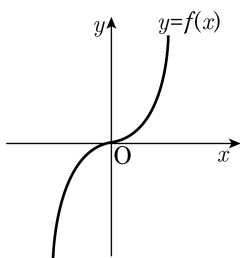
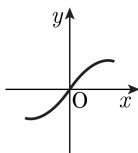


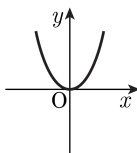
1. 함수  $y = f(x)$  의 그래프가 그림과 같을 때,  
다음 중  $y = f^{-1}(x)$  의 그래프로 적당한 것은  
무엇인가?



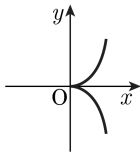
①



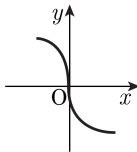
②



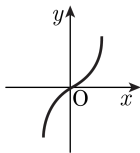
③



④



⑤



해설

$y = f(x)$  의 그래프와  
그 역함수  $y = f^{-1}(x)$  의 그래프는  
직선  $y = x$  에 대하여 대칭이다.

2. 함수  $f(x) = ax - 1$  과 그 역함수  $f^{-1}(x)$  가 같도록 상수  $a$  의 값을 정하면?

①

-1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

$y = f(x)$  라 하면  $y = ax - 1$

이것을  $x$  에 대하여 정리하면  $ax = y + 1$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$$

그런데  $f(x) = f^{-1}(x)$  이고 모든 실수에 대하여 성립해야 하므로

$$\frac{1}{a}x + \frac{1}{a} = ax - 1$$

$$\therefore \frac{1}{a} = a \text{ 이고 } \frac{1}{a} = -1 \text{ 이어야 하므로}$$

$$\therefore a = -1$$

3. 함수  $y = -x - 1$ 의 역함수의 그래프에서  $x$ 절편을  $a$ ,  $y$ 절편을  $b$ 라 할 때,  $ab$ 의 값은 얼마인가?

①  $-2$

②  $-1$

③  $1$

④  $2$

⑤  $3$

해설

$y = -x - 1$ 에서  $x = -y - 1$

여기서  $x$ 와  $y$ 를 바꾸면 역함수는  $y = -x - 1$

따라서  $x$ 절편  $a = -1$ ,  $y$ 절편  $b = -1$ 이므로

$ab = 1$

4. 함수  $f(x) = ax + 3$  과 그 역함수  $f^{-1}(x)$  가 같아지도록 하는 상수  $a$  의 값은 얼마인가?

① -3

② -1

③  $-\frac{1}{3}$

④ 1

⑤ 3

해설

$y = ax + 3$  으로 놓고  $x, y$  를 서로 바꾸면

$$x = ay + 3, y = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$$

$f(x) = f^{-1}(x)$  에서

$$ax + 3 = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$$

위의 식이 모든 실수  $x$  에 대하여 성립해야 하므로

$$a = \frac{1}{a}, 3 = -\frac{3}{a}$$

$$\therefore a = -1$$

해설

$f(x) = f^{-1}(x)$  이면  $(f \circ f)(x)$  이므로

$(f \circ f)(x) = I(x) = x$  가 성립한다.

$$\begin{aligned}(f \circ f)(x) &= f(f(x)) = f(ax + 3) = a(ax + 3) + 3 \\ &= a^2x + 3a + 3\end{aligned}$$

$$a^2x + 3a + 3 = x \text{ 에서 } a^2 = 1, 3a + 3 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

5. 함수  $f(x) = ax + b$  의 역함수가  $f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + 2$  일 때,  $a + b$  의 값은 얼마인가? (단  $a, b$  는 실수)

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

$$(f^{-1})^{-1}(x) = f(x) \text{ 이므로}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{3}x + 2 \text{ 의 역함수는}$$

$$f(x) = ax + b \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{1}{3}x + 2 \text{ 로 놓고 } x, y \text{ 를 서로 바꾸면}$$

$$x = \frac{1}{3}y + 2, y = 3x - 6$$

$$a = 3, b = -6$$

$$\therefore a + b = -3$$

6. 실수 전체의 집합  $R$  에서  $R$  로의 일대일 대응인 세 함수  $f, g, h$  에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은 무엇인가? (단,  $I$  는 항등함수)

보기

- ㉠  $f \circ g = g \circ f$   
 ㉡  $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$   
 ㉢  $(f \circ g \circ h)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \circ h^{-1}$   
 ㉤  $f \circ g = I$  이면  $g = f^{-1}$  이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉤

③ ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉤

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ 일반적으로 함수의 합성에서 교환법칙은 성립하지 않는다.

