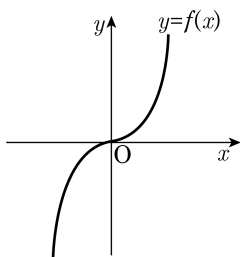
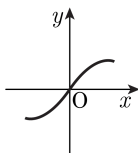


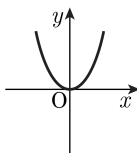
1. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때,
다음 중 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프로 적당한 것은
무엇인가?



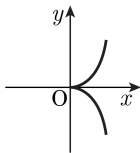
①



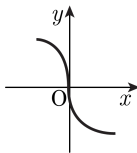
②



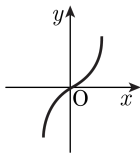
③



④



⑤

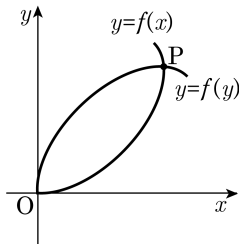


해설

$y = f(x)$ 의 그래프와
그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는
직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

2. 다음 그림과 같은 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $x = f(y)$ 의 교점 P 가 될 수 있는 점은 무엇인가?

- ① $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ ② $\left(1, \frac{3}{2}\right)$
③ $(1, 2)$ ④ $(2, 2)$
⑤ $(2, 3)$



해설

$y = f(x)$ 와 $x = f(y)$ 는
서로 역함수의 관계이므로 두 그래프의
교점 P 는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와
직선 $y = x$ 의 교점과 같다.
따라서 점 P 는 직선 $x = y$ 위의 점이므로
 $(2, 2)$ 이다.

3. 함수 $f(x) = ax - 1$ 과 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 같도록 상수 a 의 값을 정하면?

①

-1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 5

해설

$y = f(x)$ 라 하면 $y = ax - 1$

이것을 x 에 대하여 정리하면 $ax = y + 1$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$$

그런데 $f(x) = f^{-1}(x)$ 이고 모든 실수에 대하여 성립해야 하므로

$$\frac{1}{a}x + \frac{1}{a} = ax - 1$$

$$\therefore \frac{1}{a} = a \text{ 이고 } \frac{1}{a} = -1 \text{ 이어야 하므로}$$

$$\therefore a = -1$$

4. 함수 $f(x) = ax + 3$ 과 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 같아지도록 하는 상수 a 의 값은 얼마인가?

① -3

② -1

③ $-\frac{1}{3}$

④ 1

⑤ 3

해설

$y = ax + 3$ 으로 놓고 x, y 를 서로 바꾸면

$$x = ay + 3, y = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$$

$f(x) = f^{-1}(x)$ 에서

$$ax + 3 = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$$

위의 식이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로

$$a = \frac{1}{a}, 3 = -\frac{3}{a}$$

$$\therefore a = -1$$

해설

$f(x) = f^{-1}(x)$ 이면 $(f \circ f)(x)$ 이므로

$(f \circ f)(x) = I(x) = x$ 가 성립한다.

$$\begin{aligned}(f \circ f)(x) &= f(f(x)) = f(ax + 3) = a(ax + 3) + 3 \\ &= a^2x + 3a + 3\end{aligned}$$

$$a^2x + 3a + 3 = x \text{ 에서 } a^2 = 1, 3a + 3 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

5. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 일대일 대응인 세 함수 f, g, h 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은 무엇인가? (단, I 는 항등함수)

보기

- ㉠ $f \circ g = g \circ f$
 ㉡ $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$
 ㉢ $(f \circ g \circ h)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \circ h^{-1}$
 ㉤ $f \circ g = I$ 이면 $g = f^{-1}$ 이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉤

③ ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉤

⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ 일반적으로 함수의 합성에서 교환법칙은 성립하지 않는다.

$\therefore$ 옳지 않다.

㉡ 함수의 합성에서 결합법칙은 성립한다.

$\therefore$ 옳다.

$$\begin{aligned} \text{㉢ } (f \circ g \circ h)^{-1} &= ((f \circ g) \circ h)^{-1} = h^{-1} \circ (f \circ g)^{-1} \\ &= h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1} \end{aligned}$$

$\therefore$ 옳지 않다.

