$ 이다.

따라서 $\overline{\mathrm{AC}}=8\mathrm{cm}(\because \overline{\mathrm{AC}}>0)$ 이다.

9. 한 변의 길이가 4 cm 인 정육각형에 내접하는 원의 넓이는?

① $4\pi\ \mathrm{cm}^2$ ② $8\pi\ \mathrm{cm}^2$ ③ $12\pi\ \mathrm{cm}^2$

④ $16\pi\ \mathrm{cm}^2$ ⑤ $24\pi\ \mathrm{cm}^2$

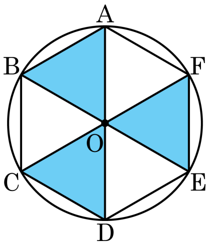
해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 4 cm 인 정삼각형이 되고 정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되기 때문에

$\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$ (cm) 이다.

따라서 원의 넓이는 $(2\sqrt{3})^2\pi = 12\pi$ (cm^2) 이다.

10. 다음 그림에서 반지름의 길이가 6 cm 인 원 O 의 둘레를 6 등분하는 점을 각각 A, B, C, D, E, F 라 한다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면? (색칠한 부분은 $\triangle AOB + \triangle FOE + \triangle COD$ 이다.)



① $24\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$　② $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

③ $12\,\mathrm{cm}^2$　④ $27\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $18\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

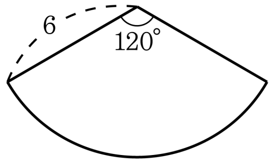
$\triangle AOB$ 는 길이가 6 cm 인 정삼각형이므로

$$\triangle AOB = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$9\sqrt{3} \times 3 = 27\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

11. 반지름이 6 이고 중심각이 $120°$ 인 부채꼴이 있다. 이 부채꼴로 원뿔의 옆면을 만들 때, 이 원뿔에 대한 설명으로 <u>틀린</u> 것을 모두 고르면?



① 밑면의 반지름의 길이는 2 이다.

② 부채꼴 둘레의 길이와 밑면의 둘레의 길이는 같다.

③ 부채꼴 호의 길이는 4π 이다.

④ 원뿔의 높이는 4 이다.

⑤ 원뿔의 부피는 $\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$ 이다.

해설

① 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r이라 하면

$2\times6\times\pi\times\frac{120°}{360°}=2\times r\times\pi \therefore r=2$

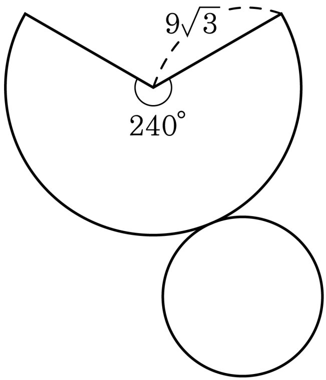
② 부채꼴 둘레의 길이와 밑면의 둘레의 길이가 같은 것이 아니라, 부채꼴 호의 길이와 밑면의 둘레가 같은 것이다.

③부채꼴 호의 길이는 $2\pi\times6\times\frac{120°}{360°}=4\pi$이다.

④원뿔의 높이는 $\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$이다.

⑤원뿔의 부피는 $2\times2\times\pi\times4\sqrt{2}\times\frac{1}{3}=\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$이다.

12. 다음 그림과 같이 원뿔의 모선의 길이가 $9\sqrt{3}$cm 이고 중심각의 크기가 240° 인 부채꼴로 원뿔을 만들 때, 원뿔의 부피를 구하면?

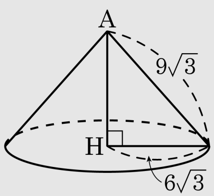


① $108\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$ ② $109\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$ ③ $110\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$
④ $111\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$ ⑤ $112\sqrt{15}\pi\text{cm}^3$

해설

밑면의 반지름의 길이를 r 라 하면
밑면의 원의 둘레의 길이는

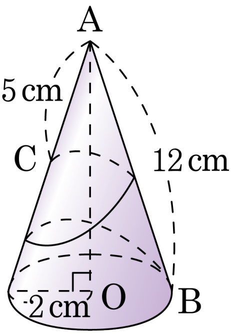
$$2\pi r = 18\sqrt{3}\pi \times \frac{240°}{360°} \quad \therefore r = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$



$$\overline{\text{AH}}^2 = (9\sqrt{3})^2 - (6\sqrt{3})^2 = 243 - 108 = 135$$
$$\therefore \overline{\text{AH}} = 3\sqrt{15}(\text{cm})$$

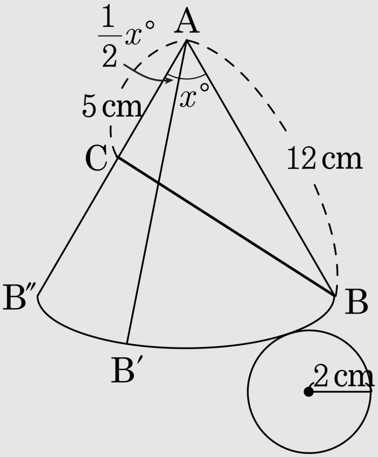
$$(\text{원뿔의 부피}) = \frac{1}{3}\pi \times (6\sqrt{3})^2 \times 3\sqrt{15} = 108\sqrt{15}\pi(\text{cm}^3)$$

13. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2cm 이고 모선의 길이가 12cm 인 원뿔에서 점 P 가 밑면의 점 B 를 출발하여 원뿔의 옆면을 따라 모선 위의 점 C 까지 한 바퀴 반을 돌아서 이동한다. 이때, 점 P 가 움직인 최단 거리는?



