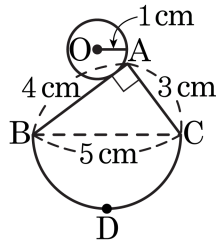


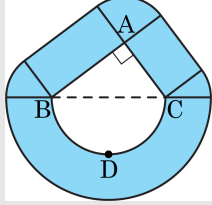
1. 다음 그림은 각 변의 길이가 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 3\text{cm}$ 인 직각삼각형과 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원이다. 반지름이 1cm 인 원 O 가 도형 ABDC 의 둘레 위를 한 바퀴 돌 때, 원이 지나는 부분의 넓이의 합을 $(a + b\pi)\text{cm}^2$ 이라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

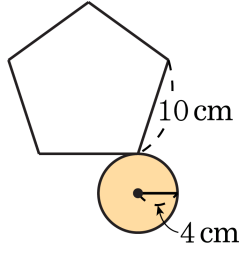
▷ 정답 : 23

해설



$$\begin{aligned}
 & 2 \times (4 + 3) + \pi \times 2^2 \times \frac{1}{2} \\
 & + \left\{ \left(\frac{9}{2} \right)^2 \times \pi - \left(\frac{5}{2} \right)^2 \times \pi \right\} \times \frac{1}{2} \\
 & S = 14 + 2\pi + 7\pi \\
 & = 9\pi + 14(\text{cm}^2) \\
 & a = 14, b = 9 \text{ 이므로} \\
 & \therefore a + b = 14 + 9 = 23
 \end{aligned}$$

2. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4cm 인 원을 한 변의 길이가 10cm 인 정오각형의 둘레를 따라 한 바퀴 돌렸을 때, 원이 지나간 자리의 넓이는?

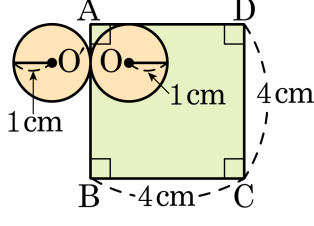


- ① $400 + 60\pi(\text{cm}^2)$ ② $400 + 64\pi(\text{cm}^2)$
 ③ $420 + 60\pi(\text{cm}^2)$ ④ $420 + 64\pi(\text{cm}^2)$
 ⑤ $440 + 60\pi(\text{cm}^2)$

해설

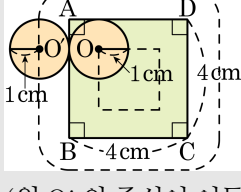
$(\text{직사각형의 넓이}) \times 5 + (\text{부채꼴의 넓이}) \times 5$
 $= (10 \times 8) \times 5 + \left(\pi \times 8^2 \times \frac{72}{360} \right) \times 5$
 $= 400 + 64\pi(\text{cm}^2)$

3. 다음 그림은 반지름이 1cm 인 원 O, O' 가 한 변의길이가 4cm 인 정사각형 ABCD 에 접하여 움직이고 있다. 두 원 O, O' 가 한 바퀴 돌아 제자리에 왔을 때, 두 원의 중심이 이동한 거리의 차를 $(a+b\pi)$ cm 라고 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.



- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설



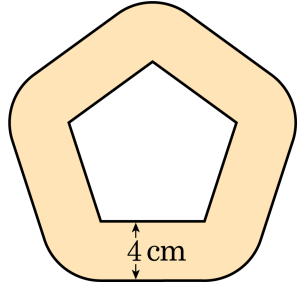
(원 O' 의 중심이 이동한 거리) $= 4 \times 4 + 2 \times \pi \times 1 = 16 + 2\pi(\text{cm})$

(원 O 의 중심이 이동한 거리) $= 2 \times 4 = 8(\text{cm})$

두 원의 중심이 이동한 거리의 차는 $(16 + 2\pi) - 8 = 8 + 2\pi(\text{cm})$ 이다.

