1. 다음 표는 종후네 학교의 각반의 수학성적 편차를 나타낸 것이다. a의 값을 구하여라.

회	1	2	3	4	5	6	7	8
편차	3	2	-2	1	-1	-2	a	3

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

회	1	2	3	4	5	6	7	8
편차	3	2	-2	1	-1	-2	-4	3

2. 다음 표는 9 명의 학생에 대한 턱걸이 횟수의 기록을 나타낸 것이다. 이때, 턱걸이 횟수에 대한 중앙값과 최빈값을 구하여라.

횟수	4	5	6	7	8	합계
학생의 수	3	2	2	1	1	9

▶ 답 :

▶ 답 :

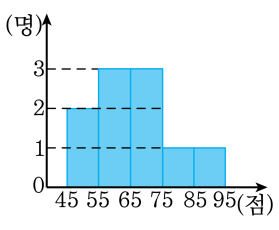
▷ 정답 : 중앙값 : 5

▷ 정답 : 최빈값 : 4

해설

변량을 순서대로 나열하면
4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 7, 8이므로 중앙값은 5이고, 학생 수가 가장 많은 턱걸이 횟수인 4가 최빈값이다.

3. 다음은 A 반 1 분단 학생들의 기말고사 수학 성적을 조사하여 나타낸 히스토그램이다. 학생들 10 명의 수학 성적의 분산은?



① 108 ② 121 ③ 132 ④ 144 ⑤ 156

해설

주어진 히스토그램을 이용하여 도수분포표로 나타내면 다음과 같다.

계급값	도수	(계급값)×(도수)
50	2	100
60	3	180
70	3	210
80	1	80
90	1	90
계	12	660

학생들의 수학성적의 평균은

(평균)

$= \dfrac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$= \dfrac{660}{10} = 66(\text{점})$

따라서 구하는 분산은

$\dfrac{1}{10}\{(50-66)^2 \times 2 + (60-66)^2 \times 3 + (70-66)^2 \times 3 + (80-66)^2 \times 1 + (90-66)^2 \times 1\}$

$= \dfrac{1}{10}(512 + 108 + 48 + 196 + 576) = 144$ 이다.

4. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.

② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.

④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.

⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

5. 다음 표는 동건이의 일주일동안 수학공부 시간을 조사하여 나타낸 것이다. 수학공부 시간의 평균은?

요일	일	월	화	수	목	금	토
시간	2	1	0	3	2	1	5

① 1 시간 ② 2 시간 ③ 3 시간
④ 4 시간 ⑤ 5 시간

해설

$(\text{평균}) = \dfrac{\{(\text{변량})\text{의총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의갯수}\}}$ 이므로

$\dfrac{2+1+0+3+2+1+5}{7} = \dfrac{14}{7} = 2(\text{시간})$ 이다.

6. 영웅이의 4 회에 걸친 수학 쪽지 시험의 성적이 평균이 45 점이었다. 5 회의 시험 성적이 떨어져 5 회까지의 평균이 4 회까지의 평균보다 5 점 내렸다면 5 회의 성적은 몇 점인가?

① 14 점 ② 16 점 ③ 18 점 ④ 20 점 ⑤ 22 점

해설

4 회까지의 평균이 45 이므로 4회 시험까지의 총점은
$45 \times 4 = 180$(점)
5 회까지의 평균은 45 점에서 5 점이 내린 40 점이므로 5 회째의 성적을 x 점이라고 하면
$\frac{180 + x}{5} = 40, \quad 180 + x = 200 \quad \therefore x = 20$(점)

7. 수진이의 4 회에 걸친 영어 단어 쪽지 시험의 성적의 평균이 8.5 점이었다. 5 회 째의 시험 성적이 떨어져 5 회까지의 평균이 4 회까지의 평균보다 1 점 내렸다면 5 회 째의 성적을 구하여라.

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 3.5 점

해설

4 회까지의 평균이 8.5 점이므로 4 회 시험까지의 총점은
$8.5 \times 4 = 34$(점)
5 회까지의 평균은 8.5 점에서 1 점이 내린 7.5 점이므로 5 회째의 성적을 x 점이라고 하면
$\frac{34+x}{5} = 7.5,\ \ 34+x = 37.5 \ \ \therefore x = 3.5$(점)

8. 어느 고등학교 동아리 회원 45 명의 몸무게의 평균이 60kg 이다. 5 명의 회원이 탈퇴한 후 나머지 40 명의 몸무게의 평균이 59.5kg 이 되었다. 이때, 동아리를 탈퇴한 5 명의 회원의 몸무게의 평균은?

① 60kg ② 61kg ③ 62kg ④ 63kg ⑤ 64kg

해설

동아리를 탈퇴한 5 명의 학생의 몸무게의 합을 $x$kg 이라고 하면

$\frac{60 \times 45 - x}{40} = 59.5$, $2700 - x = 2380$ $\therefore$ $x = 320$(kg)

따라서 동아리를 탈퇴한 5 명의 회원의 몸무게의 평균은

$\frac{320}{5} = 64$(kg) 이다.

