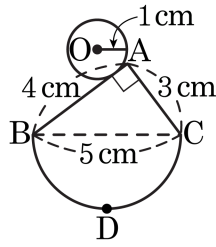


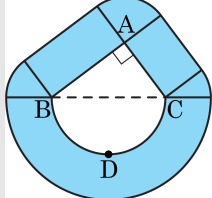
1. 다음 그림은 각 변의 길이가 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 3\text{cm}$ 인 직각삼각형과 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원이다. 반지름이 1cm 인 원 O 가 도형 $ABDC$ 의 둘레 위를 한 바퀴 돌 때, 원이 지나는 부분의 넓이의 합을 $(a + b\pi)\text{cm}^2$ 이라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

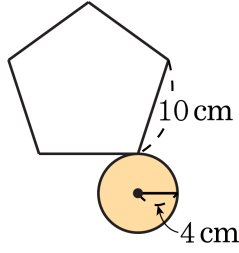
▷ 정답 : 23

해설



$$\begin{aligned}
 & 2 \times (4 + 3) + \pi \times 2^2 \times \frac{1}{2} \\
 & + \left\{ \left(\frac{9}{2} \right)^2 \times \pi - \left(\frac{5}{2} \right)^2 \times \pi \right\} \times \frac{1}{2} \\
 & S = 14 + 2\pi + 7\pi \\
 & = 9\pi + 14(\text{cm}^2) \\
 & a = 14, b = 9 \text{ 이므로} \\
 & \therefore a + b = 14 + 9 = 23
 \end{aligned}$$

2. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4cm 인 원을 한 변의 길이가 10cm 인 정오각형의 둘레를 따라 한 바퀴 돌렸을 때, 원이 지나간 자리의 넓이는?

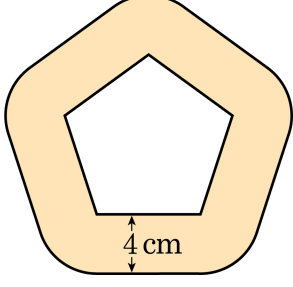


- ① $400 + 60\pi(\text{cm}^2)$ ② $400 + 64\pi(\text{cm}^2)$
 ③ $420 + 60\pi(\text{cm}^2)$ ④ $420 + 64\pi(\text{cm}^2)$
 ⑤ $440 + 60\pi(\text{cm}^2)$

해설

$(\text{직사각형의 넓이}) \times 5 + (\text{부채꼴의 넓이}) \times 5$
 $= (10 \times 8) \times 5 + \left(\pi \times 8^2 \times \frac{72}{360} \right) \times 5$
 $= 400 + 64\pi(\text{cm}^2)$

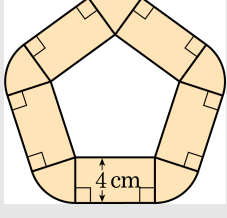
3. 다음 그림은 한 변의 길이가 7m 인 오각형 모양의 화단에서 이 화단의 밖으로 폭 4m 인 길에 딱 맞는 공이 굴러갈 때, 공이 굴러간 자리의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}\text{m}^2$

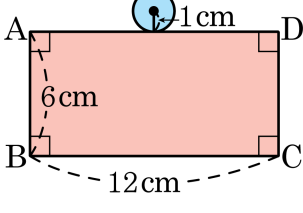
▷ 정답 : $140 + 16\pi \underline{\hspace{1cm}}\text{m}^2$

해설



(공이 굴러간 자리의 넓이) $= 7 \times 4 \times 5 + \pi \times 4^2 = 140 + 16\pi$ (m^2) 이다.

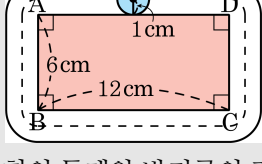
4. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1cm 인 동전을 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 6cm 인 직사각형 ABCD 의 둘레 위로 굴려서 처음의 위치에 오도록 하였을 때, 이 원이 지나간 부분의 넓이는?



- ① $2\pi + 64(\text{cm}^2)$ ② $2\pi + 68(\text{cm}^2)$ ③ $2\pi + 72(\text{cm}^2)$
 ④ $4\pi + 68(\text{cm}^2)$ ⑤ $4\pi + 72(\text{cm}^2)$

해설

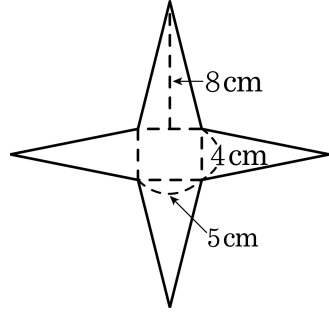
지나간 부분을 그림으로 표시하면,



동전의 중심이 움직인 거리는 직사각형의 둘레와 반지름의 길이가 1cm 인 원의 둘레를 더한 것과 같다.

$$S = (12 + 6) \times 2 \times 2 + 2^2 \times \pi = 4\pi + 72$$

5. 다음 그림은 사각뿔의 전개도이다. 이 사각뿔의 겉넓이를 구하여라.



