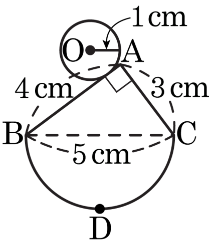
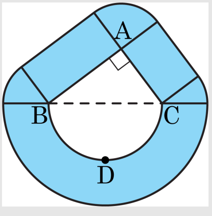
1. 다음 그림은 각 변의 길이가 $\overline{AB}=4\text{cm},\ \overline{BC}=5\text{cm},\ \overline{AC}=3\text{cm}$ 인 직각삼각형과 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원이다. 반지름이 1cm 인 원 O 가 도형 ABDC 의 둘레 위를 한 바퀴 돌 때, 원이 지나는 부분의 넓이의 합을 $(a+b\pi)\text{cm}^2$ 이라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설



$2\times(4+3)+\pi\times2^2\times\dfrac{1}{2}$

$+\left\{\left(\dfrac{9}{2}\right)^2\times\pi-\left(\dfrac{5}{2}\right)^2\times\pi\right\}\times\dfrac{1}{2}$

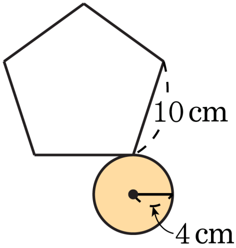
$S=14+2\pi+7\pi$

$=9\pi+14(\text{cm}^2)$

$a=14,\ b=9$ 이므로

$\therefore\ a+b=14+9=23$

2. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4cm 인 원을 한 변의 길이가 10cm 인 정오각형의 둘레를 따라 한 바퀴 돌렸을 때, 원이 지나간 자리의 넓이는?



① $400+60\pi(\mathrm{cm}^2)$

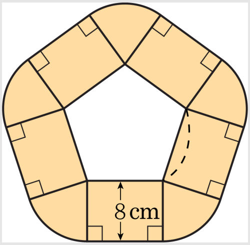
② $400+64\pi(\mathrm{cm}^2)$

③ $420+60\pi(\mathrm{cm}^2)$

④ $420+64\pi(\mathrm{cm}^2)$

⑤ $440+60\pi(\mathrm{cm}^2)$

해설

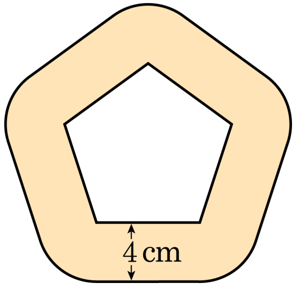


(직사각형의 넓이) $\times 5+$ (부채꼴의 넓이) $\times 5$

$=(10\times 8)\times 5+\left(\pi\times 8^2\times\dfrac{72}{360}\right)\times 5$

$=400+64\pi(\mathrm{cm}^2)$

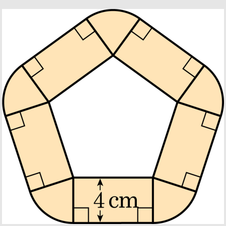
3. 다음 그림은 한 변의 길이가 7m 인 오각형 모양의 화단에서 이 화단의 밖으로 폭 4m 인 길에 딱 맞는 공이 굴러갈 때, 공이 굴러간 자리의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ m^2

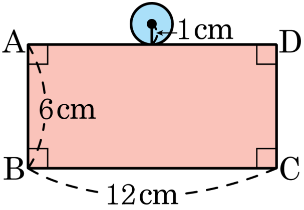
▷ 정답 : $140 + 16\pi$ m^2

해설



(공이 굴러간 자리의 넓이) $= 7 \times 4 \times 5 + \pi \times 4^2 = 140 + 16\pi$ (m^2) 이다.

4. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1cm 인 동전을 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 6cm 인 직사각형 ABCD 의 둘레 위로 굴려서 처음의 위치에 오도록 하였을 때, 이 원이 지나간 부분의 넓이는?

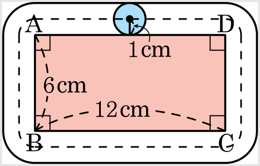


① $2\pi + 64(\text{cm}^2)$ ② $2\pi + 68(\text{cm}^2)$ ③ $2\pi + 72(\text{cm}^2)$

④ $4\pi + 68(\text{cm}^2)$ ⑤ $4\pi + 72(\text{cm}^2)$

해설

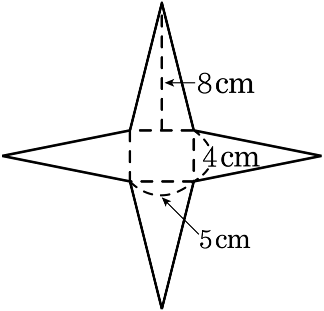
지나간 부분을 그림으로 표시하면,



동전의 중심이 움직인 거리는 직사각형의 둘레와 반지름의 길이가 1cm 인 원의 둘레를 더한 것과 같다.

