

1. 다음 중 옳게 연결된 것은?

- ① $\{x \mid x \text{는 홀수}\} = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 짝수}\} = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 5, 10\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\} = \{6, 12, 18, \dots\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\}$

해설

③ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 5, 10\}$ 이다.

2. $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 11 \text{보다 작은 홀수}\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값은?

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로 $n(B) = 5$
 $\therefore n(A) + n(B) = 7 + 5 = 12$

3. 다음 중 옳은 것은?

- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $C \subset A$ 이다.
- ② $A \subset B, A \subset C$ 이면 $B \subset C$ 이다.
- ③ $A \subset B, B \subset A$ 이라도 $A = B$ 가 아닐 수 있다.
- ④ $\{\emptyset\}$ 은 $\{0, \emptyset\}$ 의 부분집합이다.
- ⑤ $\{1\}$ 은 $\{3, \{1, 3\}\}$ 의 부분집합이다.

해설

- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ② $A \subset B, A \subset C$ 일 때, B, C 의 포함 관계는 알 수 없다.
- ③ $A \subset B, B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
- ⑤ $\{1\}$ 은 $\{3, \{1, 3\}\}$ 의 부분집합이 아니다.

4. $\{a\} \subset X \subset \{a, b, c\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

집합 X 는 a 를 반드시 원소로 가지는 $\{a, b, c\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^2 = 4$ (개)

5. 다음에서 {5, 10, 15} 와 같은 집합의 개수는?

보기

- | | |
|----------------|-----------------|
| ㉠ {5, 15, 10} | ㉡ {1, 5, 10} |
| ㉢ {10, 5×4, 5} | ㉣ {5, 5×2, 5×3} |
| ㉤ {10, 11} | ㉥ {25, 5, 3×5} |

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$\{5, 15, 10\} = \{5, 5 \times 2, 5 \times 3\} = \{5, 10, 15\}$$

6. 다음 중 옳은 것은?

- ① $A \subset B$ 이면, $n(A)$ 는 $n(B)$ 보다 작다.
- ② $A \subset B$ 이고, $A \neq B$ 이면, $n(A) = n(B)$ 이다.
- ③ $A = B$ 이면 $n(A)$ 와 $n(B)$ 는 같다.
- ④ $n(A) < n(B)$ 이면, $A \subset B$ 이다.
- ⑤ $A = \{0, \emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.

해설

- ① 반례 : $A = \{1\}$, $B = \{1\}$
- ② 반례 : $A = \{1\}$, $B = \{1, 3\}$
- ④ 반례 : $A = \{2\}$, $B = \{1, 3\}$
- ⑤ $A = \{0, \emptyset\}$ 이면 $n(A) = 2$ 이다.

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = B$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A \subset B$

② $(A \cap B) \subset B$

③ $A \cap B = B$

④ $(B \cap \emptyset) \cup A = \emptyset$

⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B) \subset B$

해설

$A \cup B = B$ 이면 $A \subset B$ 이다.

③ $A \subset B$ 이므로 $A \cap B = A$ 이다.

④ $(B \cap \emptyset) \cup A = \emptyset \cup A = A$ 이므로 옳지 않다.

⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$ 는 $B \subset A$ 와 같으므로 옳지 않다.

8. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 21$,
 $n(B) = 14$, $n(A \cup B) = 29$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\29 &= 21 + 14 - n(A \cap B) \\ \therefore n(A \cap B) &= 6\end{aligned}$$

9. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 홀수}\}$ 일 때, $A - B^c$ 은?

- ① $\{1\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{1, 3\}$
④ $\{1, 3, 5\}$ ⑤ $\{1, 3, 7, 9\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로 $B^c = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이다.

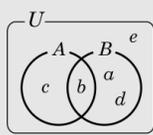
따라서 $A - B^c = \{1, 2, 3, 6\} - \{2, 4, 6, 8, 10\} = \{1, 3\}$ 이다.

10. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{b\}$, $B - A = \{a, d\}$, $(A \cup B)^c = \{e\}$ 일 때, $A - B$ 는?

