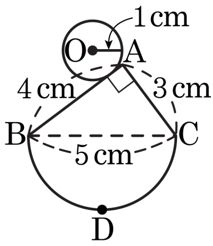
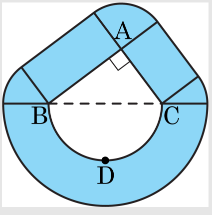
1. 다음 그림은 각 변의 길이가 $\overline{AB}=4\text{cm}$, $\overline{BC}=5\text{cm}$, $\overline{AC}=3\text{cm}$ 인 직각삼각형과 $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원이다. 반지름이 1cm 인 원 O 가 도형 ABDC 의 둘레 위를 한 바퀴 돌 때, 원이 지나는 부분의 넓이의 합을 $(a+b\pi)\text{cm}^2$ 이라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설



$2\times(4+3)+\pi\times 2^2\times\frac{1}{2}$

$+\left\{\left(\frac{9}{2}\right)^2\times\pi-\left(\frac{5}{2}\right)^2\times\pi\right\}\times\frac{1}{2}$

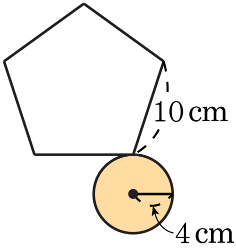
$S=14+2\pi+7\pi$

$=9\pi+14(\text{cm}^2)$

$a=14,\ b=9$ 이므로

$\therefore\ a+b=14+9=23$

2. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4cm 인 원을 한 변의 길이가 10cm 인 정오각형의 둘레를 따라 한 바퀴 돌렸을 때, 원이 지나간 자리의 넓이는?

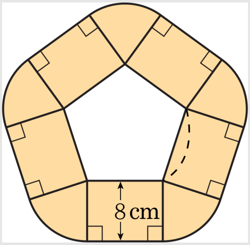


① $400+60\pi(\mathrm{cm}^2)$　② $400+64\pi(\mathrm{cm}^2)$

③ $420+60\pi(\mathrm{cm}^2)$　④ $420+64\pi(\mathrm{cm}^2)$

⑤ $440+60\pi(\mathrm{cm}^2)$

해설

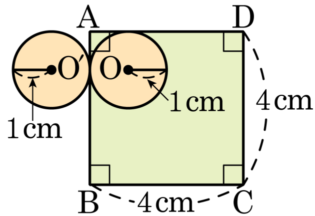


(직사각형의 넓이) $\times 5+$ (부채꼴의 넓이) $\times 5$

$=(10\times 8)\times 5+\left(\pi\times 8^2\times\dfrac{72}{360}\right)\times 5$

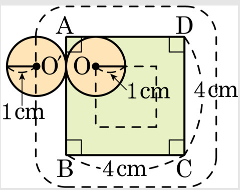
$=400+64\pi(\mathrm{cm}^2)$

3. 다음 그림은 반지름이 1cm 인 원 O, O′ 가 한 변의길이가 4cm 인 정사각형 ABCD 에 접하여 움직이고 있다. 두 원 O, O′ 가 한 바퀴 돌아 제자리에 왔을 때, 두 원의 중심이 이동한 거리의 차를 $(a+b\pi)$cm 라고 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.



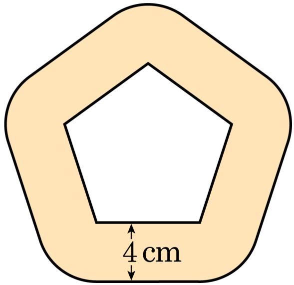
① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설



(원 O′ 의 중심이 이동한 거리) $= 4\times4+2\times\pi\times1 = 16+2\pi$(cm)
(원 O 의 중심이 이동한 거리) $= 2\times4 = 8$(cm)
두 원의 중심이 이동한 거리의 차는 $(16+2\pi)-8 = 8+2\pi$(cm) 이다.
$\therefore\ a-b = 8-2 = 6$

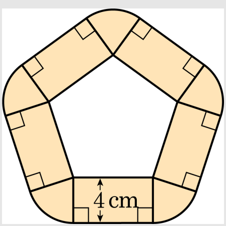
4. 다음 그림은 한 변의 길이가 7m 인 오각형 모양의 화단에서 이 화단의 밖으로 폭 4m 인 길에 딱 맞는 공이 굴러갈 때, 공이 굴러간 자리의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ m^2

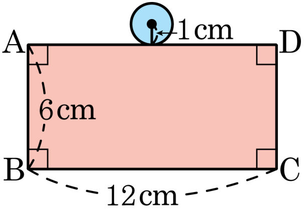
▷ 정답 : $140 + 16\pi$ m^2

해설



(공이 굴러간 자리의 넓이) $= 7 \times 4 \times 5 + \pi \times 4^2 = 140 + 16\pi$ (m^2) 이다.