$\therefore$  옳지 않다.

㉡ 함수의 합성에서 결합법칙은 성립한다.

$\therefore$  옳다.

$$\begin{aligned} \text{㉢ } (f \circ g \circ h)^{-1} &= ((f \circ g) \circ h)^{-1} = h^{-1} \circ (f \circ g)^{-1} \\ &= h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1} \end{aligned}$$

$\therefore$  옳지 않다.

㉤  $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$  이므로

$$f \circ g = I \text{ 에서 } f^{-1} \circ f \circ g = f^{-1} \circ I = f^{-1}$$

$\therefore g = f^{-1} \therefore$  옳다.

7. 다음 중 옳지 않은 것은 무엇인가?

①  $(f^{-1})^{-1} = f$

②  $g \circ f \neq f \circ g$

③  $(g \circ f)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

④  $f \circ f^{-1} = I$

⑤  $(g \circ f) \circ h = g \circ (f \circ h)$

해설

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \neq g^{-1} \circ f^{-1}$$

즉, 옳지 않은 것은 ③이다.

8.  $f(x) = \begin{cases} x(x \leq 0) \\ x^2(x > 0) \end{cases}$ ,  $g(x) = f(x+4)$  로 정의한다.  $h(x) = g^{-1}(x)$

라 할 때,  $h(0)$  의 값은 ?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$h(0) = g^{-1}(0) = k$$

$$g(k) = f(k+4) = 0$$

$$\therefore k+4 = 0$$

$$\therefore k = -4$$

$$\therefore h(0) = -4$$

9.  $f(x) = -x, g(x) = 1 - \frac{2}{x}$  에 대하여 함수  $h(x)$  를  $h(x) = (g^{-1} \circ f \circ g)(x)$  로 정의 할 때,  $(h \circ h)(x)$  는 무엇인가?

①  $x$

②  $x + 1$

③  $x + 2$

④  $x + 3$

⑤  $x + 4$

### 해설

$$h = g^{-1} \circ f \circ g \text{ 에서}$$

$$\begin{aligned} h \circ h &= (g^{-1} \circ f \circ g) \circ (g^{-1} \circ f \circ g) \\ &= (g^{-1} \circ f \circ f \circ g) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (h \circ h)(x) &= (g^{-1} \circ f \circ f \circ g)(x) \\ &= (g^{-1} \circ (f \circ f))(g(x)) \\ &= g^{-1}((f \circ f)(g(x))) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f \circ f)(x) &= f(f(x)) = -f(x) = -(-x) = x \text{ 이므로 } (h \circ h)(x) = \\ &= g^{-1}(g(x)) = x \end{aligned}$$

10. 점  $(6, -2)$  를 지나는 일차함수  $y = f(x)$  의 그래프와  $y = f^{-1}(x)$  의 그래프가 일치할 때,  $f(-1)$  의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f = f^{-1} \text{ 이므로 } (f \circ f)(x) = x$$

$$f(x) = a(x - 6) - 2 = ax - 6a - 2 (a \neq 0) \text{ 로 놓으면}$$

$$f(f(x)) = a(ax - 6a - 2) - 6a - 2 = x$$

$$\therefore a^2x - 6a^2 - 8a - 2 = x$$

$$\text{즉, } a^2 = 1, -6a^2 - 8a - 2 = 0 \text{ 이므로 } a = -1$$

$$\text{따라서 } f(x) = -x + 4 \text{ 이므로}$$

$$f(-1) = -(-1) + 4 = 5$$