㉤ $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f = I$ 이므로

$$f \circ g = I \text{ 에서 } f^{-1} \circ f \circ g = f^{-1} \circ I = f^{-1}$$

$\therefore g = f^{-1} \therefore$ 옳다.

6. 유한집합 X 에서 유한집합 Y 로의 함수 f 의 역함수 f^{-1} 가 존재한다고 한다. 다음 설명 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $n(X) = n(Y)$ 이다.

② $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 이다.

③ $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

④ $f(a) = b$ 이면 $f^{-1}(b) = a$ 이다.

⑤ $y = f(x)$ 의 정의역은 $y = f^{-1}(x)$ 의 정의역과 일치한다.

해설

⑤ $(f \text{ 의 정의역}) = (f^{-1} \text{ 의 치역})$

$(f^{-1} \text{ 의 정의역}) = (f \text{ 의 치역})$

7. $f(x) = \begin{cases} x(x \leq 0) \\ x^2(x > 0) \end{cases}$, $g(x) = f(x+4)$ 로 정의한다. $h(x) = g^{-1}(x)$

라 할 때, $h(0)$ 의 값은 ?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$h(0) = g^{-1}(0) = k$$

$$g(k) = f(k+4) = 0$$

$$\therefore k+4 = 0$$

$$\therefore k = -4$$

$$\therefore h(0) = -4$$

8. $f(x) = -x, g(x) = 1 - \frac{2}{x}$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를 $h(x) = (g^{-1} \circ f \circ g)(x)$ 로 정의 할 때, $(h \circ h)(x)$ 는 무엇인가?

① x

② $x + 1$

③ $x + 2$

④ $x + 3$

⑤ $x + 4$

해설

$$h = g^{-1} \circ f \circ g \text{ 에서}$$

$$\begin{aligned} h \circ h &= (g^{-1} \circ f \circ g) \circ (g^{-1} \circ f \circ g) \\ &= (g^{-1} \circ f \circ f \circ g) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (h \circ h)(x) &= (g^{-1} \circ f \circ f \circ g)(x) \\ &= (g^{-1} \circ (f \circ f))(g(x)) \\ &= g^{-1}((f \circ f)(g(x))) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (f \circ f)(x) &= f(f(x)) = -f(x) = -(-x) = x \text{ 이므로 } (h \circ h)(x) = \\ &= g^{-1}(g(x)) = x \end{aligned}$$

9. 두 함수 $f(x) = 2x - 5$, $g(x) = -6x + 2$ 에 대하여 $(k \circ f)(x) = g(x)$ 를 만족하는 함수 $k(x)$ 를 구하면?

① $-3x + 17$

② $-3x - 13$

③ $-3x + 13$

④ $-3x$

⑤ $-5x + 10$

해설

$$(k \circ f)(x) = g(x)$$

$$(k \circ f \circ f^{-1})(x) = (g \circ f^{-1})(x)$$

$$k(x) = (g \circ f^{-1})(x)$$

$$f(x) = 2x - 5$$

$$\therefore y = 2x - 5$$

$$\frac{y+5}{2} = x, x = \frac{y}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore y = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{x}{2} + \frac{5}{2}$$

$$\therefore (g \circ f^{-1})(x) = -6 \left(\frac{x}{2} + \frac{5}{2} \right) + 2 = -3x - 13$$

10. 점 $(6, -2)$ 를 지나는 일차함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 일치할 때, $f(-1)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f = f^{-1} \text{ 이므로 } (f \circ f)(x) = x$$

$$f(x) = a(x - 6) - 2 = ax - 6a - 2 (a \neq 0) \text{ 로 놓으면}$$

$$f(f(x)) = a(ax - 6a - 2) - 6a - 2 = x$$

$$\therefore a^2x - 6a^2 - 8a - 2 = x$$

$$\text{즉, } a^2 = 1, -6a^2 - 8a - 2 = 0 \text{ 이므로 } a = -1$$

$$\text{따라서 } f(x) = -x + 4 \text{ 이므로}$$

$$f(-1) = -(-1) + 4 = 5$$