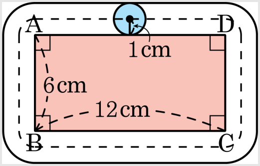
5. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1cm 인 동전을 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 6cm 인 직사각형 ABCD 의 둘레 위로 굴려서 처음의 위치에 오도록 하였을 때, 이 원이 지나간 부분의 넓이는?



① $2\pi + 64(\mathrm{cm}^2)$　② $2\pi + 68(\mathrm{cm}^2)$　③ $2\pi + 72(\mathrm{cm}^2)$
④ $4\pi + 68(\mathrm{cm}^2)$　⑤ $4\pi + 72(\mathrm{cm}^2)$

해설

지나간 부분을 그림으로 표시하면,



동전의 중심이 움직인 거리는 직사각형의 둘레와 반지름의 길이가 1cm 인 원의 둘레를 더한 것과 같다.

$S = (12 + 6) \times 2 \times 2 + 2^2 \times \pi = 4\pi + 72$

6. 한 변의 길이가 20cm 인 정삼각형의 주위를 반지름의 길이가 2cm 인 원이 한 바퀴 돌았다. 원이 지나간 자리의 넓이를 구하여라.

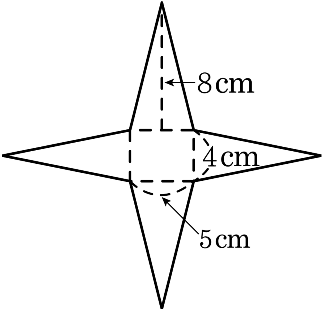
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $240 + 16\pi\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

넓이는 $3 \times 20 \times 4 + \pi \times 4^2 = 240 + 16\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

7. 다음 그림은 사각뿔의 전개도이다. 이 사각뿔의 겉넓이를 구하여라.



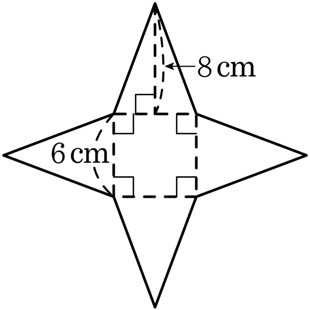
▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : 92 cm^2

해설

$$5 \times 4 + (5 + 4 + 5 + 4) \times 8 \times \frac{1}{2} = 20 + 72 = 92(\text{cm}^2)$$

8. 다음 그림은 사각뿔의 전개도이다. 이 사각뿔의 겉넓이를 구하여라.



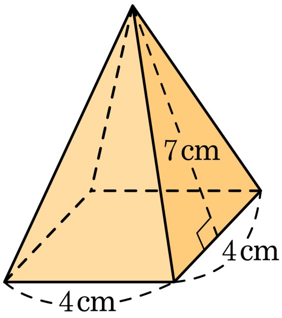
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $132\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$$6 \times 6 + 6 \times 8 \times \frac{1}{2} \times 4 = 36 + 96 = 132(\text{cm}^2)$$

9. 다음 정사각뿔의 겉넓이는?