9. 희영이네 반 학생 38 명의 몸무게의 평균이 58kg 이다. 2 명의 학생이 전학을 온 후 총 40 명의 학생의 몸무게의 평균이 58.5kg 이 되었다. 이때, 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은?

① 60kg ② 62kg ③ 64kg ④ 66kg ⑤ 68kg

해설

전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 합을 $x$kg 이라고 하면

$\frac{38 \times 58 + x}{40} = 58.5, \quad 2204 + x = 2340 \quad \therefore \ x = 136(\text{kg})$

따라서 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은

$\frac{136}{2} = 68(\text{kg})$ 이다.

10. 철수의 4 회에 걸친 수학 성적이 80, 82, 86, 76 이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 84 점이 되겠는가?

① 90 점 ② 92 점 ③ 94 점 ④ 96 점 ⑤ 98 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$(\text{평균}) = \frac{80 + 82 + 86 + 76 + x}{5} = 84$$

$$\frac{324 + x}{5} = 84$$

$$324 + x = 420$$

$$\therefore x = 96(\text{ 점})$$

11. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 200 까지의 짝수 Y : 1 부터 200 까지의 홀수 Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

① $x = y = z$ ② $x < y = z$ ③ $x = y < z$

④ $x = y > z$ ⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

12. 5개의 변량 $3, 5, 9, 6, x$의 평균이 6일 때, 분산은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3+5+9+6+x}{5}=6$$

$$23+x=30$$

$$\therefore x=7$$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, 0, 1$이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+0^2+1^2}{5}=\frac{9+1+9+1}{5}=\frac{20}{5}=4$$

13. 다섯 개의 수 5, 3, a, b, 10 의 평균이 4 이고, 분산이 4 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -34

해설

다섯 개의 수 5, 3, a, b, 10 의 평균이 4 이므로

$\frac{5+3+a+b+10}{5}=4,\ a+b+18=20$

$\therefore\ a+b=2\cdots$㉠

또, 분산이 4 이므로

$\frac{(5-4)^2+(3-4)^2+(a-4)^2}{5}+$

$\frac{(b-4)^2+(10-4)^2}{5}=4$

$\frac{1+1+a^2-8a+16+b^2-8b+16+36}{5}=4$

$\frac{a^2+b^2-8(a+b)+70}{5}=4$

$a^2+b^2-8(a+b)+70=20$

$\therefore\ a^2+b^2-8(a+b)=-50\cdots$㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=8(a+b)-50=8\times2-50=-34$

14. 다섯 개의 변량 8, 7, x, y, 9의 평균이 8이고, 분산이 5일 때, $4xy$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 210

해설

다섯 개의 변량 8, 7, x, y, 9 의 평균이 8 이므로

$\frac{8+7+x+y+9}{5} = 8,\ x+y+24 = 40$

$\therefore\ x+y = 16 \cdots ㉠$

또, 분산이 5이므로

$\frac{(8-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5}$

$+\frac{(y-8)^2+(9-8)^2}{5} = 5$

$\frac{0+1+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5} = 5$

$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+130}{5} = 5$

$x^2+y^2-16(x+y)+130 = 25$

$\therefore\ x^2+y^2-16(x+y) = -105 \cdots ㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2 = 16(x+y)-105 = 16\times 16-105 = 151$

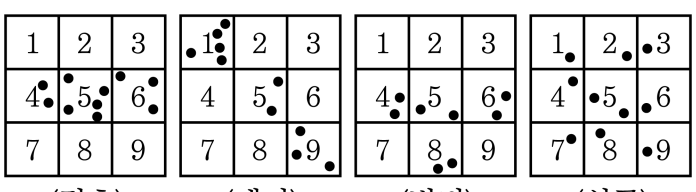
$\therefore\ x^2+y^2 = 151 \cdots ㉢$

$(x+y)^2 = x^2+y^2+2xy,$

$16^2 = 151+2xy,\ 2xy = 105$

$\therefore\ 4xy = 210$

15. 정호, 제기, 범진, 성규 4 명의 사격선수가 10 발씩 사격한 후의 결과가 다음과 같다. 표준편차가 가장 적은 사람은 누구인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 정호

해설

평균 근처에 가장 많이 발사한 선수는 정호이다.

