

1. 세 변의 길이가 각각 x , $x+2$, $x-7$ 인 삼각형이 직각삼각형일 때, 빗변의 길이를 구하여라.

① 15

② 17

③ 19

④ 20

⑤ 21

해설

$$(x+2)^2 = x^2 + (x-7)^2$$

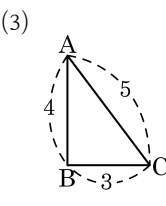
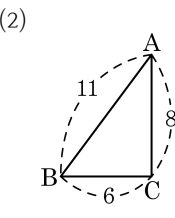
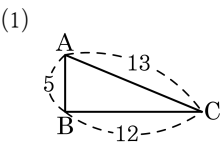
$$x^2 - 18x + 45 = 0$$

$$(x-15)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 15 (\because x > 7)$$

따라서 빗변의 길이는 $x+2$ 이므로 17이다.

2. 다음 중 직각삼각형인 것은 ‘○’ 표, 직각삼각형이 아닌 것은 ‘×’ 표 하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) ○

▷ 정답 : (2) ×

▷ 정답 : (3) ○

해설

- (1) $13^2 = 5^2 + 12^2$ 이므로 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.
(2) $11^2 \neq 6^2 + 8^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.
(3) $5^2 = 3^2 + 4^2$ 이므로 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

3. 세변의 길이가 각각 다음과 같을 때, 직각삼각형이 아닌 것은?

① 3, 5, 4

② $4, 2, 2\sqrt{3}$

③ $\sqrt{3}, 2\sqrt{2}, \sqrt{5}$

④ $\sqrt{15}, 6, \sqrt{21}$

⑤ $4, 5, 2\sqrt{2}$

해설

세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형에서 가장 긴 변의 길이를 c 라고 할 때, $a^2 + b^2 = c^2$ 성립하면 직각삼각형이고, $a^2 + b^2 \neq c^2$ 이면 직각삼각형이 아니다.

⑤ 가장 긴 변은 5이고, $4^2 + (2\sqrt{2})^2 \neq 5^2$ 이므로 직각삼각형이 아니다.

4. 두 변의 길이가 6 cm, 7 cm 인 직각삼각형에서 남은 한 변의 길이를 모두 고르면? (정답 2개)

① 8 cm

② $\sqrt{13}$ cm

③ 13 cm

④ $5\sqrt{3}$ cm

⑤ $\sqrt{85}$ cm

해설

직각삼각형에서 세변의 길이를 6, 7, x 라고 두자.

7을 가장 긴 변으로 하면

$7^2 = 6^2 + x^2$ 에서

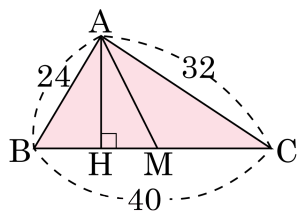
$x^2 = 7^2 - 6^2 = 13 \therefore x = \sqrt{13}$

x 를 가장 긴 변으로 하면

$x = \sqrt{7^2 + 6^2} = \sqrt{85}$

$\therefore x = \sqrt{13}$ 또는 $\sqrt{85}$ (cm)

5. 다음 그림에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{MC}$ 이고 $\overline{AB} = 24$, $\overline{BC} = 40$, $\overline{CA} = 32$ 일 때, $\overline{AM}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$\overline{BH} = x \text{ 이면 } \overline{HC} = 40 - x$$