$S = (12 + 6) \times 2 \times 2 + 2^2 \times \pi = 4\pi + 72$

5. 다음 그림은 사각뿔의 전개도이다. 이 사각뿔의 겉넓이를 구하여라.



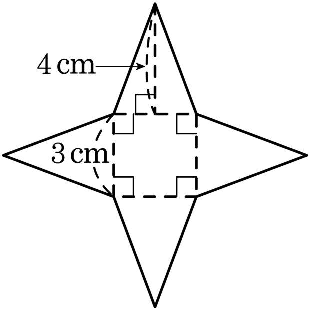
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $92\,\mathrm{cm}^2$

해설

$$5 \times 4 + (5 + 4 + 5 + 4) \times 8 \times \frac{1}{2} = 20 + 72 = 92(\mathrm{cm}^2)$$

6. 다음 그림은 정사각뿔의 전개도이다. 이 전개도로 만들어지는 입체도형의 겉넓이는?



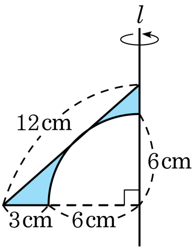
① 33cm^2 ② 34cm^2 ③ 35cm^2

④ 36cm^2 ⑤ 37cm^2

해설

$$3 \times 3 + 3 \times 4 \times \frac{1}{2} \times 4 = 9 + 24 = 33(\text{cm}^2)$$

7. 다음 그림과 같이 색칠한 부분을 직선 l 을 축으로 하여 1 회전 시킬 때 생기는 입체도형의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

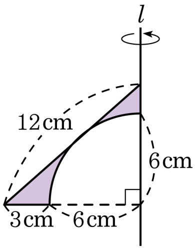
▷ 정답 : 225π cm^2

해설

$$(\pi \times 9 \times 12)+\left(\frac{1}{2} \times 4\pi \times 6^2\right)+(\pi \times 9^2)-(\pi \times 6^2)$$

$$=225\pi\ (\mathrm{cm}^2)$$

8. 다음 그림과 같이 색칠한 부분을 직선 l 을 축으로 하여 1 회전 시킬 때 생기는 입체도형의 겉넓이를 구하면?



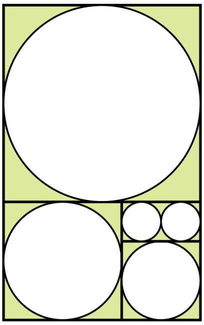
① $219\pi\,\text{cm}^2$
② $221\pi\,\text{cm}^2$
③ $223\pi\,\text{cm}^2$
④ $225\pi\,\text{cm}^2$
⑤ $227\pi\,\text{cm}^2$

해설

$$(\pi \times 9 \times 12) + \left(\frac{1}{2} \times 4\pi \times 6^2\right) + (\pi \times 9^2) - (\pi \times 6^2)$$

$$= 225\pi\ (\text{cm}^2)$$

9. 다음 그림과 같이 직사각형을 여러 개의 정사각형으로 나누고 각 정사각형에 내접하는 원을 그렸다. 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 차는 6cm 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



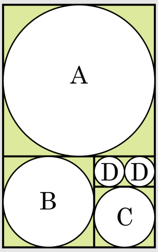
▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $160 - 40\pi$ cm^2

해설

원 A, B, C, D 의 반지름의 길이를 각각 a, b, c, d 라 하면 직사각형의 가로의 길이는

$2a = 2b + 2c = 2b + 4d$ 이다.



$\therefore\ a = b + c,\ c = 2d$

직사각형의 세로의 길이는 $2a + 2b = 2a + 2c + 2d$ 이다.

$\therefore\ b = c + d,\ c = 2d$ 이므로 $b = 3d$

가로와 세로의 길이의 차는 $(2a + 2b) - 2a = 6$ 이다.

$\therefore\ b = 3$

$b = 3$ 이면 $d = 1,\ c = 2,\ a = 5$

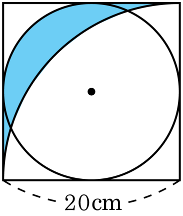
색칠한 부분의 넓이는 직사각형의 넓이에서 원의 넓이를 뺀 부분이다.