$\therefore a - b = 8 - 2 = 6$

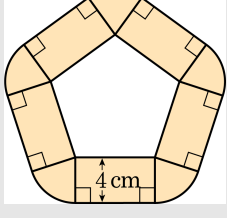
4. 다음 그림은 한 변의 길이가 7m 인 오각형 모양의 화단에서 이 화단의 밖으로 폭 4m 인 길에 딱 맞는 공이 굴러갈 때, 공이 굴러간 자리의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}\text{m}^2$

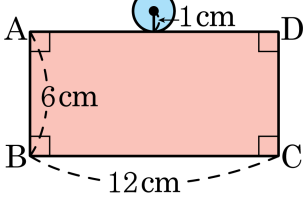
▷ 정답 : $140 + 16\pi \underline{\hspace{1cm}}\text{m}^2$

해설



(공이 굴러간 자리의 넓이) $= 7 \times 4 \times 5 + \pi \times 4^2 = 140 + 16\pi$ (m^2) 이다.

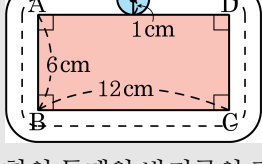
5. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1cm 인 동전을 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 6cm 인 직사각형 ABCD 의 둘레 위로 굴려서 처음의 위치에 오도록 하였을 때, 이 원이 지나간 부분의 넓이는?



- ① $2\pi + 64(\text{cm}^2)$ ② $2\pi + 68(\text{cm}^2)$ ③ $2\pi + 72(\text{cm}^2)$
 ④ $4\pi + 68(\text{cm}^2)$ ⑤ $4\pi + 72(\text{cm}^2)$

해설

지나간 부분을 그림으로 표시하면,



동전의 중심이 움직인 거리는 직사각형의 둘레와 반지름의 길이가 1cm 인 원의 둘레를 더한 것과 같다.

$$S = (12 + 6) \times 2 \times 2 + 2^2 \times \pi = 4\pi + 72$$

6. 한 변의 길이가 20cm 인 정삼각형의 주위를 반지름의 길이가 2cm 인 원이 한 바퀴 돌았다. 원이 지나간 자리의 넓이를 구하여라.

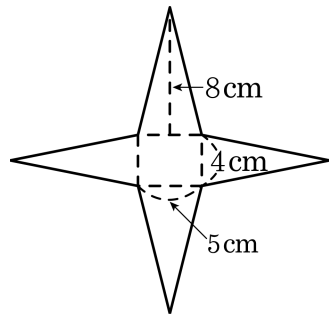
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : $240 + 16\pi$ cm²

해설

넓이는 $3 \times 20 \times 4 + \pi \times 4^2 = 240 + 16\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

7. 다음 그림은 사각뿔의 전개도이다. 이 사각뿔의 겉넓이를 구하여라.



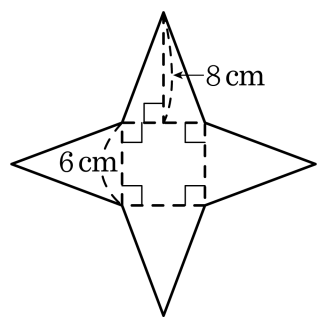
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 92cm²

해설

$$5 \times 4 + (5 + 4 + 5 + 4) \times 8 \times \frac{1}{2} = 20 + 72 = 92(\text{cm}^2)$$

8. 다음 그림은 사각뿔의 전개도이다. 이 사각뿔의 겉넓이를 구하여라.



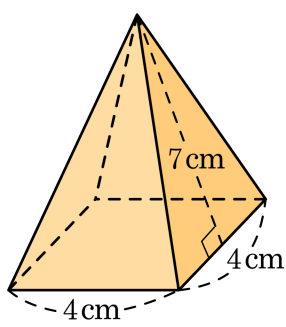
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 132 cm²

해설

$$6 \times 6 + 6 \times 8 \times \frac{1}{2} \times 4 = 36 + 96 = 132(\text{cm}^2)$$

9. 다음 정사각뿔의 겉넓이는?



