

1. 선미는 음악 시간에 안토니오 비발디(1678 1741, 이탈리아 태생)가 작곡한 사계 음악을 감상하였다. 사계 중에서 선미는 봄과 여름에서 감명을 받았다. {봄, 여름, 가을, 겨울} 을 집합 A 라고 할 때, 집합 A 의 부분집합 중 선미가 감명 받은 봄과 여름을 원소로 포함하지 않는 부분집합을 모두 구하여라.

> varnothing , left text text 가을 right , left text text 겨울 right , left text text 가을 , text 겨울 right

해설

집합 $A = \{\text{봄}, \text{여름}, \text{가을}, \text{겨울}\}$ 에서 봄과 여름을 포함하지 않는 부분집합을 구하면 $\emptyset, \{\text{가을}\}, \{\text{겨울}\}, \{\text{가을}, \text{겨울}\}$ 이다.

2. 다음을 원소나열법으로 나타내고, 유한집합과 무한집합으로 구별하여라.

- (1) 사계절의 집합
- (2) 5의 배수의 집합

> left text text 봄 , text 여름 , text 가을 , text 겨울 right , 유한집합 ,: left 5, 10, 15, 20, cdots right , 무한집합

해설

- (1) 사계절은 봄, 여름, 가을, 겨울 4개의 유한개의 원소를 가지므로 유한집합이다.
- (2) 5의 배수는 5,10,15,20, ... 무한개의 원소를 가지므로 무한집합이다.

3. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ① $d \in A$ ② $a \notin A$ ③ $\emptyset \in A$
- ④ $\{\emptyset\} \subset A$ ⑤ $\{c\} \subset A$

해설

- ① $d \notin A$
- ② $a \in A$
- ③ $\emptyset \subset A$
- ④ \emptyset 이 집합 A 의 원소가 아니므로 $\{\emptyset\} \not\subset A$

4. 집합 $A = \{1, 2, \emptyset, \{1, 2\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\{1, 2\} \subset A$ ② $\emptyset \subset A$
- ③ $\{\emptyset, 2\} \subset A$ ④ $A \subset A$
- ⑤ $\{\emptyset, \{1, 2\}\} \not\subset A$

해설

$\{\emptyset, \{1, 2\}\} \subset A$ 이다.

5. 집합 $A = \left\{x \mid x = \frac{4}{n}, n \text{은 } 8 \text{의 약수}\right\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $n(A) = 4$
- ② 집합 A 의 원소들의 합은 7이다.
- ③ $8 \subset A$
- ④ $A \subset \{1, 2, 4, 8\}$
- ⑤ 집합 A 의 진부분집합의 개수는 15개이다.

해설

$A = \left\{x \mid x = \frac{4}{n}, n = 1, 2, 4, 8\right\}$ 이므로

$$A = \left\{\frac{4}{1}, \frac{4}{2}, \frac{4}{4}, \frac{4}{8}\right\} = \left\{4, 2, 1, \frac{1}{2}\right\}$$

- ② 집합 A 의 원소들의 합은 $7\frac{1}{2}$
- ③ $8 \not\subset A$
- ④ $A \not\subset \{1, 2, 4, 8\}$

6. $\{1, 3\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

➤ 8개

해설

집합 X 는 $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 3을 반드시 포함하는 집합이다. 따라서 집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)이다.

7. 두 집합 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대하여 $A \subset C$ 이고 $C \subset B$ 를 만족하는 집합 C 를 모두 구하여라.

➤ left a, b, c right, left a, b, c, d right, left a, b, c, e right, left a, b, c, d, e right

해설

$A \subset C$ 이고 $C \subset B$ 는 $\{a, b, c\} \subset C \subset \{a, b, c, d, e\}$ 이다. 즉, $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중 원소 a, b, c 를 반드시 포함하는 부분집합이다. 따라서 $\{a, b, c\}, \{a, b, c, d\}, \{a, b, c, e\}, \{a, b, c, d, e\}$ 이다.

8. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 48 \text{의 약수 중 한 자리수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } a \text{보다 작은 자연수}\}$ 에 대하여 $n(A) = 2 \times n(B)$ 를 만족하는 자연수 a 의 값을 구하여라.

➤ 4

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ 이고, $n(A) = 2 \times n(B)$ 에서 $n(A) = 6$ 이므로 $6 = 2 \times n(B)$ 이다. 따라서 $n(B) = 3$ 이 되고, $n(B)$ 이 3이 되려면 a 는 4가 되어야 한다.

9. 집합 P 에 대하여 $2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 로 정의한다.
 $A = \{1, 2, 4\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $\emptyset \in 2^A$ ② $\emptyset \subset 2^A$ ③ $\{\emptyset\} \in 2^A$
 ④ $\{\emptyset\} \subset 2^A$ ⑤ $A \in 2^A$

해설

$2^A = \{P \mid P \subset A\}$ 는 집합 A 의 부분집합의 집합을 의미한다. 집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$ 이다.

따라서 2^A 를 원소나열법으로 나타내면 $\{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$ 이다.

- ③ $\{\emptyset\} \notin 2^A$

10. 다음 집합의 부분집합을 모두 구하여라.

- (1) $A = \emptyset$
 (2) $B = \{a, b, c\}$
 (3) $C = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$

▶ varnothing, ; varnothing, left a right, left b right, left c right, left a, b right, left a, c right, left b, c right, left a, b, c right, ; varnothing, left 1 right, left 3 right, left 5 right, left 1,3 right, left 1,5 right, left 3,5 right, left 1,3,5 right

해설

- (1) 집합 A 는 공집합이므로 부분집합은 \emptyset 이다.
 (2) 집합 B 의 부분집합을 구하면 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$ 이다.
 (3) 집합 C 를 원소나열법으로 나타내면 $C = \{1, 3, 5\}$ 이므로 $\emptyset, \{1\}, \{3\}, \{5\}, \{1, 3\}, \{1, 5\}, \{3, 5\}, \{1, 3, 5\}$ 이다.