- ① $\{a\}$ ② $\{c\}$ ③ $\{a, d\}$ ④ $\{b, c\}$ ⑤ $\{b, e\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A - B = \{c\}$ 이다.



11. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 짝수}\}$, $B = \{2, 8\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $B - A = \emptyset$ ② $A^c \cup B = U$ ③ $B \cap A^c = \emptyset$
④ $A \cap B = B$ ⑤ $A \cup B = A$

해설

$A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{2, 8\}$ 이므로 $B \subset A$ 이다.
따라서 ② $A^c \cup B \neq U$ 이다.

12. $A = \{1, 2, a + 1\}$, $B = \{a - 1, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$ 일 때, $A - B$ 는?

- ① \emptyset ② $\{1, 2\}$ ③ $\{1, 3\}$ ④ $\{3, 5\}$ ⑤ $\{5\}$

해설

$A \cap B = \{5\}$ 이므로 $a + 1 = 5$, $a = 4$ 이다.
따라서 $A = \{1, 2, 5\}$, $B = \{3, 5\}$ 이므로 $A - B = \{1, 2\}$ 이다.

13. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 일 때, $B^c - A^c$ 은?

① $\{3\}$

② $\{3, 5\}$

③ $\{4\}$

④ $\{4, 5\}$

⑤ $\{4, 5, 6\}$

해설

$B^c - A^c = A - B = \{3, 4, 5\} - \{1, 2, 3\} = \{4, 5\}$ 이다.

14. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, 조건 p 를 만족시키는 집합 P 와 조건 q 를 만족시키는 집합 Q 사이의 포함 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $Q \subset P$

② $Q^c \subset P^c$

③ $Q \subset P^c$

④ $Q^c \subset P$

⑤ $Q = P^c$

해설

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이면 그 대우 $\sim q \rightarrow \sim p$ 도 참이다.
 $\therefore Q^c \subset P^c$

15. 실수 a, b, x, y 에 대하여 $a^2 + b^2 = 5, x^2 + y^2 = 3$ 일 때 다음 중 $ax + by$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① -1 ② 0 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

a, b, x, y 가 실수이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$
 $5 \times 3 \geq (ax + by)^2$
 $\therefore -\sqrt{15} \leq ax + by \leq \sqrt{15}$
따라서 4는 $ax + by$ 의 범위에 속하지 않는다.

16. 8의 약수의 집합을 A , 12의 약수의 집합을 B 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $1 \in A, 1 \in B$ ② $2 \in A, 2 \in B$ ③ $4 \in A, 4 \notin B$
④ $4 \in A, 6 \in B$ ⑤ $7 \notin A, 11 \notin B$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $4 \in A, 4 \in B$ 이다.

17. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 n 을 반드시 원소로 갖는 집합의 개수가 32 개일 때, 자연수 n 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$2(n\text{을 제외한 원소의 개수}) = 2^{n-1} = 32 = 2^5 \quad \therefore n = 6$$

18. 다음 중 옳은 것은?

- ① $A \cup \emptyset = \emptyset$
- ② $A \cap B = B \cup A$
- ③ $A \subset (A \cap B)$
- ④ $(A \cup B) \subset A$
- ⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

해설

- ① $A \cup \emptyset = A$
- ② $A \cap B = B \cap A, A \cup B = B \cup A$
- ③ $(A \cap B) \subset A$
- ④ $A \subset (A \cup B)$

19. 두 집합 $A = \{2, 4, a-1\}$, $B = \{a-8, a-3, b+2\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 9\}$ 일 때, 집합 A 와 집합 B 의 합집합은?

- ① $\{2, 4, 8\}$ ② $\{2, 4, 7, 9\}$
③ $\{2, 4, 8, 9\}$ ④ $\{2, 4, 7, 8, 9\}$
⑤ $\{2, 4, 7, 9, 11\}$

해설

$A \cap B = \{2, 9\}$ 이므로 $9 \in A$
 $a-1=9 \therefore a=10$
 $a=10$ 이므로 $B = \{2, 7, b+2\}$
 $9 \in B$ 이므로 $b+2=9 \therefore b=7$
 $A = \{2, 4, 9\}$, $B = \{2, 7, 9\}$ 이므로
 $A \cup B = \{2, 4, 7, 9\}$

20. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) \cap (A^c \cap B^c)$ 을 간단히 하면?