16. 다음 중 [보기] A, B, C 의 표준편차의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

보기

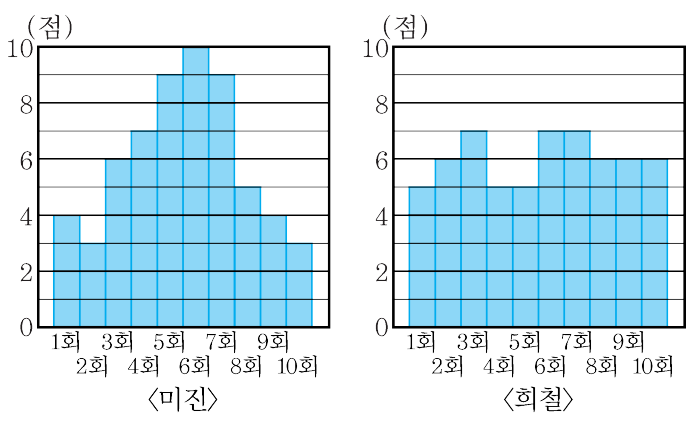
A. 1 부터 50 까지의 자연수
B. 51 부터 100 까지의 자연수
C. 1 부터 100 까지의 홀수

① C>A=B ② A>B=C ③ C>A>B
④ B>C>A ⑤ A=B=C

해설

A 와 B 의 표준편차는 같고, C 의 표준편차는 이들보다 크다.

17. 다음은 미진이와 희철이가 10 회에 걸친 수학 시험에서 얻은 점수를 히스토그램으로 나타낸 것이다. 어느 학생의 성적이 더 고르다고 할 수 있는가?



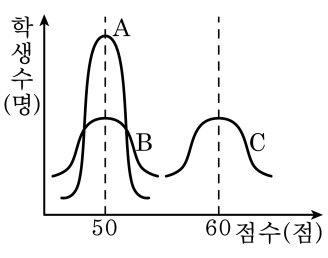
▶ 답:

▷ 정답: 희철

해설

희철의 성적이 평균을 중심으로 변량의 분포가 더 고르다.

18. 다음은 A 반, B 반, C 반의 수학성적 분포에 관한 그래프이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라. (단, 점선을 중심으로 각각의 그래프는 대칭이다.



보기

㉠ C 반 학생의 성적이 평균적으로 A 반 학생의 성적보다 좋다.
㉡ A 반 학생의 성적이 B 반 학생의 성적보다 더 고르다.
㉢ 고득점자는 A 반 학생보다 B 반 학생이 더 많다.
㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
㉤ 중위권 학생은 B 반 보다 A 반에 더 많다.

▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▶ 답 :
▷ 정답 : ㉠
▷ 정답 : ㉡
▷ 정답 : ㉢
▷ 정답 : ㉤

해설

㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
⇒ C 반 학생의 평균이 더 높다.

19. 변량 $x_1, x_2, x_3, \cdots, x_n$의 평균이 10, 분산이 5일 때, 변량 $4x_1+1, 4x_2+1, 4x_3+1, \cdots 4x_n+1$의 평균, 분산을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 평균 : 41

▷ 정답: 분산 : 80

해설

(평균)$= 4 \cdot 10 + 1 = 41$
(분산)$= 4^2 \cdot 5 = 80$

20. 4 개의 변량 a, b, c, d 의 평균이 10 이고, 표준편차가 3 일 때, 변량 $a+5, b+5, c+5, d+5$ 의 평균과 표준편차를 차례로 나열하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 평균 : 15

▷ 정답: 표준편차 : 3

해설

평균 : $1 \cdot 10 + 5 = 15$
표준편차 : $|1| \cdot 3 = 3$

21. 다음 네 개의 변수 a, b, c, d 에 대하여 다음 보기 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① $a+1$, $b+1$, $c+1$, $d+1$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 1 만큼 크다.

② $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 배만큼 크다.

③ $2a+3$, $2b+3$, $2c+3$, $2d+3$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차보다 2 배만큼 크다.

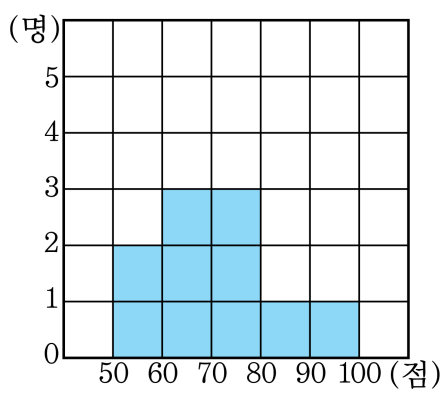
④ $4a+7$, $4b+7$, $4c+7$, $4d+7$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 4 배이다.

⑤ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9 배이다.

해설

② $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 배만큼 크다.
→ $a+3$, $b+3$, $c+3$, $d+3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 만큼 크다.
⑤ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9 배이다.
→ $3a$, $3b$, $3c$, $3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 3 배이다.