① 12 cm ② 13 cm ③ 14 cm ④ 15 cm ⑤ 17 cm

해설



1) 부채꼴의 중심각을 구하는 공식은

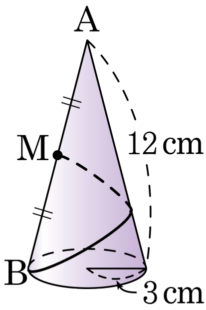
$$\text{중심각} = \frac{\text{밑면의 반지름}}{\text{모선}} \times 360° \text{ 이므로}$$

$$x = \frac{2}{12} \times 360°,\ x = 60°$$

$\therefore \angle B''AB = 90°$

2) $\overline{CB}$ 의 최단 거리는 $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13\,\text{cm}$이다.

14. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 12cm 이고, 밑면인 원의 반지름의 길이가 3cm 인 원뿔에서 모선 AB 의 중점을 M 이라 하자. 점 B 에서 원뿔의 옆면을 따라 점 M 에 이르는 최단 거리를 구하면?



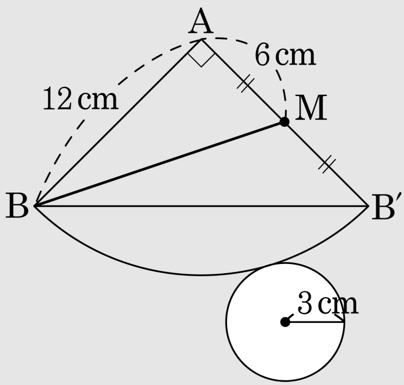
① $6\sqrt{5}$ cm ② $5\sqrt{6}$ cm ③ 5 cm
④ $5\sqrt{3}$ cm ⑤ $6\sqrt{2}$ cm

해설

전개했을 때 부채꼴의 중심각을 x 라 하면, 부채꼴의 호의 길이와 밑면의 둘레의 길이가 같으므로

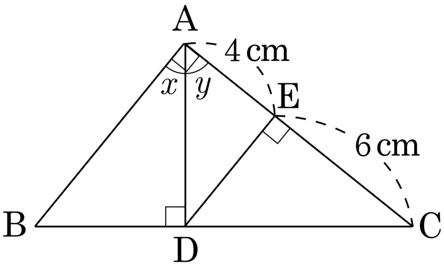
$$2\pi \times 12 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 3$$

$\therefore x = 90°$



$\therefore$ 최단 거리 $\overline{BM} = \sqrt{12^2 + 6^2} = 6\sqrt{5}$(cm) 이다.

15. 다음 그림과 같이 $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, D 에서 변 AC 에 내린 수선의 발을 E 라 한다. $\overline{AE} = 4\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 이고, $\angle BAD = x$, $\angle CAD = y$ 일 때, $\sin x + \cos y$ 의 값은?



① $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　② $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$　③ $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$
④ $\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$　⑤ $\dfrac{2\sqrt{15}}{3}$

해설

$x + y = 90°$ 이므로

$$\sin x + \cos y = \sin x + \cos(90° - x) = \sin x + \sin x = 2\sin x$$

$\overline{DE}^2 = 4 \times 6 = 24$

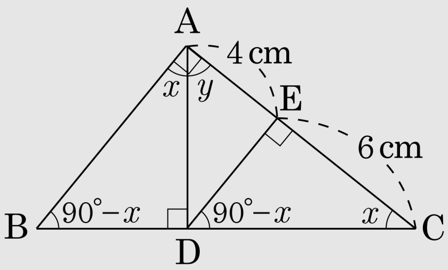
$\therefore \overline{DE} = 2\sqrt{6}\,\text{cm}$

$\overline{CD}^2 = 6 \times 10 = 60$

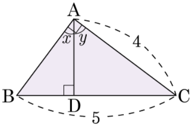
$\therefore \overline{CD} = 2\sqrt{15}\,\text{cm}$

$\triangle CDE$ 에서 $\sin x = \dfrac{\overline{DE}}{\overline{CD}} = \dfrac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{15}} = \dfrac{\sqrt{10}}{5}$

$\therefore \sin x + \cos y = 2\sin x = 2 \times \dfrac{\sqrt{10}}{5} = \dfrac{2\sqrt{10}}{5}$



16. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\angle BAD = x$, $\angle DAC = y$ 라 할 때, $12(\tan x + \tan y)$ 의 값은?



① 10 ② 12 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$\triangle CAB \backsim \triangle DAB \backsim \triangle DAC$(AA 닮음)

$\overline{AB} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$

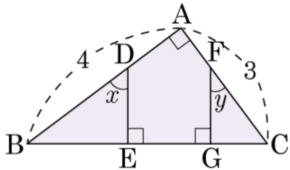
$\angle x = \angle C$, $\angle y = \angle B$ 이므로

$\tan x = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \dfrac{3}{4}$, $\tan y = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \dfrac{4}{3}$

$\therefore \tan x + \tan y = \dfrac{3}{4} + \dfrac{4}{3} = \dfrac{25}{12}$

$12(\tan x + \tan y) = 12 \times \dfrac{25}{12} = 25$

17. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{DE}} \perp \overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{FG}} \perp \overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, $\sin x - \cos y$ 의 값은?



① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ -2

해설

$\overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

$\triangle$ABC와 $\triangle$EBD에서

$\angle$B는 공통, $\angle \mathrm{BAC} = \angle \mathrm{BED} = 90°$이므로

$\triangle \mathrm{ABC} \backsim \triangle \mathrm{EBD}$(AA 닮음)

따라서 $\angle x = \angle \mathrm{C}$이므로 $\sin x = \sin C = \dfrac{4}{5}$

$\triangle$ABC와 $\triangle$GFC에서 $\angle$C는 공통,

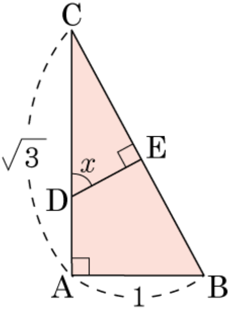
$\angle \mathrm{BAC} = \angle \mathrm{FGC} = 90°$이므로

$\triangle \mathrm{ABC} \backsim \triangle \mathrm{GFC}$(AA 닮음)

따라서 $\angle y = \angle \mathrm{B}$ 이므로 $\cos y = \cos \mathrm{B} = \dfrac{4}{5}$ 이다.

$\therefore \sin x - \cos y = \dfrac{4}{5} - \dfrac{4}{5} = 0$

18. 다음 그림에서 $\sin x$ 의 값은?



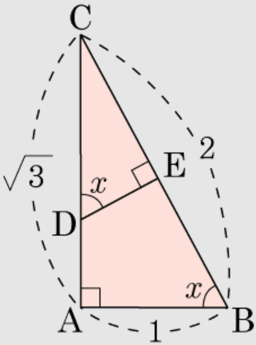
① $\sqrt{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

해설

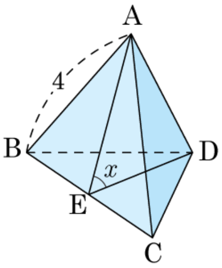
$\triangle CDE \backsim \triangle CBA$(AA 닮음) 이므로 $\angle x = \angle B$, $\sin x = \sin B$

$\overline{BC} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$

$\therefore \sin x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$



19. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4 인 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 E 라 하자. $\angle AED = x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$
④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{16}$

해설

점 A 에서 밑면 △BCD 에 내린 수선의 발 H 는 △BCD 의 무게중심이 된다.

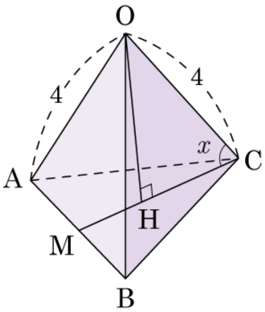
$\therefore \ \overline{EH} = \frac{1}{3}\overline{ED}$

△DBC 에서 $\overline{ED} = \overline{AE} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

$\overline{EH} = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

△AEH 에서 $\cos x = \frac{\overline{EH}}{\overline{AE}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \div 2\sqrt{3} = \frac{1}{3}$

20. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 4 인 정사면체의 한 꼭지점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle OCH = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값은?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$

④ $\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

$$\overline{CM} = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\overline{CH} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{OH} = \sqrt{4^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{32}{3}} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$$

$$\therefore \ \tan x = \frac{\overline{OH}}{\overline{CH}} = \frac{\frac{4\sqrt{6}}{3}}{\frac{4\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{2}$$

21. 좌표평면 위에 두 점 A(5, 3), B(2, 1) 을 지나는 직선이 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan\theta$ 의 값을 구하면?

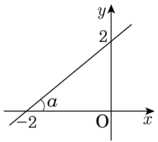
① $\frac{3}{4}$　② $\frac{4}{5}$　③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{4\sqrt{13}}{13}$　⑤ $\frac{5\sqrt{13}}{13}$

해설

$\tan\theta = \frac{(\text{높이})}{(\text{밑변})} = \frac{(y\text{의 변화량})}{(x\text{의 변화량})} = |(\text{일차함수의 기울기})|$ 이므로 $\tan\theta = \frac{3-1}{5-2} = \frac{2}{3}$ 이다.

22. 다음 그래프를 보고 직선의 기울기의 값을 x, a 의 크기를 $y°$ 라 할 때, $x+y$ 의 값을 구하면?



① 16 ② 31 ③ 46 ④ 61 ⑤ 91

해설

$$(\text{직선의 기울기}) = \frac{2}{2} = 1$$

$\tan a = 1$

$\therefore a = 45°$

따라서 $x+y = 1+45 = 46$ 이다.

23. 함수 $f(x) = \sqrt{2}\cos x + \sin^2 x + 3 \ (0° < x < 90°)$ 이 최댓값을 가질 때의 x 의 값은?