① 70cm^2

② 72cm^2

③ 74cm^2

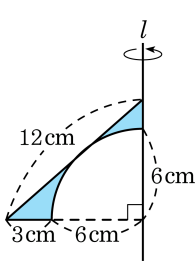
④ 74cm^2

⑤ 78cm^2

해설

$$4 \times 4 + 4 \times 7 \times \frac{1}{2} \times 4 = 16 + 56 = 72(\text{cm}^2)$$

10. 다음 그림과 같이 색칠한 부분을 직선 l 을 축으로 하여 1 회전 시킬 때 생기는 입체도형의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

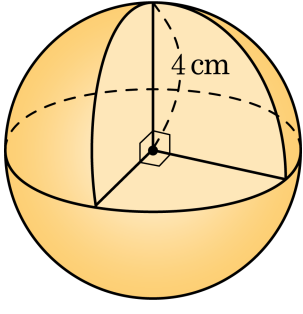
▷ 정답 : 225π cm²

해설

$$\begin{aligned} & (\pi \times 9 \times 12) + \left(\frac{1}{2} \times 4\pi \times 6^2 \right) + (\pi \times 9^2) - (\pi \times 6^2) \\ & = 225\pi \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

11. 다음 그림은 반지름의 길이가 4cm 인 구의 $\frac{1}{8}$ 을 잘라낸 입체도형이다.

겉넓이를 구하면?

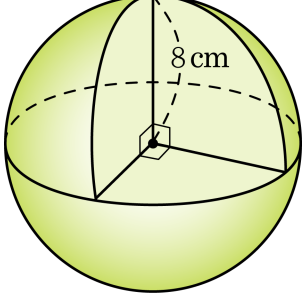


- ① $56\pi\text{cm}^2$
- ② $68\pi\text{cm}^2$
- ③ $80\pi\text{cm}^2$
- ④ $126\pi\text{cm}^2$
- ⑤ $160\pi\text{cm}^2$

해설

$$\begin{aligned}(\text{겉넓이}) &= 4 \times \pi \times 4^2 \times \frac{7}{8} + \frac{1}{4} \times 4^2 \times \pi \times 3 \\ &= 56\pi + 12\pi = 68\pi(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

12. 다음 그림은 반지름이 8cm 인 구의 $\frac{1}{8}$ 을 잘라낸 입체도형이다. 이 입체도형의 겉넓이를 구하여라.



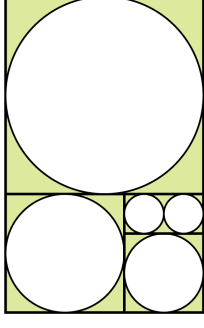
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 272πcm²

해설

$$4\pi \times 8^2 \times \frac{7}{8} + \pi \times 8^2 \times \frac{1}{4} \times 3 = 272\pi(\text{cm}^2)$$

13. 다음 그림과 같이 직사각형을 여러 개의 정사각형으로 나누고 각 정사각형에 내접하는 원을 그렸다. 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 차는 6cm 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



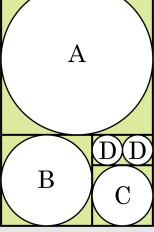
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 160 - 40π cm²

해설

원 A, B, C, D 의 반지름의 길이를 각각 a, b, c, d 라 하면
직사각형의 가로의 길이는

$2a = 2b + 2c = 2b + 4d$ 이다.



$\therefore a = b + c, c = 2d$

직사각형의 세로의 길이는 $2a + 2b = 2a + 2c + 2d$ 이다.

$\therefore b = c + d, c = 2d$ 이므로 $b = 3d$

가로와 세로의 길이의 차는 $(2a + 2b) - 2a = 6$ 이다.

$\therefore b = 3$

$b = 3$ 이면 $d = 1, c = 2, a = 5$

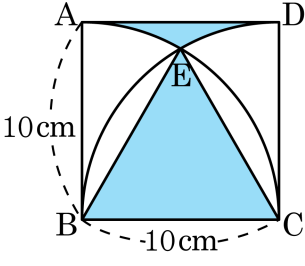
색칠한 부분의 넓이는 직사각형의 넓이에서 원의 넓이를 뺀
부분이다.

$$10 \times 16 - (\pi \times 5^2 + \pi \times 3^2 + \pi \times 2^2 + \pi \times 1^2 \times 2)$$