22. 다음 히스토그램은 학생 10명의 과학 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 12 ② 72 ③ 80 ④ 120 ⑤ 144

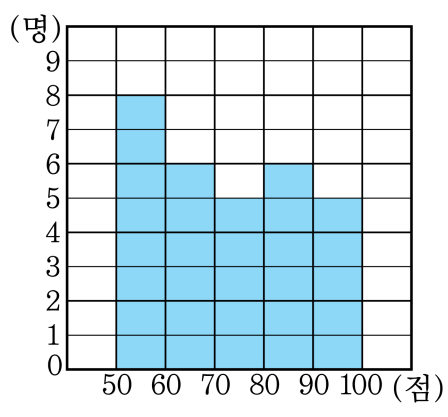
해설

평균 : $\frac{55\times 2+65\times 3+75\times 3+85\times 1}{10}+\frac{95\times 1}{10}=71$

편차 : $-16,\ -6,\ 4,\ 14,\ 24$

분산 : $\frac{(-16)^2\times 2+(-6)^2\times 3+4^2\times 3}{10}+\frac{14^2\times 1+24^2\times 1}{10}=\frac{1440}{10}=144$

23. 다음은 희종이네 반 학생 30 명의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 희종이네 반 학생들의 수학 성적의 분산과 표준편차를 차례대로 구하면?



① $\frac{53}{2}, \frac{\sqrt{106}}{2}$ ② $\frac{161}{2}, \frac{\sqrt{322}}{2}$ ③ $\frac{571}{3}, 4\sqrt{11}$
④ $\frac{628}{3}, \frac{2\sqrt{471}}{3}$ ⑤ $\frac{525}{4}, 5\sqrt{21}$

해설

평균 : $\frac{55\times 8+65\times 6+75\times 5+85\times 6}{30}+\frac{95\times 5}{30}=73$

편차 : $-18,\ -8,\ 2,\ 12,\ 22$

분산 : $\frac{(-18)^2\times 8+(-8)^2\times 6+2^2\times 5+12^2}{30}+\frac{6+22^2\times 5}{30}=\frac{628}{3}$

표준편차 : $\sqrt{\frac{628}{3}}=\frac{2\sqrt{471}}{3}$

24. 다음 도수분포표는 어느 반에서 20명 학생의 체육 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 반 학생들의 체육 실기 점수의 분산과 표준편차는?

점수(점)	1	2	3	4	5
학생 수(명)	2	5	8	3	2

① 분산 : 1.15, 표준편차 : $\sqrt{1.15}$

② 분산 : 1.17, 표준편차 : $\sqrt{1.17}$

③ 분산 : 1.19, 표준편차 : $\sqrt{1.19}$

④ 분산 : 1.21, 표준편차 : $\sqrt{1.21}$

⑤ 분산 : 1.23, 표준편차 : $\sqrt{1.23}$

해설

평균 : $\dfrac{2\times1+2\times5+3\times8+4\times3+5\times2}{20}=2.9$

편차 : $-1.9,\ -0.9,\ 0.1,\ 1.1,\ 2.1$

분산 : $\dfrac{(-1.9)^2\times2+(-0.9)^2\times5+0.1^2\times8}{20}+\dfrac{1.1^2\times3+2.1^2\times2}{20}=1.19$

표준편차 : $\sqrt{1.19}$

25. 다음은 학생 20 명의 턱걸이 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산은?(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
$3^{\text{이상}} \sim 5^{\text{미만}}$	6
$5^{\text{이상}} \sim 7^{\text{미만}}$	3
$7^{\text{이상}} \sim 9^{\text{미만}}$	8
$9^{\text{이상}} \sim 11^{\text{미만}}$	3
합계	20

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

학생들의 턱걸이 횟수의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{4 \times 6 + 6 \times 3 + 8 \times 8 + 10 \times 3}{20}$$

$$= \frac{24 + 18 + 64 + 30}{20} = 6.8(\text{회})$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{20}\{(4-7)^2 \times 6 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 8 + (10-7)^2 \times 3\}$$

$$= \frac{1}{20}(54 + 3 + 8 + 27) = 4.6$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 5 이다.

26. 다음은 학생 10 명의 윗몸일으키기 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산을 구하여라.(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
$3^{\text{이상}} \sim 5^{\text{미만}}$	3
$5^{\text{이상}} \sim 7^{\text{미만}}$	3
$7^{\text{이상}} \sim 9^{\text{미만}}$	2
$9^{\text{이상}} \sim 11^{\text{미만}}$	2

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

학생들의 윗몸일으키기 횟수의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{4 \times 3 + 6 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 2}{10}$$
$$= \frac{12 + 18 + 16 + 20}{10} = 6.6(\text{회})$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(4-7)^2 \times 3 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 2\}$$
$$= \frac{1}{10}(27 + 3 + 2 + 18) = 5$$

27. 다음은 주영이가 10 회의 수학 쪽지 시험에서 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.

횟수	1 회	2 회	3 회	4 회	5 회
점수 (점)	62	77	60	71	74

6 회	7 회	8 회	9 회	10 회
78	62	54	65	80

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 68

▷ 정답 : 최빈값 : 62

해설

주영이의 수학 점수를 순서대로 나열하면
54, 60, 62, 62, 65, 71, 74, 77, 78, 80 이므로
중앙값은 $\frac{65+71}{2} = 68$, 최빈값은 62 이다.