- ① A ② B ③ \emptyset ④ U ⑤ $A \cup B$

해설

$$\begin{aligned}(A \cup B) \cap (A^c \cap B^c) &= (A \cup B) \cap (A \cup B)^c \\ &= (A \cup B) - (A \cup B) = \emptyset\end{aligned}$$

21. 명제 '모든 학생들은 수학을 좋아한다.'의 부정으로 옳은 것은?

- ① 모든 학생들은 수학을 좋아하지 않는다.
- ② 모든 학생들은 영어를 좋아한다.
- ③ 어떤 학생들은 수학을 좋아한다.
- ④ 어떤 학생들은 수학을 좋아하지 않는다.
- ⑤ 어떤 학생들은 영어를 좋아한다.

해설

'모든'의 부정은 '어떤'이므로 주어진 명제의 부정은 '어떤 학생들은 수학을 좋아하지 않는다.'이다.

22. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 두 조건 $p : x^2 = 3x$, $q : x \geq 2$ 에 대하여 조건 'p 이고 ~q'를 만족하는 집합은?

- ① $\{0\}$ ② $\{1\}$ ③ $\{3\}$ ④ $\{0, 1\}$ ⑤ $\{3, 5\}$

해설

p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 하면

$P = \{0, 3\}, Q = \{2, 3, 4, 5\}$

'p 이고 ~q' 를 만족하는 집합은 $P \cap Q^c$

$\therefore P \cap Q^c = P - Q = \{0\}$

23. 다음 명제 중 참인 것의 개수를 구하면?

- ㉠ $2a^2 - 3b^2 = ab$ 이면 $a + b = 0$ 이다.
- ㉡ x 가 무리수 이면 x 는 무한소수이다.
- ㉢ 무한소수는 분수로 나타낼 수 없다.
- ㉣ x 가 3 의 배수이면 $x + 1$ 은 짝수이다.
- ㉤ 사각형의 대각선이 직교하면 마름모이다.

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 0개

해설

㉠ $2a^2 - ab - 3b^2 = 0$, $(a + b)(2a - 3b) = 0$
∴ $a + b = 0$ 또는 $2a - 3b = 0$ 이므로 거짓
㉡ 무리수는 순환하지 않는 무한소수이므로 참
㉢ 순환하는 무한소수는 유리수이므로 거짓
㉣ 반례 : $x = 6$ 일 때 $x + 1 = 7$ (홀수)
㉤ 대각선이 직교하는 사각형이 모두 마름모는 아니다. 정사각형도 있다.
∴ ㉡만 참이다.

24. 다음 중 명제 「 $x+y \geq 2$ 이고 $xy \geq 1$ 이면, $x \geq 1$ 이고 $y \geq 1$ 이다.」가 거짓임을 보이는 반례는?

① $x = 1, y = \frac{1}{2}$

② $x = 100, y = \frac{1}{2}$

③ $x = 1, y = 1$

④ $x = 2, y = 4$

⑤ $x = -1, y = -5$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것을 고르면 된다.
따라서 ②가 올바른 반례이다

25. 명제 '모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 4 \geq k$ 이다.'는 참이고, '어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 + k \leq 1$ 이다.'는 거짓일 때, 실수 k 의 값의 범위는?

- ① $-4 \leq k \leq -1$ ② $1 \leq k \leq 4$ ③ $-1 \leq k < 1$
④ $1 < k \leq 4$ ⑤ $-4 \leq k \leq 1$

해설

모든 실수 x 에 대하여 $x^2 + 4 \geq k$ 가 참이므로 $k \leq 4$
어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 + k \leq 1$ 이 거짓이므로 $k > 1$
 $\therefore 1 < k \leq 4$

26. 다음 보기의 명제 중 ‘역’과 ‘대우’가 모두 참인 명제를 모두 고르면?