① $15°$ ② $30°$ ③ $45°$ ④ $60°$ ⑤ $75°$

해설

$$f(x) = \sqrt{2}\cos x + 1 - \cos^2 x + 3$$
$$= -\cos^2 x + \sqrt{2}\cos x + 4$$
$$= -\left(\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \frac{9}{2}$$

$0° < x < 90°$ 일 때, $0 < \cos x < 1$ 이므로 함수 $f(x)$는 $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 일 때, 최댓값을 갖는다.

$\therefore \ x = 45°$

24. $45° < A < 90°$ 일 때, $\sqrt{(\cos A - \sin A)^2} + \sqrt{(\cos A + \sin A)^2} = \frac{8}{5}$ 을 만족하는 A 에 대하여 $\sin A + \cos A$ 의 값을 구하면?

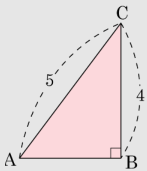
① $-\frac{8}{5}$ ② $-\frac{7}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{8}{5}$

해설

$45° < A < 90°$ 일 때, $\cos A < \sin A$ 이다.

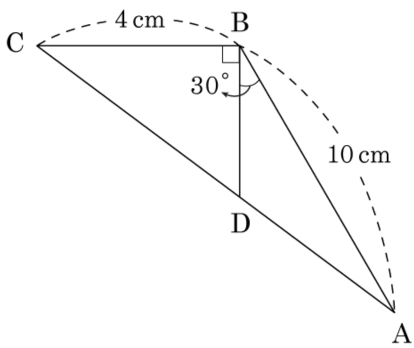
$$\sqrt{(\cos A - \sin A)^2} + \sqrt{(\cos A + \sin A)^2}$$
$$= -(\cos A - \sin A) + (\cos A + \sin A)$$
$$= -\cos A + \sin A + \cos A + \sin A$$
$$= 2\sin A = \frac{8}{5}$$

따라서 $\sin A = \frac{4}{5}$ 이므로 다음과 같은 $\angle B = 90°, \overline{AC} = 5, \overline{BC} = 4$ 인 직각삼각형이 나온다.



그러므로 $\sin A = \frac{4}{5}$ 이고, $\cos A = \frac{3}{5}$ 이므로 $\sin A + \cos A = \frac{4}{5} + \frac{3}{5} = \frac{7}{5}$ 이다.

25. 다음과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 의 길이는?



① $3\sqrt{3}$cm

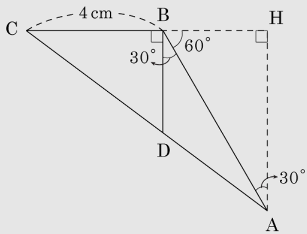
② $\dfrac{7\sqrt{3}}{2}$cm

③ $4\sqrt{3}$cm

④ $\dfrac{20\sqrt{3}}{9}$cm

⑤ $5\sqrt{3}$cm

해설



$$\overline{AH}=\overline{AB}\sin 60°=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}(\text{cm})$$

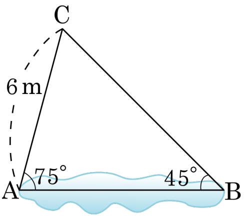
$$\overline{BH}=\overline{AB}\cos 60°=10\times\frac{1}{2}=5(\text{cm})$$

$$\overline{AH}:\overline{DB}=\overline{HC}:\overline{BC}$$

$$5\sqrt{3}:\overline{DB}=9:4$$

$$\overline{BD}=\frac{20\sqrt{3}}{9}(\text{cm})$$

26. 다음 그림과 같은 호수의 폭 $\overline{AB}$ 를 구하기 위하여 호수의 바깥쪽에 점 C 를 정하고 필요한 부분을 측량하였더니 $\overline{AC} = 6\text{m}$, $\angle BAC = 75°$, $\angle ABC = 45°$ 였다. 이 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



① $2\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{6}$

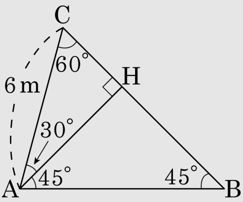
④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

해설

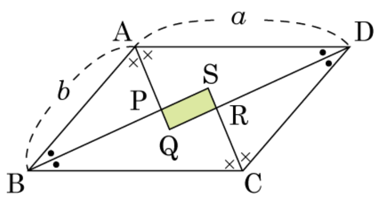
점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\triangle ACH$ 에서 $\overline{AH} = \overline{AC}\sin 60° = 6 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}\,(\text{m})$

따라서 $\triangle ABH$ 에서

$\overline{AB} = \dfrac{\overline{AH}}{\sin 45°} = 3\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{6}\,(\text{m})$ 이다.



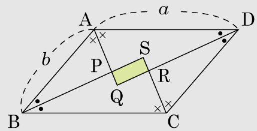
27. $\overline{AD}=a$, $\overline{AB}=b(a>b)$ 인 평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 비는 $2:1$ 이다. 다음 그림과 같이 네 각의 이등분선이 만드는 사각형 PQRS 의 넓이를 구하면?



① $\dfrac{\sqrt{3}}{2}(a-b)^2$　② $\dfrac{\sqrt{3}}{4}(a-b)^2$　③ $\dfrac{\sqrt{3}}{4}(a+b)^2$

④ $\dfrac{\sqrt{3}}{4}(b-a)^2$　⑤ $\dfrac{\sqrt{2}}{4}(a-b)^2$

해설



$\angle A=\angle C=120^\circ$, $\angle B=\angle D=60^\circ$ 이므로 □PQRS 는 직사각형이다.