$$\overline{AH}^2 = 24^2 - x^2 = 32^2 - (40 - x)^2$$

$$80x = 1152, \quad x = \frac{72}{5}$$

$$\overline{AH} = \sqrt{24^2 - \left(\frac{72}{5}\right)^2}$$

$$= \sqrt{\frac{120^2 - 72^2}{25}}$$

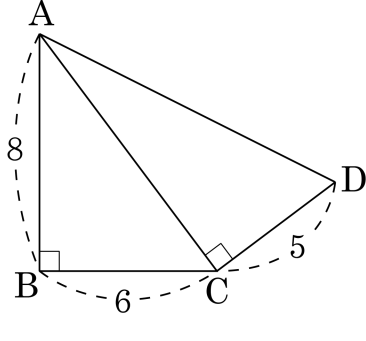
$$= \sqrt{\frac{192 \times 48}{25}}$$

$$= \frac{96}{5}$$

$$\overline{HM} = \left(\frac{1}{2} \times 40\right) - \frac{72}{5} = \frac{28}{5}$$

$$\therefore \overline{AM} = \sqrt{\overline{AH}^2 + \overline{HM}^2} = \sqrt{\frac{96^2 + 28^2}{25}} = 20$$

6. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 의 둘레가 $x + y\sqrt{5}$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라. (단, x, y 는 유리수)



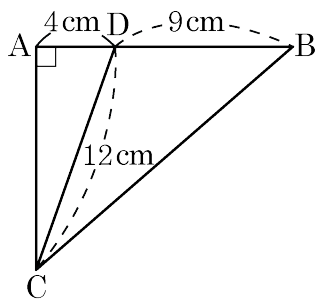
▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

삼각형 ABC 에서 피타고라스 정리에 따라
 $\overline{AC}^2 = 6^2 + 8^2$
 $\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 10$ 이다.
삼각형 ACD 에서 피타고라스 정리에 따라
 $10^2 + 5^2 = \overline{AD}^2$
 $\overline{AD} > 0$ 이므로 $\overline{AD} = 5\sqrt{5}$
따라서 사각형 ABCD 의 둘레는
 $8 + 6 + 5 + 5\sqrt{5} = 19 + 5\sqrt{5}$
따라서 $x = 19, y = 5$
 $x + y = 24$ 이다.

7. 다음은 $\angle A = 90^\circ$, $\overline{AD} = 4\text{cm}$, $\overline{BD} = 9\text{cm}$, $\overline{CD} = 12\text{cm}$ 인 직각삼각형이다. $\overline{BC}$ 의 길이는?



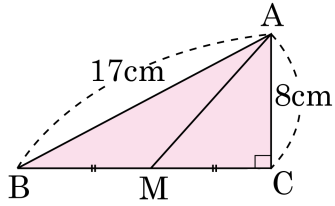
- ① $\sqrt{31}\text{cm}$ ② $2\sqrt{33}\text{cm}$ ③ $3\sqrt{33}\text{cm}$
 ④ $4\sqrt{33}\text{cm}$ ⑤ $5\sqrt{33}\text{cm}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AC} &= \sqrt{12^2 - 4^2} = \sqrt{144 - 16} \\ &= \sqrt{128} = 8\sqrt{2}(\text{cm})\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2} \\ &= \sqrt{169 + 128} \\ &= \sqrt{297} = 3\sqrt{33}(\text{cm})\end{aligned}$$

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90^\circ$ 이고 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이다.
 $\overline{AB} = 17\text{ cm}$, $\overline{AC} = 8\text{ cm}$ 일 때, 중선 AM 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{\sqrt{481}}{2}$ cm

해설

$$\overline{BC} = \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15(\text{ cm})$$

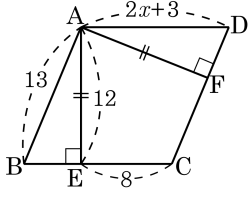
$$\overline{CM} = \frac{15}{2}(\text{ cm})$$

$$\overline{AM} = \sqrt{\left(\frac{15}{2}\right)^2 + 8^2} = \sqrt{\frac{225}{4} + 64}$$

$$= \sqrt{\frac{225 + 256}{4}} = \sqrt{\frac{481}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{481}}{2}(\text{ cm})$$

9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 A 에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 E , F 라 한다. $\overline{AE} = \overline{AF}$, $\overline{AB} = 13$, $\overline{AE} = 12$, $\overline{EC} = 8$ 일 때, $\overline{AD} = 2x + 3$ 이다. x 의 값을 구하여라.