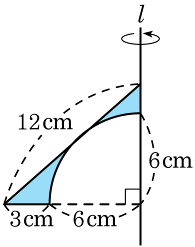
① 70cm^2　② 72cm^2　③ 74cm^2

④ 74cm^2　⑤ 78cm^2

해설

$$4 \times 4 + 4 \times 7 \times \frac{1}{2} \times 4 = 16 + 56 = 72(\text{cm}^2)$$

10. 다음 그림과 같이 색칠한 부분을 직선 l 을 축으로 하여 1 회전 시킬 때 생기는 입체도형의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿＿＿＿＿ cm^2

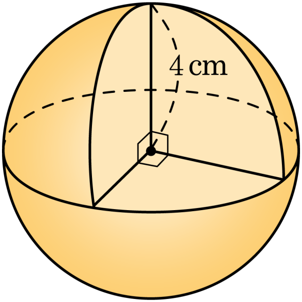
▷ 정답 : 225π cm^2

해설

$$(\pi \times 9 \times 12) + \left(\frac{1}{2} \times 4\pi \times 6^2\right) + (\pi \times 9^2) - (\pi \times 6^2)$$

$$= 225\pi\ (cm^2)$$

11. 다음 그림은 반지름의 길이가 4cm 인 구의 $\frac{1}{8}$ 을 잘라낸 입체도형이다. 겉넓이를 구하면?



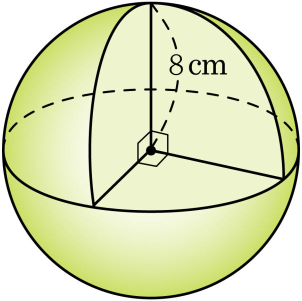
① $56\pi\text{cm}^2$ ② $68\pi\text{cm}^2$ ③ $80\pi\text{cm}^2$

④ $126\pi\text{cm}^2$ ⑤ $160\pi\text{cm}^2$

해설

$$(\text{겉넓이}) = 4\times\pi\times4^2\times\frac{7}{8}+\frac{1}{4}\times4^2\times\pi\times3$$
$$= 56\pi+12\pi = 68\pi(\text{cm}^2)$$

12. 다음 그림은 반지름이 8cm 인 구의 $\frac{1}{8}$ 을 잘라낸 입체도형이다. 이 입체도형의 겉넓이를 구하여라.



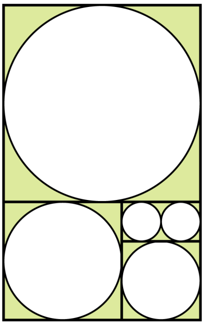
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 272π cm^2

해설

$$4\pi \times 8^2 \times \frac{7}{8} + \pi \times 8^2 \times \frac{1}{4} \times 3 = 272\pi(\mathrm{cm}^2)$$

13. 다음 그림과 같이 직사각형을 여러 개의 정사각형으로 나누고 각 정사각형에 내접하는 원을 그렸다. 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 차는 6cm 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



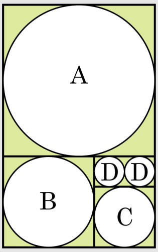
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $160 - 40\pi$ cm^2

해설

원 A, B, C, D 의 반지름의 길이를 각각 a, b, c, d 라 하면 직사각형의 가로의 길이는

$2a = 2b + 2c = 2b + 4d$ 이다.



$\therefore\ a = b + c,\ c = 2d$

직사각형의 세로의 길이는 $2a + 2b = 2a + 2c + 2d$ 이다.

$\therefore\ b = c + d,\ c = 2d$ 이므로 $b = 3d$

가로와 세로의 길이의 차는 $(2a + 2b) - 2a = 6$ 이다.

$\therefore\ b = 3$

$b = 3$ 이면 $d = 1,\ c = 2,\ a = 5$

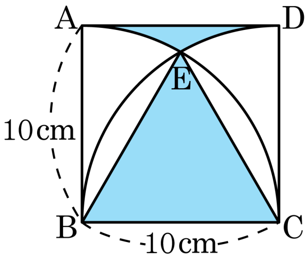
색칠한 부분의 넓이는 직사각형의 넓이에서 원의 넓이를 뺀 부분이다.

$10 \times 16 - (\pi \times 5^2 + \pi \times 3^2 + \pi \times 2^2 + \pi \times 1^2 \times 2)$

$= 160 - (25\pi + 9\pi + 4\pi + 2\pi)$

$= 160 - 40\pi(\text{cm}^2)$

14. 다음 정사각형 ABCD 에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $100 - \frac{50}{3}\pi$ cm^2

해설

$\overline{EB} = \overline{BC} = \overline{EC}$ 이므로

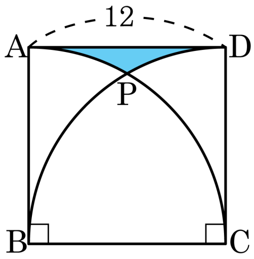
$\triangle EBC$ 는 정삼각형이다.