$10 \times 16 - (\pi \times 5^2 + \pi \times 3^2 + \pi \times 2^2 + \pi \times 1^2 \times 2)$

$= 160 - (25\pi + 9\pi + 4\pi + 2\pi)$

$= 160 - 40\pi(\,\mathrm{cm}^2)$

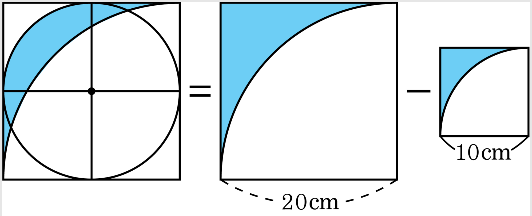
10. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 8 cm 인 정사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $(300-75\pi)$ cm^2

해설

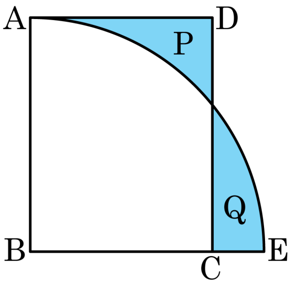


$$= \left\{400-\left(\pi\times20^2\times\frac{1}{4}\right)\right\}-\left\{100-\left(\pi\times10^2\times\frac{1}{4}\right)\right\}$$

$$=(400-100\pi)-(100-25\pi)$$

$$=300-75\pi(\mathrm{cm}^2)$$

11. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{\mathrm{AB}}=8\mathrm{cm}$ 인 직사각형이고 색칠한 두 부분 P 와 Q 의 넓이가 같을 때, $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿ cm

▷ 정답 : 2π ＿＿ cm

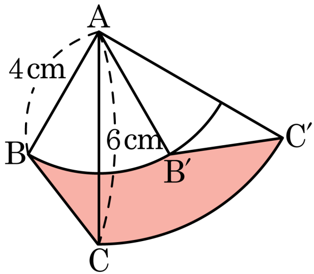
해설

□ABCD 의 넓이와 부채꼴 ABE 의 넓이가 같으므로

$8\times\overline{\mathrm{AD}}=\frac{1}{4}\times\pi\times8^2$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AD}}=2\pi\mathrm{cm}$

12. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=4\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AC}}=6\mathrm{cm}$ 인 $\triangle\mathrm{ABC}$ 를 점 A 를 중심으로 $60°$ 회전시킬 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



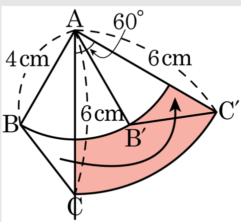
▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $\frac{10}{3}\pi$ $\underline{\mathrm{cm}^2}$

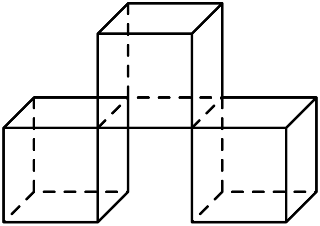
해설

$\pi \times 6^2 \times \frac{60°}{360°} - \pi \times 4^2 \times \frac{60°}{360°}$

$= 6\pi - \frac{8}{3}\pi = \frac{10}{3}\pi(\mathrm{cm}^2)$



13. 다음 그림과 같이 연결된 입체도형에서 꼭짓점, 모서리, 면의 개수를 각각 v, e, f 라 할 때, $v-e+f$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$v=20, e=34, f=18$ 이므로 $v-e+f=20-34+18=4$ 이다.

해설

별해 : $v-e+f=2$ 인 입체도형 3개가 있고, 연결된 입체도형에서 겹치는 모서리가 2개 있으므로 $3\times2-2=4$ 이다.

14. P 면체의 면의 개수, Q 각뿔대의 꼭짓점의 개수, R 각기둥의 모서리의 개수를 모두 더한 값이 79 이다. R 각기둥의 꼭짓점의 개수가 30 개라고 할 때 Q 의 최댓값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 15

해설

$P + 2Q + 3R = 79 \cdots$ ①

$2R = 30 \therefore R = 15 \cdots$ ②

② 를 ① 에 대입하여 풀면, $P + 2Q = 34$

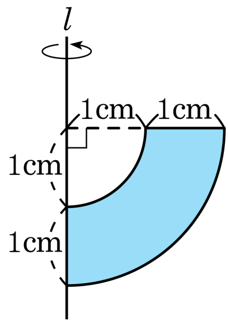
Q 가 최댓값을 가지려면, P 가 최솟값을 가져야 한다.

P 는 다면체의 면수이므로 $P \geq 4$

$P = 4$ 일 때 $Q = 15$

따라서 Q 의 최댓값은 15 이다.