$\overline{PS}=\overline{BS}-\overline{BP}$

$\quad=a\cdot\cos 30^\circ-b\cdot\cos 30^\circ$

$\quad=\dfrac{\sqrt{3}}{2}(a-b)$

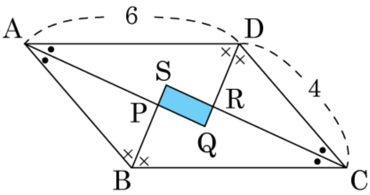
$\overline{PQ}=\overline{AQ}-\overline{AP}$

$\quad=a\times\cos 60^\circ-b\times\cos 60^\circ$

$\quad=\dfrac{1}{2}(a-b)$

$\therefore S=\overline{PS}\times\overline{PQ}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}(a-b)^2$ 이다.

28. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle D$ 가 $\angle A$ 의 크기의 2 배일 때,
네 각의 이등분선이 만드는 사각형 PQRS 의 넓이가 $a\sqrt{b}$ 이다. $a+b$ 의 값은?(단, b는 최소의 자연수)



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\angle A = \angle C = 60°$, $\angle B = \angle D = 120°$ 이므로 □PQRS 는 직사각형이다.

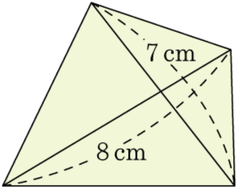
$\overline{PS} = \overline{BS} - \overline{BP} = 6 \cdot \cos 60° - 4 \cdot \cos 60° = 2 \times \frac{1}{2} = 1$

$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP} = 6a \times \cos 30° - 4 \times \cos 30° = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$

$\therefore S = \overline{PS} \times \overline{PQ} = \sqrt{3}$ 이다.

따라서 $a+b = 1+3 = 4$ 이다.

29. 다음 그림과 같이 두 대각선의 길이가 각각 7 cm, 8 cm 인 사각형의 넓이의 최댓값은?



① $14\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ② $28\,\mathrm{cm}^2$

③ $14\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ④ $28\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

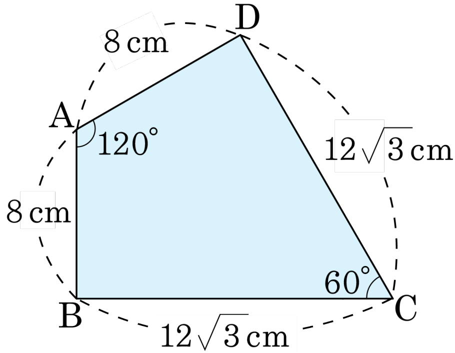
⑤ $56\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$S = \frac{1}{2} \times 7 \times 8 \times \sin\theta = 28\sin\theta$$

이때 $\theta = 90°$일 때, 최대이므로 최댓값은 $\sin 90°$일 때이다.
따라서 S 의 최댓값은 $28\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

30. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 의 넓이는?



① $110\sqrt{3}\text{cm}^2$　② $120\sqrt{3}\text{cm}^2$　③ $130\sqrt{3}\text{cm}^2$

④ $124\sqrt{3}\text{cm}^2$　⑤ $150\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

점 B 와 점 D 를 연결하면

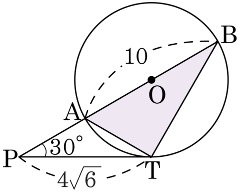
($\square$ABCD 의 넓이)$= \triangle ABD + \triangle BCD$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 120^\circ + \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{3} \times \sin 60^\circ$$

$$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 16\sqrt{3} + 108\sqrt{3} = 124\sqrt{3}(\text{cm}^2)$$

31. 오른쪽 그림과 같이 원 O의 지름 $\overline{AB}$의 연장선 위의 점 P에서 원 O에 그은 접선의 접점을 T라 하자. $\overline{PT} = 4\sqrt{6}$, $\overline{AB} = 10$, $\angle P = 30°$ 일 때, $\triangle ATB$ 의 넓이는?



① $3\sqrt{2}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $5\sqrt{2}$

④ $10\sqrt{3}$ ⑤ $10\sqrt{6}$

해설

$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 이므로 $\overline{PA}$ 의 길이를 x 라 하면

$x(x+10) = 96$

$x^2 + 10x - 96 = 0$

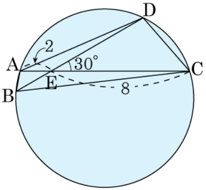
$(x-6)(x+16) = 0$

$x = 6$ $(\because \ x > 0)$

따라서 $\triangle ATB$ 의 넓이는

$$\begin{aligned}\triangle BPT - \triangle APT &= \frac{1}{2} \times 16 \times 4\sqrt{6} \times \sin 30° \\ &\quad - \frac{1}{2} \times 6 \times 4\sqrt{6} \times \sin 30° \\ &= 16\sqrt{6} - 6\sqrt{6} \\ &= 10\sqrt{6}\end{aligned}$$

32. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 사각형 ABCD 에서 $\overline{AE}=2$, $\overline{EC}=8$, $\angle DEC=30°$ 이다. 이 사각형의 넓이가 20 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