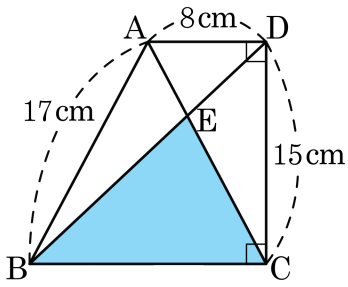
▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$\triangle ABE$ 는 직각삼각형이므로
 $\overline{BE} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ 이다.
 $\overline{BC} = 5 + 8 = 13$ 이므로 $\square ABCD$ 는 마름모이다.
 $\overline{AD} = 2x + 3 = 13$, $x = 5$ 이다.

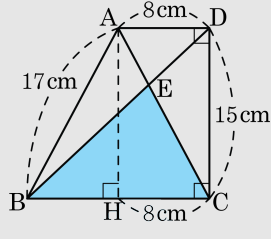
10. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle C = \angle D = 90^\circ$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\overline{AB} = 17\text{cm}$, $\overline{DC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

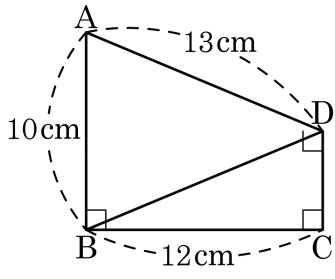
▷ 정답 : 80 cm^2

해설



$$\begin{aligned}\overline{AH} &= 15\text{cm} \\ \overline{BH} &= \sqrt{17^2 - 15^2} = 8(\text{cm}) \\ \triangle EBC &\sim \triangle EDA (\because \text{AA}\text{닮음}) \\ \overline{BE} : \overline{DE} &= \overline{BC} : \overline{AD} = 2 : 1 \\ (\triangle EBC \text{의 넓이}) &= \frac{2}{3} \times (\triangle DBC \text{의 넓이}) \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 16 \times 15 \\ &= 80(\text{cm}^2)\end{aligned}$$

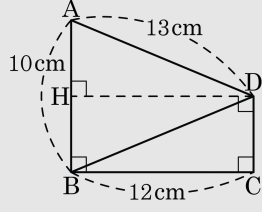
11. 가로 길이가 12 cm, 세로 길이가 10 cm 인 직사각형의 한 부분을 직선으로 잘라내었더니 다음 그림과 같이 되었다. $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 13cm

해설



점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 내려 H라 하면

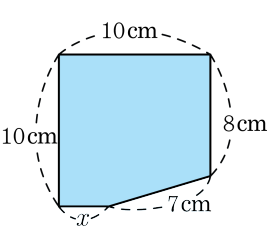
$\overline{DH} = \overline{BC} = 12\text{ cm}$ 이므로

$\overline{AH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5(\text{cm})$

$\overline{BH} = 10 - \overline{AH} = 5(\text{cm})$

$\therefore \triangle AHD \cong \triangle BHD$ 이므로 $\overline{BD} = 13\text{ cm}$

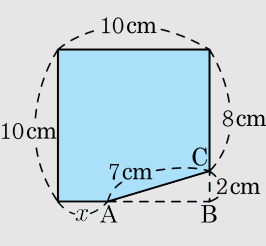
12. 한 변의 길이가 10cm 인 정사각형을 그림과 같이 잘랐을 때, x 의 값은? (단, $\sqrt{5} = 1.7$)



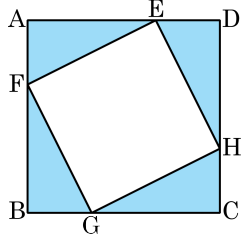
- ① 4.7 cm ② 4.9 cm ③ 5.1 cm
 ④ 5.3 cm ⑤ 5.5 cm

해설

자르기 전 정사각형을 그리면 그림과 같다. 잘려진 삼각형 ABC에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AB} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} = 5.1(\text{cm})$ 따라서 $x = 10 - 5.1 = 4.9(\text{cm})$ 이다.