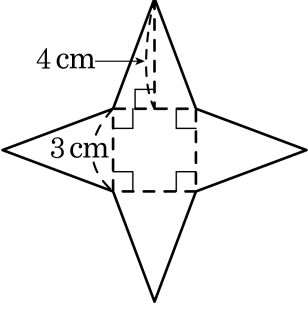
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 92cm²

해설

$$5 \times 4 + (5 + 4 + 5 + 4) \times 8 \times \frac{1}{2} = 20 + 72 = 92(\text{cm}^2)$$

6. 다음 그림은 정사각뿔의 전개도이다. 이 전개도로 만들어지는 입체도형의 겉넓이는?

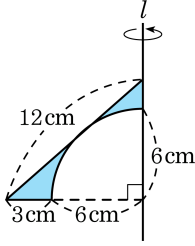


- ① 33cm^2
- ② 34cm^2
- ③ 35cm^2
- ④ 36cm^2
- ⑤ 37cm^2

해설

$$3 \times 3 + 3 \times 4 \times \frac{1}{2} \times 4 = 9 + 24 = 33(\text{cm}^2)$$

7. 다음 그림과 같이 색칠한 부분을 직선 l 을 축으로 하여 1 회전 시킬 때 생기는 입체도형의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 225π cm^2

해설

$$(\pi \times 9 \times 12) + \left(\frac{1}{2} \times 4\pi \times 6^2 \right) + (\pi \times 9^2) - (\pi \times 6^2)$$

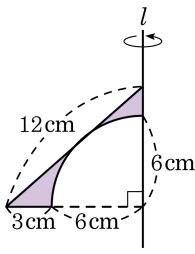
$$= 225\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

8. 다음 그림과 같이 색칠한 부분을 직선 l 을 축으로 하여 1 회전 시킬 때 생기는 입체도형의 겉넓이를 구하면?

- ① $219\pi\text{ cm}^2$

② $221\pi\text{ cm}^2$
- ③ $223\pi\text{ cm}^2$

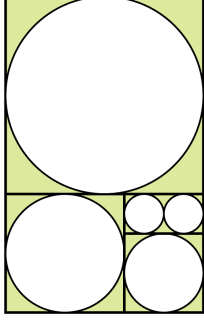
④ $225\pi\text{ cm}^2$
- ⑤ $227\pi\text{ cm}^2$



해설

$$\begin{aligned}
 &(\pi \times 9 \times 12) + \left(\frac{1}{2} \times 4\pi \times 6^2\right) + (\pi \times 9^2) - (\pi \times 6^2) \\
 &= 225\pi \text{ (cm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

9. 다음 그림과 같이 직사각형을 여러 개의 정사각형으로 나누고 각 정사각형에 내접하는 원을 그렸다. 직사각형의 가로 길이와 세로 길이의 차는 6cm 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



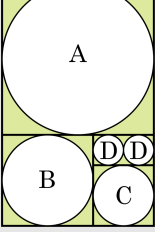
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : $160 - 40\pi$ cm²

해설

원 A, B, C, D 의 반지름의 길이를 각각 a, b, c, d 라 하면 직사각형의 가로의 길이는

$2a = 2b + 2c = 2b + 4d$ 이다.



$\therefore a = b + c, c = 2d$

직사각형의 세로의 길이는 $2a + 2b = 2a + 2c + 2d$ 이다.

$\therefore b = c + d, c = 2d$ 이므로 $b = 3d$

가로와 세로의 길이의 차는 $(2a + 2b) - 2a = 6$ 이다.

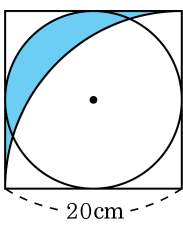
$\therefore b = 3$

$b = 3$ 이면 $d = 1, c = 2, a = 5$

색칠한 부분의 넓이는 직사각형의 넓이에서 원의 넓이를 뺀 부분이다.

$$\begin{aligned} & 10 \times 16 - (\pi \times 5^2 + \pi \times 3^2 + \pi \times 2^2 + \pi \times 1^2 \times 2) \\ &= 160 - (25\pi + 9\pi + 4\pi + 2\pi) \\ &= 160 - 40\pi (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

10. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 8 cm인 정사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