$$= 160 - (25\pi + 9\pi + 4\pi + 2\pi)$$

$$= 160 - 40\pi(\text{cm}^2)$$

14. 다음 정사각형 ABCD 에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



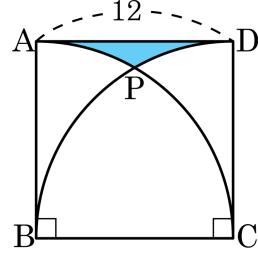
▶ 답 : cm²

▷ 정답 : $100 - \frac{50}{3}\pi \underline{\text{cm}^2}$

해설

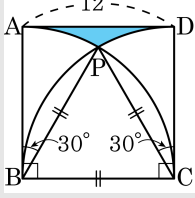
$\overline{EB} = \overline{BC} = \overline{EC}$ 이므로
 $\triangle EBC$ 는 정삼각형이다.
 $\angle ABE = \angle DCE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
따라서 색칠한 부분의 넓이는 $10 \times 10 - \pi \times 10^2 \times \frac{30^\circ}{360^\circ} \times 2 =$
 $100 - \frac{50}{3}\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 한 변의 길이가 12 인 정사각형이 있다. 이 도형 내부에 점B, C 를 각각 중심으로 하는 원을 그려 교점을 P 라고 할 때, 빗금 친 부분의 둘레의 길이는?



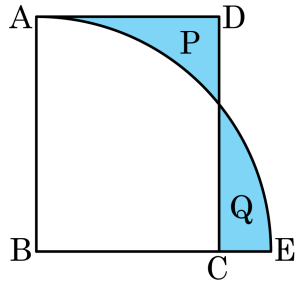
- ① 4π
- ② $8 + 2\pi$
- ③ $8 + 4\pi$
- ④ $10 + 4\pi$
- ⑤ $12 + 4\pi$

해설



$\triangle PBC$ 는 정삼각형이므로
 $\angle ABP = \angle DCP = 30^\circ$
 $\therefore 12 + 2 \times (2\pi \times 12 \times \frac{30^\circ}{360^\circ}) = 12 + 4\pi$

16. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 인 직사각형이고 색칠한 두 부분 P 와 Q 의 넓이가 같을 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 2π cm

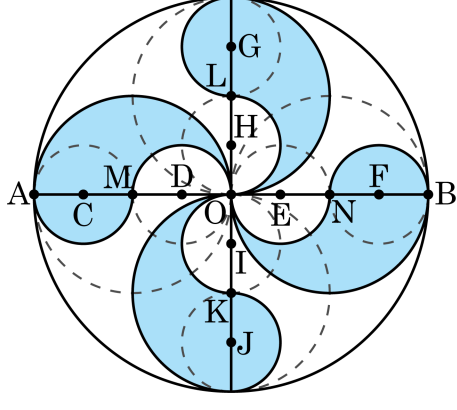
해설

□ABCD 의 넓이와 부채꼴 ABE 의 넓이가 같으므로

$$8 \times \overline{AD} = \frac{1}{4} \times \pi \times 8^2$$

$$\therefore \overline{AD} = 2\pi\text{cm}$$

17. 다음 도형에서 원 O의 지름 AB의 길이가 8cm, 원 M, N, L, K가 합동이고, 원 C, D, E, F, G, H, I, J가 합동이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면? (단, 점 O, M, N, L, K, C, D, E, F, G, H, I, J는 원의 중심이다.)

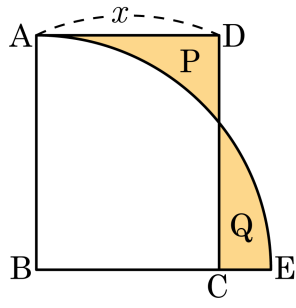


- ① $2\pi\text{cm}^2$ ② $4\pi\text{cm}^2$ ③ $6\pi\text{cm}^2$
 ④ $8\pi\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

색칠한 부분의 넓이는 반지름 2cm인 원 2개의 넓이와 같다.
 $\pi \times 2^2 \times 2 = 8\pi(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 인 직사각형이고 색칠한 두 부분 P 와 Q 의 넓이가 같을 때, x 는?



- ① π ② 1.5π ③ 2π ④ 2.5π ⑤ 3π

해설

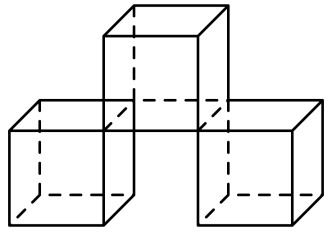
□ABCD 의 넓이와 부채꼴 ABE 의 넓이가 같으므로

$$6 \times x = \frac{1}{4} \times \pi \times 6^2$$

$$6x = 9\pi$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}\pi = 1.5\pi(\text{cm})$$

19. 다음 그림과 같이 연결된 입체도형에서 꼭짓점, 모서리, 면의 개수를 각각 v , e , f 라 할 때, $v - e + f$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

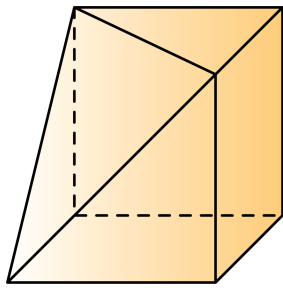
해설

$v = 20, e = 34, f = 18$ 이므로 $v - e + f = 20 - 34 + 18 = 4$ 이다.