- ㉠ 자연수 n 에 대하여 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.
 ㉡ 실수 x, y 에 대하여 $x+y > 2$ 이면 $x > 1$ 또는 $y > 1$ 이다.
 ㉢ $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = \angle B$ 이면 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이고, n 이 홀수이면 n^2 도 홀수이므로 명제와 그 역이 모두 참이다. 따라서 역과 대우 모두 참이다.
 ㉡ 역 ‘ $x > 1$ 또는 $y > 1$ 이면 $x+y > 2$ ’에서 $x = 2, y = -3$ 일 때 $2-3 < 2$ 이므로 거짓이다. 대우 ‘ $x \leq 1$ 이고 $y \leq 1$ 이면 $x+y \leq 2$ ’는 참이다.
 ㉢ 역 ‘ $\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이면 $\angle A = \angle B$ ’는 $\angle A = \angle C$ 또는 $\angle B = \angle C$ 일 때도 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 거짓이다. 주어진 명제가 참이므로 그 대우도 참이다.
 따라서 역과 대우가 모두 참인 것은 ㉠뿐이다.

27. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 명제 $p \Rightarrow \sim q, q \Rightarrow r, s \Rightarrow q$ 일 때, 보기 중 참인 명제의 개수는?

- | | | |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| ㉠ $q \Rightarrow p$ | ㉡ $s \Rightarrow r$ | ㉢ $r \Rightarrow s$ |
| ㉣ $p \Rightarrow \sim s$ | ㉤ $q \Rightarrow \sim p$ | ㉥ $\sim r \Rightarrow \sim q$ |
| ㉦ $s \Rightarrow \sim p$ | | |

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

㉡, ㉣, ㉤, ㉥, ㉦이 참이다.
 $p \Rightarrow \sim q, q \Rightarrow r, s \Rightarrow q$ 이므로
 그 각각의 대우도 참이다.
 $\therefore q \Rightarrow \sim p, \sim r \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow \sim s$
 $p \Rightarrow \sim q, \sim q \Rightarrow \sim s$ 이므로
 $\therefore p \Rightarrow \sim s, s \Rightarrow \sim p$
 $s \Rightarrow q, q \Rightarrow r$ 이므로
 $\therefore s \Rightarrow r$

28. 다음 중 p 는 q 이기 위한 충분조건인 것은? (단, a, b, c 는 실수)

- ① $p : ab = 0, q : a + b = 0$
- ② $p : ac = bc, q : a = b$
- ③ $p : \triangle ABC$ 는 이등변삼각형, $q : \angle B = \angle C$
- ④ $p : a > -1, q : a > 2$
- ⑤ $p : a > 0, b < 0, q : a - b > 0$

해설

- ① 아무 조건이 아니다.
- ② $q \rightarrow p$ (p 는 q 이기 위한 필요조건)
- ③ $q \rightarrow p$ (p 는 q 이기 위한 필요조건)
- ④ $q \rightarrow p$ (p 는 q 이기 위한 필요조건)
- ⑤ $p \rightarrow q$ (p 는 q 이기 위한 충분조건)

29. 다음에서 조건 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은?

- ① $p : x = 0$ 이고 $y = 0, q : xy = 0$
- ② $p : x^2 = 9, q : x = 3$
- ③ $p : x, y$ 는 모두 짝수, $q : x + y$ 는 짝수
- ④ $p : x \neq 0$ 이고 $y \neq 0, q : xy \neq 0$
- ⑤ $p : x$ 는 유리수, $q : x^2$ 은 유리수

해설

- ① $q \rightarrow p$: 거짓 ($x = 0, y = 1$)
- ② $p \rightarrow q$: 거짓 ($x^2 = 9$ 이면 $x = \pm 3$)
- ③ $q \rightarrow p$: 거짓 ($x = 1, y = 3$ 이면 $x + y = 4$)
- ④ 필요충분조건
- ⑤ $q \rightarrow p$: 거짓 ($x = \sqrt{2}$ 이면 $x^2 = 2$)

30. 두 조건 p : x 는 한 자리의 소수, q : $|x+a| \leq 3$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 a 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