28. 다음은 민영이의 10 회의 영어 듣기 시험에서 얻은 점수를 나타낸 표이다. 이때, 중앙값과 최빈값을 차례대로 구하여라.

횟수	1회	2회	3회	4회	5회	6회	7회	8회	9회	10회
점수(점)	78	62	60	54	64	78	61	82	84	80

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 중앙값 : 71

▷ 정답 : 최빈값 : 78

해설

민영이의 수학 점수를 순서대로 나열하면
54, 60, 61, 62, 64, 78, 78, 80, 82, 84 이므로
중앙값은 $\frac{64+78}{2} = 71$, 최빈값은 78 이다.

29. 다음은 진규네 반과 영미네 반 학생들이 가지고 있는 책의 갯수를 조사하여 나타낸 것이다. 진규네 반과 영미네 반의 중앙값의 합을 구하여라.

진규네 반	4, 6, 3, 5, 7, 6, 8
영미네 반	8, 10, 9, 12, 2, 10, 7

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

진규네 반의 책의 갯수를 크기순으로 나열하면
3, 4, 5, 6, 6, 7, 8 이므로 중앙값은 6 이다.
영미네 반의 책의 갯수를 크기순으로 나열하면
2, 7, 8, 9, 10, 10, 12 이므로 중앙값은 9 이다.
따라서 중앙값의 합은 $6 + 9 = 15$ 이다.

30. 은정이는 5 회에 걸친 사회 시험에서 4 회까지 83 점, 84 점, 79 점, 90 점을 받았고, 5 회는 병결로 인해 4 회까지의 평균 성적의 50 % 를 받았다. 은정이의 5 회에 걸친 사회시험 성적의 평균은?

① 72 점 ② 73.2 점 ③ 75.6 점

④ 77.8 점 ⑤ 82 점

해설

4 회 까지의 평균 : $\dfrac{83+84+79+90}{4} = \dfrac{336}{4} = 84(\text{점})$

5 회 성적 : $84 \times \dfrac{50}{100} = 42(\text{점})$

(5 회에 걸친 사회 성적의 평균)

$= \dfrac{83+84+79+90+42}{5} = \dfrac{378}{5} = 75.6(\text{점})$

31. 세호네 반 학생 30 명의 몸무게의 총합은 2100 , 몸무게의 제곱의 총합은 150000 일 때, 세호네 반 학생 몸무게의 표준편차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$(\text{분산}) = \frac{\{(\text{변량})^2 \text{ 의 총 합}\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$\frac{150000}{30} - 70^2 = 100$, 즉 분산은 100 이다.

따라서 표준편차는 10 이다.

32. 찬수네 반 학생 35 명의 수학점수의 총합은 2800 , 수학점수의 제곱의 총합은 231000 일 때, 찬수네 반 학생 수학 성적의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

$$(\text{분산}) = \frac{\{(\text{변량})^2 \text{ 의 총 합}\}}{\text{변량의 총 개수}} - (\text{평균})^2$$

$$\frac{231000}{35} - 80^2 = 200$$

즉, 분산은 200 이다.

33. x, y, z의 평균이 5이고 분산이 2일 때, 세 수 x^2, y^2, z^2의 평균은?

① 20 ② 23 ③ 24 ④ 26 ⑤ 27

해설

세 수 x, y, z의 평균이 8이므로

$\frac{x+y+z}{3} = 5$

$\therefore x+y+z = 15 \cdots ㉠$

또, 분산이 2이므로 $\frac{(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2}{3} = 2$

$(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2 = 6$

$\therefore x^2+y^2+z^2-10(x+y+z)+75 = 6$

위 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-10(15)+75 = 6$

$x^2+y^2+z^2 = 81$

따라서 $x^2+y^2+z^2$의 평균은 $\frac{81}{3} = 27$이다.

34. 세 수 a, b, c 의 평균이 8 이고 분산이 3 일 때, 세 수 a^2, b^2, c^2 의 평균을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 67

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 8 이므로

$\frac{a+b+c}{3} = 8$

$\therefore a+b+c = 24 \cdots ㉠$

또, a, b, c 의 분산이 3 이므로

$\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2}{3} = 3$

$(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2 = 9$

$\therefore a^2+b^2+c^2-16(a+b+c)+192 = 9$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2-16(24)+192 = 9$

$a^2+b^2+c^2 = 201$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은 $\frac{a^2+b^2+c^2}{3} = \frac{201}{3} = 67$ 이다.

35. 다음 자료의 평균이 8이고 분산이 2일 때, x^2+y^2의 값을 구하여라.