$\angle ABE = \angle DCE = 90° - 60° = 30°$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $10 \times 10 - \pi \times 10^2 \times \frac{30°}{360°} \times 2 =$

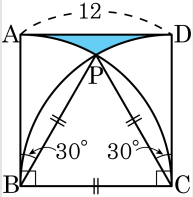
$100 - \frac{50}{3}\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 한 변의 길이가 12 인 정사각형이 있다. 이 도형 내부에 점B, C 를 각각 중심으로 하는 원을 그려 교점을 P 라고 할 때, 빗금 친 부분의 둘레의 길이는?



① 4π　② $8+2\pi$　③ $8+4\pi$
④ $10+4\pi$　⑤ $12+4\pi$

해설

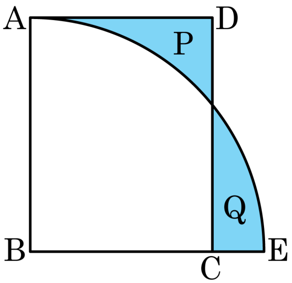


$\triangle$PBC 는 정삼각형이므로

$\angle$ABP $= \angle$DCP $= 30°$

$\therefore 12 + 2 \times (2\pi \times 12 \times \dfrac{30°}{360°}) = 12 + 4\pi$

16. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB} = 8\text{cm}$ 인 직사각형이고 색칠한 두 부분 P 와 Q 의 넓이가 같을 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ＿＿ cm

▷ **정답 :** 2π ＿ cm

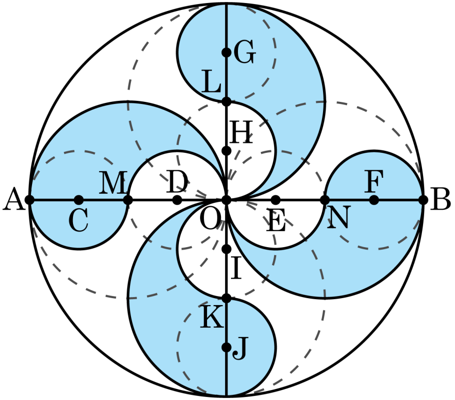
해설

□ABCD 의 넓이와 부채꼴 ABE 의 넓이가 같으므로

$$8 \times \overline{AD} = \frac{1}{4} \times \pi \times 8^2$$

$$\therefore \ \overline{AD} = 2\pi\text{cm}$$

17. 다음 도형에서 원 O 의 지름 AB 의 길이가 8cm , 원 M, N, L, K 가 합동이고, 원 C, D, E, F, G, H, I, J 가 합동이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면? (단, 점 O, M, N, L, K, C, D, E, F, G, H, I, J 는 원의 중심이다.)



① $2\pi\text{cm}^2$ ② $4\pi\text{cm}^2$ ③ $6\pi\text{cm}^2$

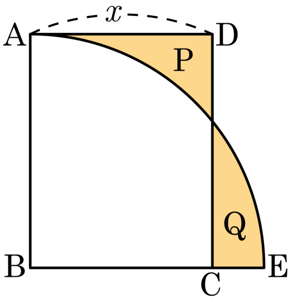
④ $8\pi\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

색칠한 부분의 넓이는 반지름 2cm 인 원 2 개의 넓이와 같다.

$\pi \times 2^2 \times 2 = 8\pi(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 인 직사각형이고 색칠한 두 부분 P 와 Q 의 넓이가 같을 때, x 는?



① π ② 1.5π ③ 2π ④ 2.5π ⑤ 3π

해설

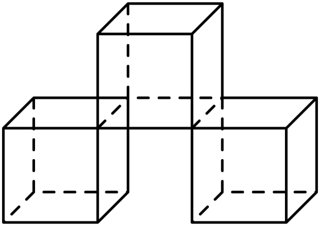
□ABCD 의 넓이와 부채꼴 ABE 의 넓이가 같으므로

$$6 \times x = \frac{1}{4} \times \pi \times 6^2$$

$$6x = 9\pi$$

$$\therefore \ x = \frac{3}{2}\pi = 1.5\pi(\text{cm})$$

19. 다음 그림과 같이 연결된 입체도형에서 꼭짓점, 모서리, 면의 개수를 각각 v, e, f 라 할 때, $v-e+f$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

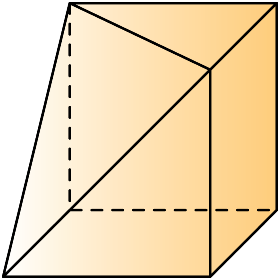
해설

$v=20, e=34, f=18$ 이므로 $v-e+f=20-34+18=4$ 이다.