- ① -20 ② -10 ③ 0 ④ 10 ⑤ 20

해설

두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 P, Q 라 하면 $P = \{2, 3, 5, 7\}$
 $|x+a| \leq 3$
 $\Leftrightarrow -3 \leq x+a \leq 3$
 $\Leftrightarrow -a-3 \leq x \leq -a+3$
 $Q = \{x \mid -a-3 \leq x \leq -a+3\}$
 p 는 q 이기 위한 충분조건이므로
 $\{2, 3, 5, 7\} \subset \{x \mid -a-3 \leq x \leq -a+3\}$
즉, $-a-3 \leq 2, -a+3 \geq 7$ 이므로 $-5 \leq a \leq -4$
따라서 a 의 최댓값은 -4 , 최솟값은 -5 이므로 $(-4) \times (-5) = 20$

31. 전체집합 U 에 대하여 두 집합이 $A = \{x \mid x > 3\}$, $B = \{x \mid x \leq -1\}$ 일 때, 주어진 조건 또는 명제를 집합으로 바르게 표현한 것은?

- ① 조건: $x < 3$, 집합표현: A^c
- ② 조건: $x \geq -1$, 집합표현: B^c
- ③ 조건: $-1 < x \leq 3$, 집합표현: $(A \cap B)^c$
- ④ 명제: $x > 3 \rightarrow x > -1$, 집합표현: $A \subset B^c$
- ⑤ 조건: $x \leq 3$ 또는 $x > -1$, 집합표현: $(A \cup B)^c$

해설

- ① A^c 은 $x \leq 3$ 이다.
- ② B^c 은 $x > -1$ 이다.
- ③ $(A \cap B)^c$ 에서 $A \cap B = \emptyset$ 이므로 $(A \cap B)^c$ 은 전체집합 U 이다.
- ⑤ $(A \cup B)^c$ 은 $-1 < x \leq 3$ 이다.

32. 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건, r 은 q 이기 위한 필요조건, r 은 s 이기 위한 충분조건, q 는 s 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① q 는 p 이기 위한 충분조건이다.
- ② r 은 p 이기 위한 충분조건이다.
- ③ p 는 r 이기 위한 필요충분조건이다.
- ④ r 은 s 이기 위한 필요충분조건이다.
- ⑤ s 는 p 이기 위한 필요충분조건이다.

해설

주어진 조건을 그림처럼 도식화 해보면 q, r, s 는 서로 필요충분조건이고 p 는 q, r, s 이기 위한 충분조건이다.



∴ ④

33. 다음은 $|a| < 1$, $|b| < 1$, $|c| < 1$ 일 때 부등식 $abc + 2 > a + b + c$ 가 성립함을 증명한 것이다. ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

$$\begin{aligned} abc + 2 &> a + b + c \\ &= abc + 1 + 1 - a - b - c \\ &= (1 - ab)(1 - c) + \text{㉠} \end{aligned}$$

$|a| < 1$ 이므로 $(\text{㉡}) < 1 - a < (\text{㉢})$

같은 방법으로 $(\text{㉢}) < 1 - b < (\text{㉡})$,

$$(\text{㉡}) < 1 - c < (\text{㉢})$$

또한 $|ab| < 1$ 이므로 $(\text{㉡}) < 1 - ab < (\text{㉢})$

따라서 $abc + 2 - (a + b + c) = (1 - ab)(1 - c) + \text{㉠} > (\text{㉡})$

이므로 $abc + 2 > a + b + c$

- ① $(1 + a)(1 + b), 0, 2$ ② $(1 - a)(1 + b), 0, 2$
 ③ $(1 + a)(1 + b), -1, 1$ ④ $(1 - a)(1 - b), 0, 2$
 ⑤ $(1 - a)(1 - b), -1, 1$

해설

$$\begin{aligned} abc + 2 > a + b + c &= abc + 1 + 1 - a - b - c \\ &= abc - ab - c + 1 + 1 + ab - a - b \\ &= (1 - ab)(1 - c) + (1 - a)(1 - b) \end{aligned}$$