9	7	x	10	y

▶ 답:

▷ 정답: 100

해설

평균이 8이므로

$$\frac{9+7+x+10+y}{5}=8$$

$$26+x+y=40$$

$$\therefore x+y=14\cdots㉠$$

분산이 2이므로

$$\frac{(9-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5}$$

$$+\frac{(10-8)^2+(y-8)^2}{5}$$

$$=\frac{1+1+(x-8)^2+(10-8)^2+(y-8)^2}{5}=2$$

$$(x-8)^2+(y-8)^2=10-6=4$$

$$x^2+y^2-16(x+y)+128=4$$

위 식에 ㉠을 대입하면 $x^2+y^2-16(14)+128=4$

$$\therefore x^2+y^2=100$$

36. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2.2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.

③ B 의 표준편차가 A 의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B 이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.2=\sqrt{4.84}$	$2\sqrt{2}=\sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}=\sqrt{\frac{10}{4}}=\sqrt{2.5}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A 이다.

37. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

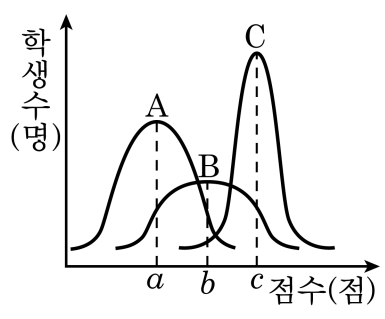
학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.1 = \sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3} = \sqrt{\frac{10}{9}} = \sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

38. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.

② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.

③ C반 성적이 가장 고르다.

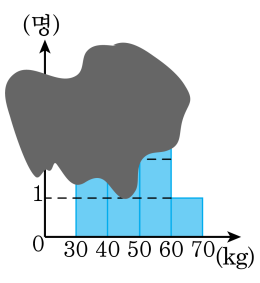
④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.

⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

해설

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

39. 다음은 영웅이네 반 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 젖어 잉크가 번져 버렸다. 이때, 계급값이 35 인 학생이 전체의 20% 이고, 50kg 미만인 학생은 모두 5 명이다. 이 반 학생 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 84

해설

계급값이 35 인 학생이 전체의 20% 이므로 $10 \times \frac{20}{100} = 2$(명)

50kg 미만인 학생은 모두 5 명이므로 $2 + x = 5, \quad x = 3$

50kg 이상 60kg 미만의 도수는 $10 - (2 + 3 + 1) = 4$

학생들의 몸무게의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10}$$

$$= \frac{490}{10} = 49(\text{ kg})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(35-49)^2 \times 2 + (45-49)^2 \times 3 + (55-49)^2 \times 4 + (65-49)^2 \times 1\}$$

$$= \frac{1}{10}(392 + 48 + 144 + 256) = 84$$

이다.

40. 다음 도수분포표는 정섭이네 반 학생들의 턱걸이 기록을 나타낸 것이다. 턱걸이 기록에 대한 분산과 표준편차를 차례대로 구하여라.

횟수(회)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
학생 수(명)	1	3	7	5	7	9	4	2	1	1

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 2

해설

평균:

$$\frac{1+2\times3+3\times7+4\times5+5\times7+6\times9}{40}$$

$$+\frac{7\times4+8\times2+9+10}{40}=5$$

편차: $-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$

분산: $\frac{16+9\times3+4\times7+5}{40}$

$$+\frac{9\times2+16+25}{40}=4$$

표준편차: 2

41. 지호네 반 학생 40 명의 몸무게의 평균은 60 kg 이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38 명의 몸무게의 평균이 59.5 kg 이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5 kg ② 65.5 kg ③ 67 kg

④ 69 kg ⑤ 69.5 kg

해설

40 명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400(\text{kg})$

전학생 2 명을 뺀 38 명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261(\text{kg})$

전학생 2 명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139(\text{kg})$

$\therefore$ (전학생 2 명의 몸무게의 평균)$= \dfrac{139}{2} = 69.5(\text{kg})$

42. 다음 조건을 만족하는 50 개의 변량 x_1, x_2, x_3, $\cdots$, x_{48}, x_{49}, x_{50} 의 분산을 구하여라.

㉠ $x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{48} + x_{49} + x_{50} = 100$
㉡ $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \cdots + x_{48}^2 + x_{49}^2 + x_{50}^2 = 800$

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{48} + x_{49} + x_{50} = 100$ 이므로 평균은

$\dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{48} + x_{49} + x_{50}}{50} = \dfrac{100}{50} = 2$

이므로 각 변량에 대한 편차는 $x_1 - 2$, $x_2 - 2$, $x_3 - 2$, $\cdots$, $x_{48} - 2$, $x_{49} - 2$, $x_{50} - 2$ 이다.

따라서 분산은

$\dfrac{1}{50}\{(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_3 - 2)^2 + \cdots + (x_{48} - 2)^2 + (x_{49} - 2)^2 + (x_{50} - 2)^2\}$

$= \dfrac{1}{50}\{(x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \cdots + x_{48}^2 + x_{49}^2 + x_{50}^2) - 4(x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{48} + x_{49} + x_{50}) + 4 \times 50\}$

$= \dfrac{800 - 4 \times 100 + 4 \times 50}{50} = 12$ 이다.

43. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 5, 3 일 때, $\frac{1}{2}x^2$, $\frac{1}{2}y^2$, $\frac{1}{2}z^2$ 의 평균은?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5 이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=5$$

$\therefore x+y+z=15$ ……㉠

또한, x, y, z 의 분산이 3 이므로

$$\frac{(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2}{3}=3$$

$$(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2=9$$

$$x^2-10x+25+y^2-10y+25+z^2-10z+25=9$$

$$x^2+y^2+z^2-10(x+y+z)+75=9$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

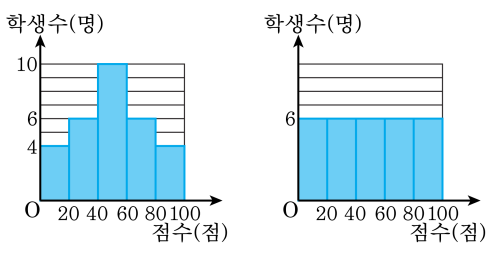
$$x^2+y^2+z^2-10\times15+75=9$$

$\therefore x^2+y^2+z^2=84$

따라서 $\frac{1}{2}x^2$, $\frac{1}{2}y^2$, $\frac{1}{2}z^2$ 의 평균은

$\frac{1}{3}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}+\frac{z^2}{2}\right)=\frac{1}{6}(x^2+y^2+z^2)=\frac{84}{6}=14$ 이다.

44. 다음 그림은 A, B 두 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 골라라.



〈A반〉 〈B반〉

보기

㉠ A 반 학생 성적이 B 반 학생 성적보다 고르다.

㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다.

㉢ A 반 학생 성적의 표준편차가 B 반 학생 성적의 표준편차보다 크다.

㉣ 80 점 100 점 사이에 있는 학생은 B 반에 더 많다.

㉤ 중위권 학생은 A 반에 더 많다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

㉡ A 반 학생 성적이 평균적으로 B 반 학생 성적보다 높다. ⇒ 평균은 같다.
㉢ A 반 성적이 더 고르므로 표준편차가 B반 보다 더 작다.

45. 10개의 변량 $x_1, x_2, \cdots, x_{10}$의 평균이 6이고 표준편차가 5일 때, 다음 10개의 변량의 평균, 표준편차를 차례대로 구하여라.

$-x_1+2, -x_2+2, \cdots, -x_{10}+2$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 평균 : -4

▷ 정답: 표준편차 : 5

해설

$\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_{10}}{10}=6$

$x_1+x_2+\cdots+x_{10}=60 \cdots ㉠$

$\dfrac{(x_1-6)^2+(x_2-6)^2+\cdots+(x_{10}-6)^2}{10}$

$=5^2=25 \cdots ㉡$

이 때, $-x_1+2, -x_2+2, \cdots, -x_{10}+2$의 평균은

$\dfrac{-(x_1+x_2+\cdots+x_{10})+20}{10}=\dfrac{-60+20}{10}$

$=\dfrac{-40}{10}=-4(\because ㉠)$

분산은

$\dfrac{\{-x_1+2-(-4)\}+\{-x_2+2-(-4)\}}{10}$

$+\dfrac{+\cdots+\{-x_{10}+2-(-4)\}}{10}$

$=\dfrac{(-x_1+6)^2+(-x_2+6)^2+\cdots+(-x_{10}+6)^2}{10}$

$=\dfrac{(x_1-6)^2+(x_2-6)^2+\cdots+(x_{10}-6)^2}{10}$

$=5^2=25(\because ㉡)$

따라서 평균은 -4, 표준편차는 $\sqrt{25}=5$이다.

46. 세 수 a, b, c 의 평균이 2 , 분산이 4 일 때, 변량 $a+3$, $b+3$, $c+3$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

① 2, 5 ② 3, 5 ③ 4, 4 ④ 5, 4 ⑤ 6, 5

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 2 이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=2$$

$\therefore a+b+c=6$ ……㉠

또한, a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2}{3}=4$$

$(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2=12$

$a^2-4a+4+b^2-4b+4+c^2-4c+4=12$

$a^2+b^2+c^2-4(a+b+c)+12=12$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2-4\times6+12=12$

$\therefore a^2+b^2+c^2=24$

한편, $a+3$, $b+3$, $c+3$ 의 평균은

$$\frac{(a+3)+(b+3)+(c+3)}{3}=\frac{(a+b+c)+9}{3}$$

$$=\frac{6+9}{3}=5$$

따라서 분산은

$$\frac{(a+3-5)^2+(b+3-5)^2+(c+3-5)^2}{3}$$

$$=\frac{(a-2)^2+(b-2)^2+(c-2)^2}{3}$$

$$=\frac{a^2+b^2+c^2-4(a+b+c)+4\times3}{3}$$

$$=\frac{24-4\times6+12}{3}=\frac{12}{3}=4$$

47. 정수 x, k에 대하여, $k-1 < \sqrt{x} < k+1$을 만족하는 x의 개수가 47개가 되도록 하는 k 의 값을 구하여라.