해설

별해 : $v-e+f=2$ 인 입체도형 3개가 있고, 연결된 입체도형에서 겹치는 모서리가 2개 있으므로 $3\times2-2=4$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 정육면체의 일부분을 잘라 낸 다면체에서 꼭짓점의 개수를 v 개, 모서리의 개수를 e 개, 면의 개수를 f 개 라 할 때, $v-e+f$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

꼭짓점의 개수 $v=7$, 모서리의 개수 $e=12$, 면의 개수 $f=7$ 이므로 $v-e+f=2$ 이다.

21. 모서리의 개수가 21 개인 각기둥의 꼭짓점의 개수를 v , 면의 개수를 f 라 할 때, $v+f$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

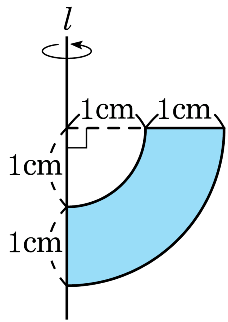
$v-e+f=2$(오일러의 법칙)에서

$e=21$

$v-21+f=2$

$v+f=21+2=23$

22. 다음 도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 $90°$ 만큼 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad\quad \text{cm}^2}$

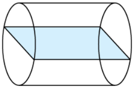
▷ 정답: $\frac{19}{4}\pi$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

만들어지는 입체도형은 큰 반구의 $\frac{1}{4}$ 에서 작은 반구의 $\frac{1}{4}$ 이 비어있는 모양이다.
따라서 겉넓이는
$\frac{1}{4}${(큰 반구의 구면의 넓이)+(작은 반구의 구면의 넓이)+3 × (반지름이 2 인 원의 넓이)−3 × (반지름이 1 인원의 넓이)}

$$= \frac{1}{4}\left\{\left(\frac{1}{2} \times 4\pi \times 2^2\right) + \left(\frac{1}{2} \times 4\pi \times 1^2\right) + 3(\pi \times 2^2) - 3(\pi \times 1^2)\right\} = \frac{19}{4}\pi(\text{cm}^2)$$

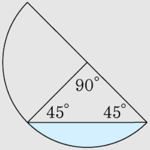
23. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 3cm 인 원이고, 높이가 16cm 인 원기둥 모양의 음료수 캔을 눕혀놓고, 원기둥을 지면과 45° 만큼 기울어져 있는 평면으로 자를 때, 남은 음료수의 부피를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $(36\pi - 72)\,\mathrm{cm}^3$

해설

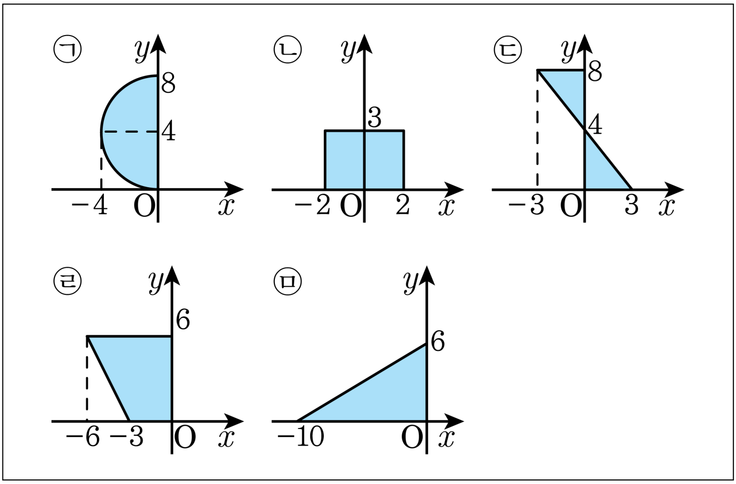


45° 만큼 기울였을 때 밑면의 모양은 위의 그림과 같으므로 자르고 남은 부분은 색칠된 부분이다.