□ABCD 의 넓이가 20 이므로

$\frac{1}{2}\times 10\times \overline{BD}\times \sin 30° = 20$

$\frac{1}{2}\times 10\times \overline{BD}\times \frac{1}{2} = 20$

$\therefore\ \overline{BD}=8$

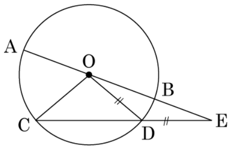
$\overline{DE}=x$ 라면, $\overline{BE}=8-x$

$2\times 8 = x(8-x),\ 16=8x-x^2$

$x^2-8x+16=0, (x-4)^2=0$

$\therefore x=4$

33. 다음 그림과 같이 원 O 의 지름 $\overline{AB}$ 와 현 CD 의 연장선의 교점을 E 라 하고 $\overline{DO} = \overline{DE}$, $\angle E = 30°$ 라고 할 때, (5.0pt$\overset{\frown}{AC}$의 길이) : (5.0pt$\overset{\frown}{BD}$의 길이) 는?



① 2 : 1 ② 2 : 3 ③ 3 : 1 ④ 4 : 3 ⑤ 5 : 3

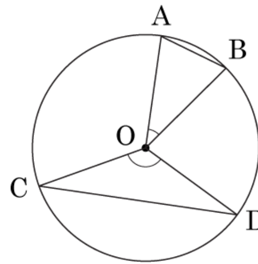
해설

$\angle BOD = 30°$ $(\because \overline{DE} = \overline{DO})$
$\angle ODC = 60°$ (삼각형의 외각의 성질)
$\angle OCD = 60°$ $(\because \overline{OD} = \overline{OC} =$ 반지름$)$

$$\therefore \angle AOC = \angle OCE + \angle BED = 60° + 30° = 90°$$

5.0pt$\overset{\frown}{AC}$: 5.0pt$\overset{\frown}{BD}$ $= \angle AOC : \angle BOD = 90° : 30° = 3 : 1$

34. 주어진 그림처럼 원 O 에서 $\angle COD = 3\angle AOB$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?



보기

㉠ $\overline{AB} = 3 \times \overline{CD}$

㉡ 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ $= 3 \times$ 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$

㉢ 5.0pt$\overset{\frown}{AC}$ $= 2 \times$ 5.0pt$\overset{\frown}{BD}$

㉣ 삼각형 COD 의 넓이 = 삼각형 AOB 의 넓이

㉤ 부채꼴 COD 의 넓이 = 3× 부채꼴 AOB 의 넓이

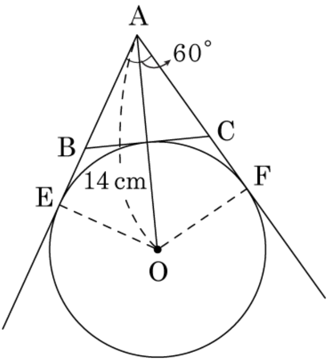
① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉡, ㉤

④ ㉢, ㉣　⑤ ㉣, ㉤

해설

호의 길이와 부채꼴의 넓이는 중심각에 정비례한다. 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

35. 점 E, 점 F가 원 O와 $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$의 접점이고, 선분 BC가 원 O와 내접할 때, △ABC의 둘레의 길이는?



① $10\sqrt{3}$cm　② $12\sqrt{3}$cm　③ $14\sqrt{3}$cm

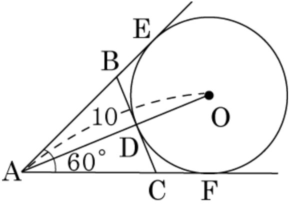
④ $16\sqrt{3}$cm　⑤ $17\sqrt{3}$cm

해설

$\overline{AE}=\overline{AF}=7\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CF}$이므로

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{AE}+\overline{AF}=14\sqrt{3}(\text{cm})$

36. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 각각 원 O 와 $\triangle ABC$ 의 $\overline{BC}$, 그리고 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 연장선과의 교점이다. $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?

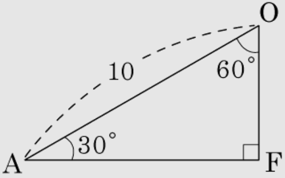


① $2\sqrt{3}$　② $4\sqrt{2}$　③ 10　④ $10\sqrt{2}$　⑤ $10\sqrt{3}$

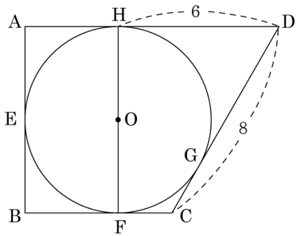
해설

$\overline{AF} : 10 = \sqrt{3} : 2$,　$\overline{AF} = 5\sqrt{3}$

($\triangle ABC$ 의 둘레)$= \overline{AF} + \overline{AE} = 2\overline{AF} = 10\sqrt{3}$

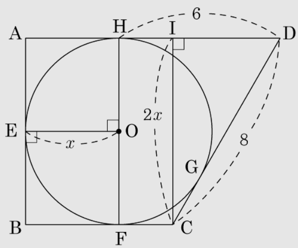


37. 다음 그림과 같이 원 O 의 외접사각형 ABCD 에서 네 점 E, F, G, H 는 접점이고 선분 HF 는 원 O 의 지름이다. $\overline{CD} = 8, \overline{DH} = 6$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



① 3 ② $\sqrt{10}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

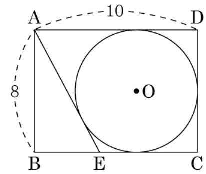


그림에서 반지름의 길이를 x 라 하고 C 에서 $\overline{AD}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 하자.