$|a| < 1$ 이므로 $-1 < a < 1$ 이므로 $0 < 1 - a < 2$

$|b| < 1$ 이므로 $-1 < b < 1$ 이므로 $0 < 1 - b < 2$

$|c| < 1$ 이므로 $-1 < c < 1$ 이므로 $0 < 1 - c < 2$

또한 $|ab| < 1$ 이므로 $0 < 1 - ab < 2$

따라서 $abc + 2 - (a + b + c) = (1 - ab)(1 - c) + (1 - a)(1 - b) > 0$

이므로 $abc + 2 > a + b + c$

34. 다음 [보기] 중에 x 에 대한 절대부등식인 것을 모두 고른 것은? (단, x 는 실수이다.)

보기

㉠ $x+1 > 0$	㉡ $x^2 - 2x + 1 \geq 0$
㉢ $x^2 < x + 12$	㉣ $x^2 + 1 > x$

- ① ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉠ $x+1 > 0 \Leftrightarrow x > -1$
 ㉡ $x^2 - 2x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0$
 $\Leftrightarrow x$ 는 모든 실수 (절대부등식)
 ㉢ $x^2 < x + 12 \Leftrightarrow x^2 - x - 12 < 0$
 $\Leftrightarrow (x+3)(x-4) < 0$
 $\Leftrightarrow -3 < x < 4$
 ㉣ $x^2 + 1 > x \Leftrightarrow x^2 - x + 1 > 0$
 $\Leftrightarrow \left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + 1 - \frac{1}{4} > 0$
 $\Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$
 $\Leftrightarrow x$ 는 모든 실수 (절대부등식)

35. 길이가 16m인 철조망을 이용하여 마당에 직사각형 모양의 토끼장을 만들어 토끼를 기르려고 한다. 이 때, 토끼장의 넓이의 최대값은?

① 8m^2 ② 16m^2 ③ 25m^2 ④ 36m^2 ⑤ 64m^2

해설

가로를 x , 세로를 y 라 하자.
 $2(x+y) = 16$ $x+y = 8$
산술기하평균을 사용하면,
 $x+y \geq 2\sqrt{xy}$
 $4 \geq \sqrt{xy}$
 $\Rightarrow 16 \geq xy$
 \therefore 넓이의 최대값 : $16(\text{m}^2)$

36. 다음 집합 중에서 무한집합이 아닌 것을 모두 구하면?

① $\{x \mid x \text{는 자연수 부분이 1인 대분수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 3보다 작은 3의 배수}\}$

③ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 수}\}$

④ $\{x \mid 2 < x < 5 \text{인 정수}\}$

⑤ $\{x \mid x = 4n - 5, n \text{은 자연수}\}$

해설

① $\left\{1\frac{1}{2}, 1\frac{1}{3}, 1\frac{2}{3}, \dots\right\} \Rightarrow$ 무한집합

② $\emptyset \Rightarrow$ 유한집합

③ 무한집합

④ $\{3, 4\} \Rightarrow$ 유한집합

⑤ $\{-1, 3, 7, 11, \dots\} \Rightarrow$ 무한집합

37. A 가 집합일 때 $P(A)$ 를 $P(A) = \{X \mid X \subset A\}$ 로 정의하기로 한다. 이 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $A \subset P(A)$ ② $\{A\} \subset P(A)$ ③ $\{A\} \in P(A)$
④ $\{A\} = P(A)$ ⑤ $A \notin P(A)$

해설

집합 A 는 집합 $P(A)$ 의 원소이므로 $A \in P(A)$
따라서 A 를 원소로 하는 부분집합 $\{A\}$ 는 $P(A)$ 의 부분집합이다.
 $\therefore \{A\} \subset P(A)$

38. 세 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 짝수}\}$, $C = \{x \mid x = 2 \times n, n = 1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 A, B, C 사이의 포함 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $C \subset A = B$ ② $A \subset B \subset C$ ③ $B \subset A \subset C$

④ $B = C \subset A$ ⑤ $A = C \subset B$

해설

$B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{2, 4, 6, 8\}$

따라서 $B = C \subset A$ 의 포함 관계가 성립한다.

39. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 적어도 하나의 짝수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는?

- ① 4개 ② 8개 ③ 12개 ④ 24개 ⑤ 32개

해설

'적어도~' 문제는 반대의 경우를 구하여 전체 경우의 수에서 빼준다.

모든 부분집합의 수 : 2^5 개 홀수만 가지고 만들 수 있는 부분집합

수 $\Rightarrow \{1, 3, 5\}$ 의 부분집합 수 : 2^3 개

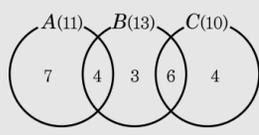
$\therefore 32 - 8 = 24(\text{개})$

40. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 11, n(B) = 13, n(C) = 10, n(A \cap B) = 4, n(B \cup C) = 17, A \cap C = \emptyset$ 일 때, $A \cup B \cup C$ 의 원소의 개수는?

- ① 12 ② 17 ③ 24 ④ 30 ⑤ 34

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$

41. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{a, c, e, f\}$, $A \cap B = \{a, c, e\}$ 가 성립할 때 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?

- ① $\{a, b, c, d, e\}$ ② $\{a, b, c, e\}$ ③ $\{a, b, c, d\}$
④ $\{a, c, d, e\}$ ⑤ $\{a, c, e\}$

해설

$\{a, c, e\} \subset B \subset \{a, b, c, d, e\}$ 이므로 집합 B 는 원소 a, c, e 는 반드시 포함하는 집합이다.
따라서 ③은 B 가 될 수 없다.

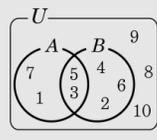
42. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$A = \{1, 3, 5, 7\}, A \cap B = \{3, 5\}, B \cap A^c = \{2, 4, 6\}, A^c \cap B^c = \{8, 9, 10\}$ 일 때, B^c 은?

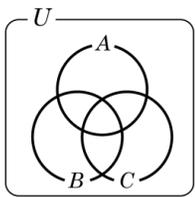
- ① $\{1, 7\}$ ② $\{1, 8\}$ ③ $\{1, 7, 9, 10\}$
 ④ $\{1, 7, 8, 10\}$ ⑤ $\{1, 7, 8, 9, 10\}$

해설

$B \cap A^c = \{2, 4, 6\} = B - A$ 이므로
 $B^c = U - B = \{1, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.



43. 집합 A, B, C 가 전체집합 U 의 부분집합으로서 다음 그림과 같이 주어졌다. 두 집합 P, Q 에 대하여 $P \circ Q$ 를 $P \circ Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 와 같이 정의할 때, $A \circ A$ 의 값을 구하면?



- ① A ② B ③ C ④ \emptyset ⑤ $A - B$

해설

$P \circ Q = (P - Q) \cup (Q - P^c)$ 이므로
 $A \circ A = (A - A) \cup (A - A^c) = \emptyset \cup A = A$ 이다.

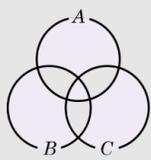
44. 임의의 두 집합 X, Y 에 대하여 연산 \otimes 을 $X \otimes Y = (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c)$ 로 정의하자. 1에서 30까지의 자연수 중 2의 배수, 3의 배수, 5의 배수의 집합을 각각 A, B, C 라고 할 때, $(A \otimes B) \otimes C$ 의 원소의 개수는?

- ① 11개 ② 12개 ③ 13개 ④ 14개 ⑤ 15개

해설

$$\begin{aligned} (X \cup Y) \cap (X^c \cup Y^c) &= (X \cup Y) \cap (X \cap Y)^c \\ &= (X \cup Y) - (X \cap Y) \\ &= (X - Y) \cup (Y - X) \end{aligned}$$

이 정의로부터 $(A \otimes B) \otimes C$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