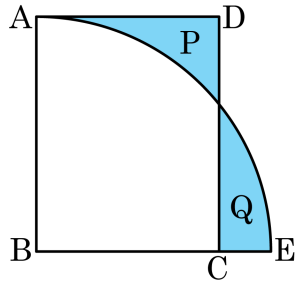
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $(300 - 75\pi) \text{ cm}^2$

해설

$$\begin{aligned} &= \left\{ 400 - \left(\pi \times 20^2 \times \frac{1}{4} \right) \right\} - \left\{ 100 - \left(\pi \times 10^2 \times \frac{1}{4} \right) \right\} \\ &= (400 - 100\pi) - (100 - 25\pi) \\ &= 300 - 75\pi (\text{cm}^2) \end{aligned}$$

11. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 인 직사각형이고 색칠한 두 부분 P 와 Q 의 넓이가 같을 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2π cm

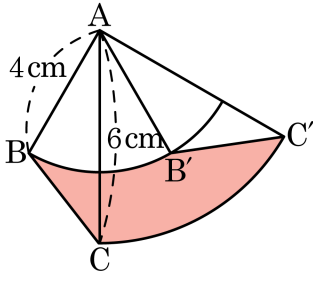
해설

□ABCD 의 넓이와 부채꼴 ABE 의 넓이가 같으므로

$$8 \times \overline{AD} = \frac{1}{4} \times \pi \times 8^2$$

$$\therefore \overline{AD} = 2\pi\text{cm}$$

12. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 인 $\triangle ABC$ 를 점 A 를 중심으로 60° 회전시킬 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.

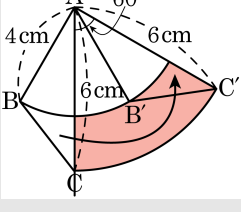


▶ 답 : cm^2

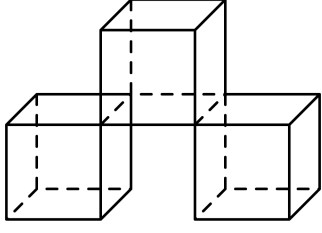
▷ 정답 : $\frac{10}{3}\pi \text{ cm}^2$

해설

$$\begin{aligned} & \pi \times 6^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} - \pi \times 4^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} \\ &= 6\pi - \frac{8}{3}\pi = \frac{10}{3}\pi (\text{cm}^2) \end{aligned}$$



13. 다음 그림과 같이 연결된 입체도형에서 꼭짓점, 모서리, 면의 개수를 각각 v , e , f 라 할 때, $v - e + f$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$v = 20, e = 34, f = 18$ 이므로 $v - e + f = 20 - 34 + 18 = 4$ 이다.

해설

별해 : $v - e + f = 2$ 인 입체도형 3개가 있고, 연결된 입체도형에서 겹치는 모서리가 2개 있으므로 $3 \times 2 - 2 = 4$ 이다.

14. P 면체의 면의 개수, Q 각뿔대의 꼭짓점의 개수, R 각기둥의 모서리의 개수를 모두 더한 값이 79 이다. R 각기둥의 꼭짓점의 개수가 30 개라고 할 때 Q 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$P + 2Q + 3R = 79 \cdots \textcircled{1}$$

$$2R = 30 \therefore R = 15 \cdots \textcircled{2}$$

② 를 ① 에 대입하여 풀면, $P + 2Q = 34$

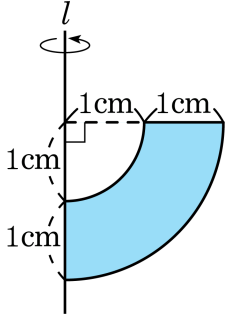
Q 가 최댓값을 가지려면, P 가 최솟값을 가져야 한다.

P 는 다면체의 면수이므로 $P \geq 4$

$$P = 4 \text{ 일 때 } Q = 15$$

따라서 Q 의 최댓값은 15 이다.

15. 다음 도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 90° 만큼 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $\frac{19}{4}\pi$ cm^2