$\overline{CI} = 2x,\ \overline{DH} = 6$ 이므로 $\overline{DG} = 6,\ \overline{HI} = \overline{CF} = \overline{CG} = 2$ 이고 $\overline{DI} = 4$

$\triangle CDI$ 에서 $(2x)^2 + 4^2 = 8^2 \quad \therefore\ x = 2\sqrt{3}$

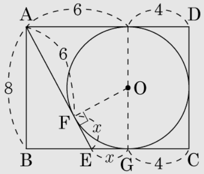
38. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AD} = 10$ 인 직사각형이다. 원 O 가 □AECD 에 내접할 때, △ABE 의 넓이를 구하면?



① $\frac{38}{3}$ ② $\frac{40}{3}$ ③ 14 ④ $\frac{44}{3}$ ⑤ $\frac{46}{3}$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r 라 하면



$2r = 8,\ r = 4$

$\overline{FE} = \overline{EG} = x(x < 6)$ 라 하면

$\overline{BE} + \overline{EC} = 10$ 이므로 $\overline{BE} = 6 - x$ 이다.

△ABE 에서

$(6 + x)^2 = (6 - x)^2 + 64,\ 24x = 64$

$\therefore x = \frac{8}{3}$

$\therefore \overline{BE} = 6 - \frac{8}{3} = \frac{10}{3}$

$\therefore \triangle ABE = \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{10}{3} = \frac{40}{3}$

39. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c에 대하여 $(a+b-c)(a-b+c)=b(b+2c)+(c+a)(c-a)$가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형 ② 이등변삼각형 ③ 정삼각형

④ 예각삼각형 ⑤ 둔각삼각형

해설

$(a+b-c)(a-b+c)=b(b+2c)+(c+a)(c-a)$에서

$\{a+(b-c)\}\{a-(b-c)\}=b^2+2bc+c^2-a^2$

$a^2-(b-c)^2=-a^2+b^2+c^2+2bc$

$2a^2=2b^2+2c^2$

$\therefore\ a^2=b^2+c^2$

따라서, 이 삼각형은 빗변의 길이가 a인 직각삼각형이다.

40. $99 \times 101 \times (100^2 + 100 + 1) \times (100^2 - 100 + 1)$을 계산하면?

① $100^6 - 1$ ② $100^6 + 1$ ③ $100^9 - 1$

④ $100^9 + 1$ ⑤ 1

해설

$100 = a$로 치환 하면

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= (a-1)(a+1)(a^2+a+1)(a^2-a+1) \\
&= \left(a^3-1\right)\left(a^3+1\right) \\
&= a^6 - 1 \\
&= 100^6 - 1
\end{aligned}
$$

41. 직육면체 모양의 상자가 있다. 이 상자의 겉넓이는 52이고, 모서리의 길이의 합은 36이다. 이 상자의 대각선의 길이는?

① 5　② $\sqrt{29}$　③ $\sqrt{33}$　④ 6　⑤ $\sqrt{42}$

해설

세 모서리의 길이를 a, b, c라 하면

$2(ab+bc+ca)=52$

$4(a+b+c)=36 \ \rightarrow \ a+b+c=9$

(직육면체 대각선의 길이)

$=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

$=\sqrt{(a+b+c+)^2-2(ab+bc+ca)}$

$=\sqrt{81-52}=\sqrt{29}$

42. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c=2,\ a^2+b^2+c^2=6,\ abc=-1$ 일 때, $a^3+b^3+c^3$ 의 값은?

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^3+2(ab+bc+ca)$

$ab+bc+ca=-1$

$a^3+b^3+c^3$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$

$=2\times(6-(-1))-3=11$

43. $x+y=2,\ x^3+y^3=14$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $xy=-1$ ② $x^2+y^2=6$ ③ $x^4+y^4=34$

④ $x^5+y^5=86$ ⑤ $x^6+y^6=198$

해설

① $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$ 에서

$14=2^3-3xy\times 2$

$\therefore\ xy=-1$

② $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ 에서

$x^2+y^2=2^2-2(-1)=6$

③ $x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2$ 에서

$x^4+y^4=6^2-2(-1)^2=34$

④ $x^5+y^5=(x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y)$ 에서

$x^5+y^5=6\times 14-(-1)^2\times 2=82\neq 86$

⑤ $x^6+y^6=(x^3+y^3)^2-2x^3y^3$ 에서

$x^6+y^6=14^2-2(-1)^3=198$

44. $x+\frac{1}{x}=1$ 일때, $x^5+\frac{1}{x^5}$ 의 값은?