이때, $A \cap B$ 는 6의 배수의 집합,
 $B \cap C$ 는 15의 배수의 집합,
 $C \cap A$ 는 10의 배수의 집합,
 $A \cap B \cap C$ 는 30의 배수의 집합이므로
 $n(A) = 15, n(B) = 10, n(C) = 6,$
 $n(A \cap B) = 5, n(B \cap C) = 2, n(C \cap A) = 3,$
 $n(A \cap B \cap C) = 1$

$$\begin{aligned} \therefore n\{(A \otimes B) \otimes C\} &= n(A) + n(B) + n(C) \\ &\quad - 2\{n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)\} \\ &\quad + 4 \cdot n(A \cap B \cap C) \\ &= 15 + 10 + 6 - 2(5 + 2 + 3) + 4 \\ &= 15 \end{aligned}$$

45. 13^n (n 은 자연수)의 일의 자리 수의 모임을 집합 A 라 할 때, 집합 A 의 부분집합의 개수를 a , 집합 A 의 원소의 합을 b 라 하면 $a+b$ 의 값은?

- ① 30 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

해설

13의 거듭제곱의 일의 자리 수는
3, 9, 7, 1, 3, 9, 7, 1, ...로 반복된다.
그러므로 집합 $A = \{3, 9, 7, 1\}$ 이다.
 $\therefore a = 2^4 = 16, b = 3 + 9 + 7 + 1 = 20$
 $\therefore a + b = 36$

46. 두 집합 $A = \{2, 3, 5, 7, 8, 9\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 미만의 소수}\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset$, $n(X \cap B) = 2$ 을 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 16 개 ② 20 개 ③ 24 개 ④ 28 개 ⑤ 32 개

해설

$$A = \{2, 3, 5, 7, 8, 9\}, B = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$X - A = \emptyset \text{ 이면 } X \subset A$$

$n(X \cap B) = 2$ 이므로 X 는 B 의 원소 두개를 포함하고 나머지 두 원소는 포함하지 않는 A 의 부분집합이다.

X 가 2, 3을 포함하고 5, 7을 포함하지 않은 경우

$$(\text{집합 } X \text{의 개수}) = 2^{6-4} = 4(\text{개}),$$

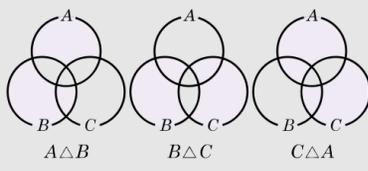
X 가 (2, 5), (2, 7), (3, 5), (3, 7), (5, 7)을 포함한 경우도 마찬가지로 (집합 X 의 개수) = $4 \times 6 = 24(\text{개})$ 이다.

47. 집합 X, Y 에 대하여 $X \Delta Y = (X - Y) \cup (Y - X)$ 라 하자. 집합 A, B, C 가 $n(A \cup B \cup C) = 90, n(A \Delta B) = 40, n(B \Delta C) = 36, n(C \Delta A) = 58$ 일 때, $n(A \cap B \cap C)$ 를 구하면?

- ① 15 ② 17 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

해설

다음 벤 다이어그램에서 $n(A \Delta B) + n(B \Delta C) + n(C \Delta A) = 2 \times \{n(A \cup B \cup C) - n(A \cap B \cap C)\}$
 $\therefore 40 + 36 + 58 = 2 \times \{90 - n(A \cap B \cap C)\}$
 $\therefore n(A \cap B \cap C) = 23$



48. 집합 $S = \{1, 2, 3, 4\}$ 를 $A \cup B = S, A \cap B = \emptyset$ 인 두 집합 A, B 로 분할한다. 또 $f(A)$ 를 집합 A 의 원소의 총합, $f(B)$ 를 집합 B 의 원소의 총합이라 할 때, $f(A) \cdot f(B)$ 의 최댓값을 구하면?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 25 ⑤ 45

해설

$$\begin{aligned} S &= \{1, 2, 3, 4\}, A \cup B = S, A \cap B = \emptyset \text{ 이므로, } f(A) + f(B) = 1 + 2 + 3 + 4 = 10 \\ \therefore f(A) \cdot f(B) &= f(A)(10 - f(A)) \\ &= -f(A)^2 + 10f(A) \\ &= -f(A) - 5)^2 + 25 \\ \therefore f(A) \cdot f(B) \text{ 의 최댓값은 } &25 \end{aligned}$$