해설

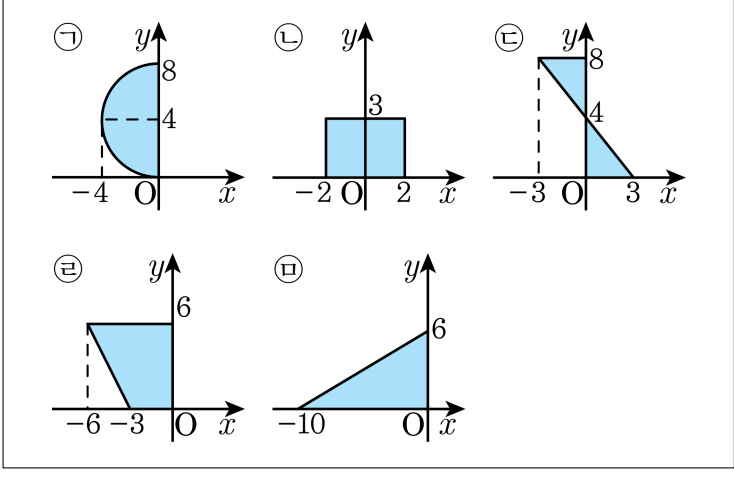
만들어지는 입체도형은 큰 반구의 $\frac{1}{4}$ 에서 작은 반구의 $\frac{1}{4}$ 이
비어있는 모양이다.

따라서 겉넓이는

$\frac{1}{4}((\text{큰 반구의 구면의 넓이})+(\text{작은 반구의 구면의 넓이})+3\times(\text{반지름이 2 인 원의 넓이})-3\times(\text{반지름이 1 인원의 넓이}))$

$$= \frac{1}{4} \left\{ \left(\frac{1}{2} \times 4\pi \times 2^2 \right) + \left(\frac{1}{2} \times 4\pi \times 1^2 \right) + 3(\pi \times 2^2) - 3(\pi \times 1^2) \right\} = \frac{19}{4}\pi(\text{cm}^2)$$

16. 다음 도형들을 y 축을 축으로 하여 1 회전 시켰을 때, 생기는 입체도형 중 부피가 가장 작은 것부터 순서대로 나열하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \text{ (부피)} = \frac{4}{3}\pi \times 4^3 = \frac{256}{3}\pi(\text{cm}^3)$$

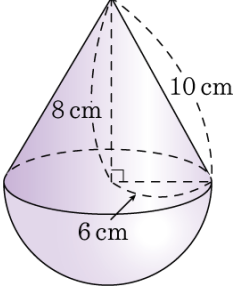
$$\textcircled{\text{㉡}} \text{ (부피)} = \pi \times 2^2 \times 3 = 12\pi(\text{cm}^3)$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \text{ (부피)} = 2 \times \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 \right) = 24\pi(\text{cm}^3)$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \text{ (부피)} = \left(\frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 12 \right) - \left(\frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 6 \right) = 126\pi(\text{cm}^3)$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \text{ (부피)} = \frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 6 = 200\pi(\text{cm}^3)$$

17. 다음 그림과 같은 입체도형의 겉넓이와 부피를 각각 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\pi \text{ cm}^2}$

▶ 답 : $\underline{\pi \text{ cm}^3}$

▷ 정답 : 겉넓이 : $132\pi \text{ cm}^2$

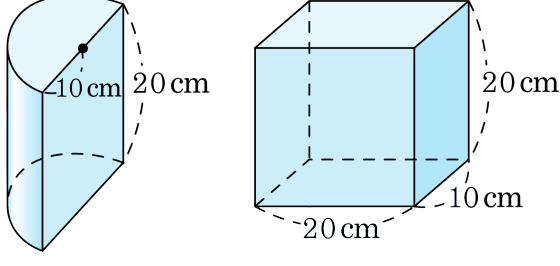
▷ 정답 : 부피 : $240\pi \text{ cm}^3$

해설

$$(\text{겉넓이}) = \pi \times 6 \times 10 + 4\pi \times 6^2 \times \frac{1}{2} = 60\pi + 72\pi = 132\pi (\text{cm}^2)$$

$$(\text{부피}) = \frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 8 + \frac{4}{3}\pi \times 6^3 \times \frac{1}{2} = 96\pi + 144\pi = 240\pi (\text{cm}^3)$$

18. 다음 그림과 같이 밑면이 각각 반원과 직사각형인 두 가지 모양의 공중전화 부스를 만들려고 한다. 각각의 모양에 사용되는 재료의 넓이만을 생각했을 때, 어느 쪽이 더 경제적인지 구하여라. (π 는 3.14로 계산한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 반원 모양의 기둥의 겉넓이가 더 작으므로 경제적이다.

해설

반원 모양의 기둥의 겉넓이는 $2 \times (3.14 \times 10^2 \times \frac{1}{2}) + (20 + 2 \times 3.14 \times 10 \times \frac{1}{2}) \times 20 = 1342(\text{cm}^2)$ 이고, 직사각형 모양의 기둥 겉넓이는 $2 \times (20 \times 10) + (20 + 10 + 20 + 10) \times 20 = 1600(\text{cm}^2)$ 이다.
따라서 반원 모양의 기둥의 겉넓이가 더 작으므로 경제적이다.