$$(\text{밑넓이}) = \pi \times 3^2 \times \frac{90°}{360°} - \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{4}\pi - \frac{9}{2}(\mathrm{cm}^2)$$

$$\therefore (\text{남은 물의 양}) = \left(\frac{9}{4}\pi - \frac{9}{2}\right) \times 16 = 36\pi - 72(\mathrm{cm}^3)$$

24. 다음 도형들을 y 축을 축으로 하여 1 회전 시켰을 때, 생기는 입체도형 중 부피가 가장 작은 것부터 순서대로 나열하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ (부피) $= \dfrac{4}{3}\pi \times 4^3 = \dfrac{256}{3}\pi(\text{cm}^3)$

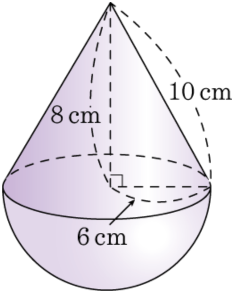
㉡ (부피) $= \pi \times 2^2 \times 3 = 12\pi(\text{cm}^3)$

㉢ (부피) $= 2 \times \left(\dfrac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4\right) = 24\pi(\text{cm}^3)$

㉣ (부피) $= \left(\dfrac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 12\right) - \left(\dfrac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 6\right) = 126\pi(\text{cm}^3)$

㉤ (부피) $= \dfrac{1}{3} \times \pi \times 10^2 \times 6 = 200\pi(\text{cm}^3)$

25. 다음 그림과 같은 입체도형의 겉넓이와 부피를 각각 구하여라.



▶ **답 :** ______ $\pi\,\text{cm}^2$

▶ **답 :** ______ $\pi\,\text{cm}^3$

▷ **정답 :** 겉넓이 : $132\pi\,\text{cm}^2$

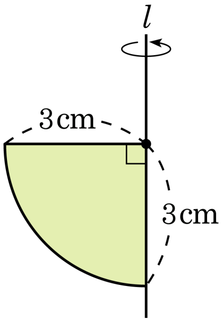
▷ **정답 :** 부피 : $240\pi\,\text{cm}^3$

해설

$$(\text{겉넓이}) = \pi \times 6 \times 10 + 4\pi \times 6^2 \times \frac{1}{2} = 60\pi + 72\pi = 132\pi(\text{cm}^2)$$

$$(\text{부피}) = \frac{1}{3}\pi \times 6^2 \times 8 + \frac{4}{3}\pi \times 6^3 \times \frac{1}{2} = 96\pi + 144\pi = 240\pi(\text{cm}^3)$$

26. 다음 그림에서 원의 $\frac{1}{4}$ 되는 도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 360° 회전시킨 회전체의 겉넓이는?



① $24\pi \mathrm{cm}^2$ ② $27\pi \mathrm{cm}^2$ ③ $30\pi \mathrm{cm}^2$

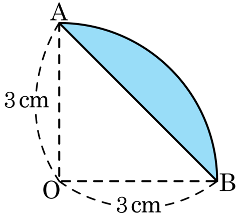
④ $33\pi \mathrm{cm}^2$ ⑤ $36\pi \mathrm{cm}^2$

해설

(반구의 겉넓이) $= \frac{1}{2} \times$ (구의 겉넓이) $+$ (밑넓이)

$\therefore \ 4\pi \times 3^2 \times \frac{1}{2} + \pi \times 3^2 = 27\pi(\mathrm{cm}^2)$

27. 다음 그림의 색칠한 부분을 직선 OA 를 축으로 1회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피는?



① $12\pi\ \text{cm}^3$

② $11\pi\ \text{cm}^3$

③ $10\pi\ \text{cm}^3$

④ $9\pi\ \text{cm}^3$

⑤ $8\pi\ \text{cm}^3$

해설

반지름의 길이가 3 cm 인 반구의 부피에서 밑면의 반지름의 길이와 높이가 3 cm 인 원뿔의 부피를 빼면 된다.

$$\frac{4}{3}\pi \times 3^3 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 3 = 18\pi - 9\pi = 9\pi(\text{cm}^3)$$