해설

별해 : $v - e + f = 2$ 인 입체도형 3개가 있고, 연결된 입체도형에서 겹치는 모서리가 2개 있으므로 $3 \times 2 - 2 = 4$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 정육면체의 일부분을 잘라 낸 다면체에서 꼭짓점의 개수를 v 개, 모서리의 개수를 e 개, 면의 개수를 f 개 라 할 때, $v - e + f$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

꼭짓점의 개수 $v = 7$, 모서리의 개수 $e = 12$, 면의 개수 $f = 7$ 이므로 $v - e + f = 2$ 이다.

21. 모서리의 개수가 21 개인 각기둥의 꼭짓점의 개수를 v , 면의 개수를 f 라 할 때, $v + f$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

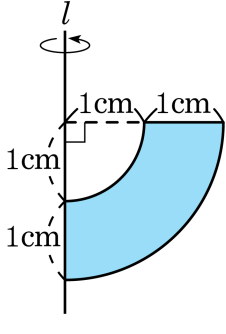
$v - e + f = 2$ (오일러의 법칙) 에서

$$e = 21$$

$$v - 21 + f = 2$$

$$v + f = 21 + 2 = 23$$

22. 다음 도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 90° 만큼 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : $\frac{19}{4}\pi$ cm^2

해설

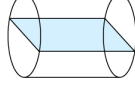
만들어지는 입체도형은 큰 반구의 $\frac{1}{4}$ 에서 작은 반구의 $\frac{1}{4}$ 이
비어있는 모양이다.

따라서 겉넓이는

$\frac{1}{4}((\text{큰 반구의 구면의 넓이})+(\text{작은 반구의 구면의 넓이})+3\times(\text{반지름이 2 인 원의 넓이})-3\times(\text{반지름이 1 인원의 넓이}))$

$$= \frac{1}{4} \left\{ \left(\frac{1}{2} \times 4\pi \times 2^2 \right) + \left(\frac{1}{2} \times 4\pi \times 1^2 \right) + 3(\pi \times 2^2) - 3(\pi \times 1^2) \right\} = \frac{19}{4}\pi(\text{cm}^2)$$

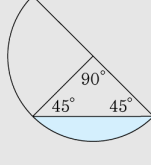
23. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3cm 인 원이고, 높이가 16cm 인 원기둥 모양의 음료수 캔을 눕혀놓고, 원기둥을 지면과 45° 만큼 기울어져 있는 평면으로 자를 때, 남은 음료수의 부피를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $(36\pi - 72) \text{ cm}^3$

해설

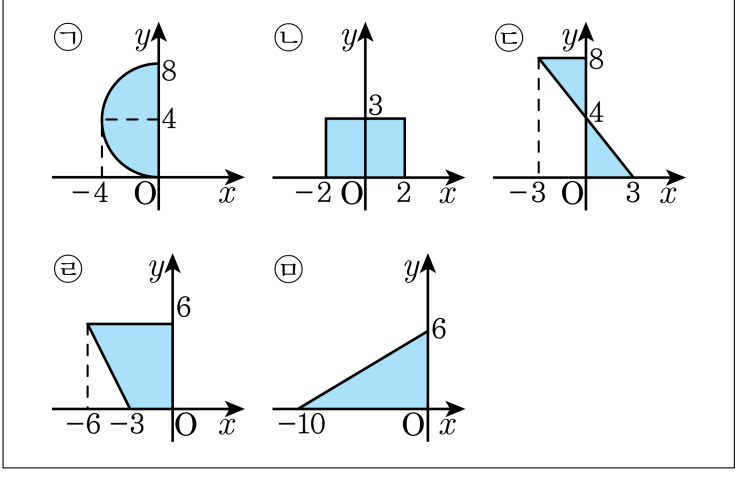


45° 만큼 기울였을 때 밑면의 모양은 위의 그림과 같으므로 자르고 남은 부분은 색칠된 부분이다.