① 1　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 7

해설

$$x^2+\frac{1}{x^2}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-2=1-2=-1$$

$$x^3+\frac{1}{x^3}=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-3\left(x+\frac{1}{1}\right)=1-3=-2$$

$$\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)\left(x^3+\frac{1}{x^3}\right)=x^5+\frac{1}{x^5}+x+\frac{1}{x}$$

$$(-1)\times(-2)=x^5+\frac{1}{x^5}+1$$

$$\therefore\ x^5+\frac{1}{x^5}=1$$

해설

$x+\frac{1}{x}=1$ 의 양변에 x를 곱하면

$x^2-x+1=0,\ (x+1)(x^2-x+1)=0,$

$x^3+1=0,\ x^3=-1,\ \frac{1}{x^3}=-1$

$$x^5+\frac{1}{x^5}=-x^2-\frac{1}{x^2}=-\left(x^2+\frac{1}{x^2}\right)$$

$$=-(-1)=1$$

45. 다항식 $2x^2-xy-y^2-4x+y+2$를 인수분해 한 식은?

① $(2x-y-2)(x+y-1)$　② $(2x+y+2)(x-y+1)$

③ $(2x-y-2)(x-y-1)$　④ $(2x+y-2)(x+y-1)$

⑤ $(2x+y-2)(x-y-1)$

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준 식}) &= 2x^2-(y+4)x-(y^2-y-2)\\
&= 2x^2-(y+4)x-(y+1)(y-2)\\
&= \{2x+(y-2)\}\{x-(y+1)\}\\
&= (2x+y-2)(x-y-1)
\end{aligned}
$$

46. $x^2 + xy - 2y^2 - 2x - y + 1$을 인수분해하면?

① $(x+y-1)(x+2y-1)$
② $(x-y-1)(x+2y-1)$
③ $(x-y+1)(x+2y-1)$
④ $(x-y-1)(x+2y+1)$
⑤ $(x+y+1)(x+2y-1)$

해설

x에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해한다.

$x^2 + (y-2)x - 2y^2 - y + 1$

$= \{x-(y+1)\}\{x+(2y-1)\}$

$= (x-y-1)(x+2y-1)$

47. $a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)$을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$

② $(a-b)(b-c)(a-c)$

③ $-(b-a)(b-c)(c-a)$

④ $(a-b)(b-c)(c-a)$

⑤ $(a-b)(b-c)(c+a)$

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= (c-b)a^2+(b^2-c^2)a+bc(c-b) \\
&= (c-b)\{a^2-(c+b)a+bc\} \\
&= (c-b)(a-b)(a-c) \\
&= (a-b)(b-c)(c-a)
\end{aligned}
$$

48. 다음 □안에 들어갈 식이 바르게 연결되지 <u>않은</u> 것은?

$$a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$$
$$=(b-c)a^2-\boxed{(가)}\,a+\boxed{(나)}\,(b-c)$$
$$=\boxed{(다)}\,\{a^2-\boxed{(라)}\,a+\boxed{(나)}\}$$
$$=(b-c)(a-b)\boxed{(마)}$$

① (가) (b^2-c^2) ② (나) bc ③ (다) $(b-c)$
④ (라) $(b+c)$ ⑤ (마) $(c-a)$

해설

$$a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$$
$$=(b-c)a^2+b^2c-ab^2+c^2a-bc^2$$
$$=(b-c)a^2-\boxed{(b^2-c^2)}\,a+\boxed{bc}\,(b-c)$$
$$=\boxed{(b-c)}\left\{a^2-\boxed{(b+c)}\,a+\boxed{bc}\right\}$$
$$=(b-c)(a-b)\boxed{(a-c)}$$

49. $a,\ b,\ c,\ d$가 실수이고 $a^2-b^2=3,\ c^2+d^2=4,\ ab=1,\ cd=2$일 때, $a^2d^2-b^2c^2$의 값을 구하면?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$a^2-b^2=3 \cdots$ ㉠

$c^2+d^2=4 \cdots$ ㉡

$ab=1 \cdots$ ㉢

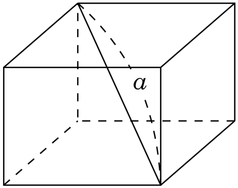
$cd=2 \cdots$ ㉣

㉡, ㉣에서 $(c-d)^2=0$ $(\because 2cd=4)$

$\therefore c=d,\ c^2=d^2=2 \cdots$ ㉤

㉠,㉤에서 $a^2d^2-b^2c^2=2(a^2-b^2)=2\times 3=6$

50. 다음 그림과 같은 직육면체에서 대각선의 길이가 a이고, 모든 모서리의 길이의 합이 b일 때, 이 직육면체의 겉넓이는?



① $\dfrac{1}{16}b^2 - a^2$　② $\dfrac{1}{8}b^2 - a^2$　③ $\dfrac{1}{4}b^2 - a^2$

④ $\dfrac{1}{8}b^2 + a^2$　⑤ $\dfrac{1}{16}b^2 + a^2$

해설

가로, 세로의 길이와 높이를 각각 x, y, z라 하면

$4(x+y+z) = b,\ \sqrt{x^2+y^2+z^2} = a$

$\therefore\ x+y+z = \dfrac{1}{4}b,\ x^2+y^2+z^2 = a^2$

따라서, 구하는 직육면체의 겉넓이는

$$2(xy+yz+zx) = (x+y+z)^2 - (x^2+y^2+z^2)$$

$$= \left(\frac{1}{4}b\right)^2 - a^2$$

$$= \frac{1}{16}b^2 - a^2$$