15. 다음 도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 $90°$ 만큼 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 겉넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm^2

▷ **정답 :** $\frac{19}{4}\pi$ cm^2

해설

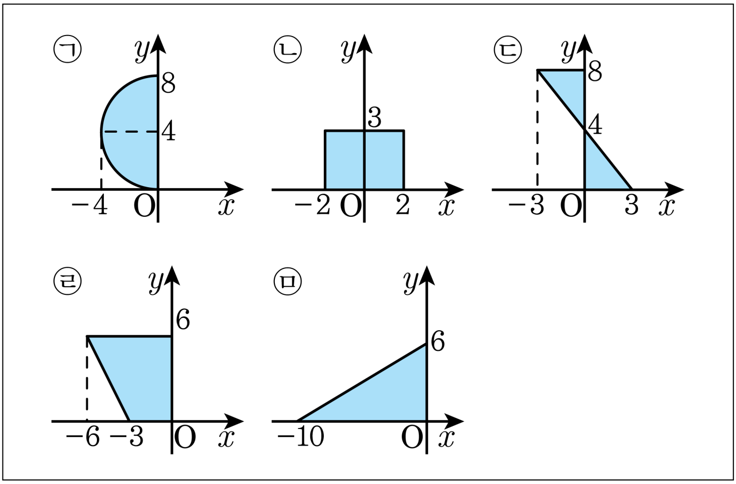
만들어지는 입체도형은 큰 반구의 $\frac{1}{4}$ 에서 작은 반구의 $\frac{1}{4}$ 이 비어있는 모양이다.

따라서 겉넓이는

$\frac{1}{4}${(큰 반구의 구면의 넓이)+(작은 반구의 구면의 넓이)+3 × (반지름이 2 인 원의 넓이)−3 × (반지름이 1 인원의 넓이)}

$$= \frac{1}{4}\left\{\left(\frac{1}{2} \times 4\pi \times 2^2\right) + \left(\frac{1}{2} \times 4\pi \times 1^2\right) + 3(\pi \times 2^2) - 3(\pi \times 1^2)\right\} = \frac{19}{4}\pi(\text{cm}^2)$$

16. 다음 도형들을 y 축을 축으로 하여 1 회전 시켰을 때, 생기는 입체도형 중 부피가 가장 작은 것부터 순서대로 나열하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ (부피) $= \dfrac{4}{3}\pi \times 4^3 = \dfrac{256}{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$

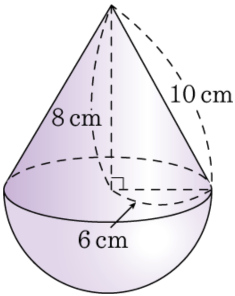
㉡ (부피) $= \pi \times 2^2 \times 3 = 12\pi(\mathrm{cm}^3)$

㉢ (부피) $= 2 \times \left(\dfrac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4\right) = 24\pi(\mathrm{cm}^3)$

㉣ (부피) $= \left(\dfrac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 12\right) - \left(\dfrac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 6\right) = 126\pi(\mathrm{cm}^3)$

㉤ (부피) $= \dfrac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 6 = 200\pi(\mathrm{cm}^3)$

17. 다음 그림과 같은 입체도형의 겉넓이와 부피를 각각 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \pi\,\mathrm{cm}^2}$

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \pi\,\mathrm{cm}^3}$

▷ 정답 : 겉넓이 : $132\underline{\pi\,\mathrm{cm}^2}$

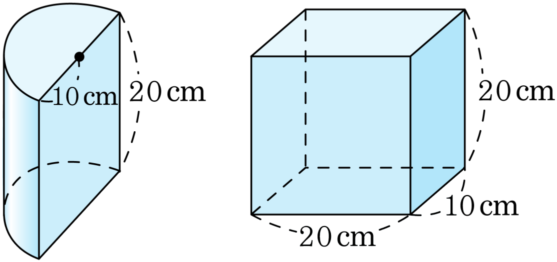
▷ 정답 : 부피 : $240\underline{\pi\,\mathrm{cm}^3}$

해설

(겉넓이) $= \pi \times 6 \times 10 + 4\pi \times 6^2 \times \dfrac{1}{2} = 60\pi + 72\pi = 132\pi(\mathrm{cm}^2)$

(부피) $= \dfrac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 8 + \dfrac{4}{3}\pi \times 6^3 \times \dfrac{1}{2} = 96\pi + 144\pi = 240\pi(\mathrm{cm}^3)$

18. 다음 그림과 같이 밑면이 각각 반원과 직사각형인 두 가지 모양의 공중전화 부스를 만들려고 한다. 각각의 모양에 사용되는 재료의 넓이만을 생각했을 때, 어느 쪽이 더 경제적인지 구하여라.(π 는 3.14 로 계산한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 반원 모양의 기둥의 겉넓이가 더 작으므로 경제적이다.

해설

반원 모양의 기둥의 겉넓이는 $2 \times (3.14 \times 10^2 \times \frac{1}{2}) + (20 + 2 \times 3.14 \times 10 \times \frac{1}{2}) \times 20 = 1342(\mathrm{cm}^2)$ 이고, 직사각형 모양의 기둥 겉넓이는 $2 \times (20 \times 10) + (20 + 10 + 20 + 10) \times 20 = 1600(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

따라서 반원 모양의 기둥의 겉넓이가 더 작으므로 경제적이다.