$$(\text{밑넓이}) = \pi \times 3^2 \times \frac{90^\circ}{360^\circ} - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{4}\pi - \frac{9}{2}(\text{cm}^2)$$

$$\therefore (\text{남은 물의 양}) = \left(\frac{9}{4}\pi - \frac{9}{2}\right) \times 16 = 36\pi - 72(\text{cm}^3)$$

24. 다음 도형들을 y 축을 축으로 하여 1 회전 시켰을 때, 생기는 입체도형 중 부피가 가장 작은 것부터 순서대로 나열하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \text{ (부피)} = \frac{4}{3}\pi \times 4^3 = \frac{256}{3}\pi(\text{cm}^3)$$

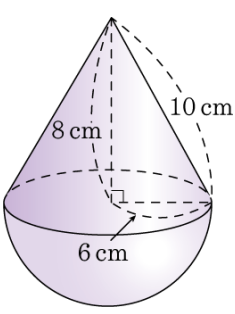
$$\textcircled{\text{㉡}} \text{ (부피)} = \pi \times 2^2 \times 3 = 12\pi(\text{cm}^3)$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \text{ (부피)} = 2 \times \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4 \right) = 24\pi(\text{cm}^3)$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \text{ (부피)} = \left(\frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 12 \right) - \left(\frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 6 \right) = 126\pi(\text{cm}^3)$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \text{ (부피)} = \frac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 6 = 200\pi(\text{cm}^3)$$

25. 다음 그림과 같은 입체도형의 겉넓이와 부피를 각각 구하여라.



▶ 답 : $\pi \text{ cm}^2$

▶ 답 : $\pi \text{ cm}^3$

▷ 정답 : 겉넓이 : $132\pi \text{ cm}^2$

▷ 정답 : 부피 : $240\pi \text{ cm}^3$

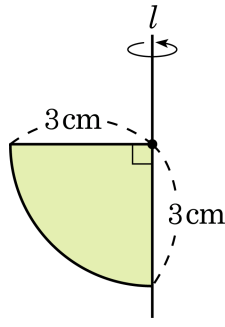
해설

$$(\text{겉넓이}) = \pi \times 6 \times 10 + 4\pi \times 6^2 \times \frac{1}{2} = 60\pi + 72\pi = 132\pi (\text{cm}^2)$$

$$(\text{부피}) = \frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 8 + \frac{4}{3}\pi \times 6^3 \times \frac{1}{2} = 96\pi + 144\pi = 240\pi (\text{cm}^3)$$

26. 다음 그림에서 원의 $\frac{1}{4}$ 되는 도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 360°

회전시킨 회전체의 겉넓이는?



- ① $24\pi\text{cm}^2$
- ② $27\pi\text{cm}^2$
- ③ $30\pi\text{cm}^2$
- ④ $33\pi\text{cm}^2$
- ⑤ $36\pi\text{cm}^2$

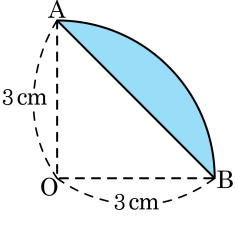
해설

$(\text{반구의 겉넓이}) = \frac{1}{2} \times (\text{구의 겉넓이}) + (\text{밑넓이})$

$\therefore 4\pi \times 3^2 \times \frac{1}{2} + \pi \times 3^2 = 27\pi(\text{cm}^2)$

27. 다음 그림의 색칠한 부분을 직선 OA 를 축으로 1회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피는?

- ① $12\pi\text{ cm}^3$
 ② $11\pi\text{ cm}^3$
- ③ $10\pi\text{ cm}^3$
 ④ $9\pi\text{ cm}^3$
- ⑤ $8\pi\text{ cm}^3$



해설

반지름의 길이가 3cm 인 반구의 부피에서 밑면의 반지름의 길이와 높이가 3cm 인 원뿔의 부피를 빼면 된다.

$$\frac{4}{3}\pi \times 3^3 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 3 = 18\pi - 9\pi = 9\pi(\text{cm}^3)$$