13. 다음은 정사각형 ABCD 의 내부에 $\overline{AF} = \overline{BG} = \overline{CH} = \overline{DE}$ 가 성립하도록 □EFGH 를 그린 것이다. $\overline{AE} : \overline{AF} = 2 : 1$, $\overline{EF} = \sqrt{5}$ 일 때, 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



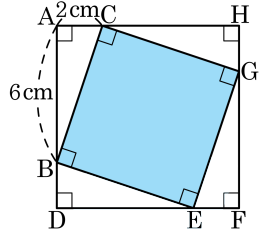
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

색칠된 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고 피타고라스 정리에 의해 $\overline{AE}^2 + \overline{AF}^2 = \overline{EF}^2$ 이 성립한다.
 $\overline{AE} : \overline{AF} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{AE} = 2k$, $\overline{AF} = k$ ($k > 0$) 라 하면
 $(2k)^2 + k^2 = 5$ 에서 $k = 1$ 이므로 $\overline{AF} = 1$, $\overline{AE} = 2$ 가 성립한다.
따라서 직각삼각형 하나의 넓이를 A 라고 할 때, $A = \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{AF} = 1$ 이므로 $4A = 4$ 이다.

14. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 합동인 직각 삼각형으로 둘러싸인 $\square BEGC$ 의 넓이를 구하여라.



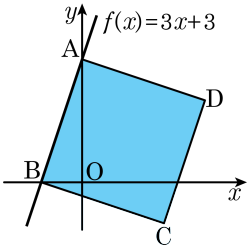
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 40cm^2

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = \sqrt{2^2 + 6^2} = 2\sqrt{10}$ (cm)
 따라서, $\square BEGC$ 는 한 변의 길이가 $2\sqrt{10}\text{cm}$ 인 정사각형이므로
 $\square BEGC = (2\sqrt{10})^2 = 40$ (cm^2)

15. 함수 $f(x)$ 와 y 축, x 축이 만나는 점을 각각 A, B 라고 할 때, $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 를 그린 것이다. □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

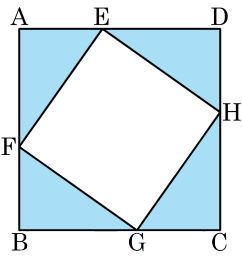
$A = (0, 3)$, $B = (-1, 0)$ 이므로

$\overline{OA} = 3$, $\overline{OB} = 1$

따라서 피타고라스 정리에 대입하면 $\overline{AB} = \sqrt{10}$ 이 성립한다.

그러므로 구하고자 하는 □ABCD 의 넓이는 10 이다.

16. 다음 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AF} = \overline{BG} = \overline{CH} = \overline{DE}$ 이고, 4 개의 직각삼각형의 넓이의 합이 $18\sqrt{3}$ 이 성립한다. $\square ABCD$ 의 둘레의 길이가 $12(1 + \sqrt{3})$ 일 때, $\overline{AE}^2 + \overline{DE}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$\overline{AE} = a$, $\overline{DE} = b$ 라고 할 때,

직각삼각형의 넓이의 합이 $18\sqrt{3}$ 이므로 $\triangle AEF$ 의 넓이는 $\frac{18\sqrt{3}}{4}$

$$= \frac{1}{2}ab$$

$\square ABCD$ 의 둘레의 길이가 $12(1 + \sqrt{3})$ 이므로 $4(a + b) = 12(1 + \sqrt{3})$

따라서 $a + b = 3 + 3\sqrt{3}$, $ab = \frac{18\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$ 이므로 $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 9 + 18\sqrt{3} + 27 - 18\sqrt{3} = 36$ 이다.