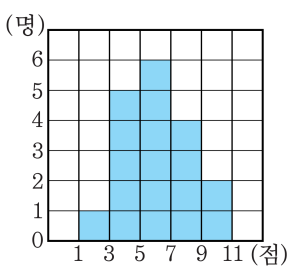
▶ 답:

▷ 정답: $k = 12$

해설

$k-1 < \sqrt{x} < k+1$ 에서 각 변을 제곱하면
$(k-1)^2 < x < (k+1)^2$, x , k 가 모두 정수이므로
$(k+1)^2 - (k-1)^2 - 1 = 47$
$k^2 + 2k + 1 - k^2 + 2k - 1 - 1 = 47$
$4k = 48$
$\therefore k = 12$

48. 다음은 한결이네 반의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 한결이네 반 학생의 수학 성적의 분산을 구하면 $a.\dot{b}$ 로 나타낼 수있다. 이때, 상수 $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, 평균은 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)



▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

한결이네 반 학생 수는 $1+5+6+4+2=18$(명) 이므로 학생들의 수학 성적의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값})\times(\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{2\times1+4\times5+6\times6+8\times4+10\times2}{18}$$

$$= \frac{2+20+36+32+20}{18} = 6.1\cdots(\text{점})$$

이므로 소수 첫째 자리에서 반올림하면 6 점이다.

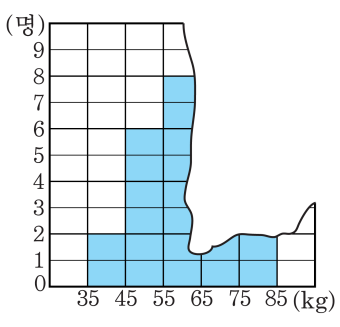
한편, 이 자료의 분산은

$$\frac{1}{18}\{(2-6)^2\times1+(4-6)^2\times5+(6-6)^2\times6+(8-6)^2\times4+(10-6)^2\times2\}$$

$$= \frac{1}{18}(16+20+0+16+32) = 4.\dot{6}$$

이므로 $a=4,\ b=6 \quad \therefore a+b=10$

49. 다음 히스토그램은 수진이네 반 학생 24 명의 몸무게를 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 계급값이 80 일 때, 도수가 전체 학생의 12.5 % 일 때, 전체 학생의 분산을 구하여라. (단, 평균과 분산은 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)



▶ 답:

▷ 정답: 129

해설

계급값이 80 인 도수는 $24 \times \frac{12.5}{100} = 3$(명)

계급값이 70 인 도수를 x 라고 하면 $24 - (2 + 6 + 8 + 3) = 5 \quad \therefore x = 5$

이므로 평균은

$$\frac{40 \times 2 + 50 \times 6 + 60 \times 8 + 70 \times 5 + 80 \times 3}{24}$$

$$= \frac{80 + 300 + 480 + 350 + 240}{24} = 60.4 \cdots \text{ (kg)}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 60kg 이다.

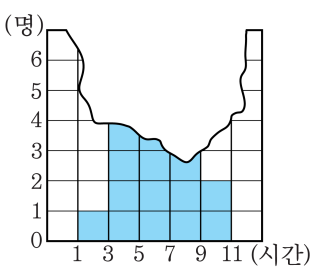
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{24}\{(40-60)^2 \times 2 + (50-60)^2 \times 6 + (60-60)^2 \times 8 + (70-60)^2 \times 5 + (80-60)^2 \times 3\}$$

$$= \frac{1}{24}(800 + 600 + 0 + 500 + 1200) = 129.16 \cdots \text{ 이다.}$$

따라서 소수 첫째자리에서 반올림하면 129 이다.

50. 다음은 영웅이네 반 학생 20 명의 일주일 동안의 운동시간을 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 찢어졌다. 이 때, 3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 30% 이고, 7 시간 미만인 학생은 모두 14 명이다. 이 반 학생 20 명의 운동시간의 분산을 구하여라.(단, 소수 첫째자리에서 반올림 한다.)



▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 30% 이므로 $20\times\frac{30}{100}=6$(명)

7 시간 미만인 학생은 14 명이므로 $1+6+x=14,\ \ x=7$

7 시간 이상 9 시간 미만의 도수는 $20-(1+6+7+2)=4$

$$(\text{평균})=\frac{2\times1+4\times6+6\times7+8\times4+10\times2}{20}$$

$$=\frac{2+24+42+32+20}{20}$$

$$=\frac{120}{20}=6(\text{시간})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{20}\{(2-6)^2\times1+(4-6)^2\times6+(6-6)^2\times7+(8-6)^2\times4+(10-6)^2\times2\}$$

$=\frac{1}{20}(16+24+0+16+32)=4.4$(시간) 이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 4이다.