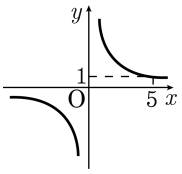
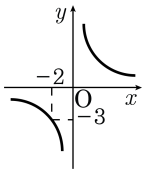
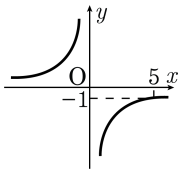
단원테스트 1차

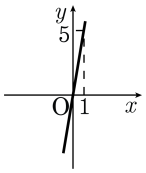
1. 다음 중 함수 $y=-\dfrac{5}{x}$ 의 그래프를 골라라.

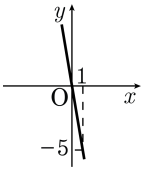
[배점 3, 하상]

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$y=-\dfrac{5}{x}$ 의 그래프는 점 $(5,-1)$을 지나고 제 2, 4 사분면 위에 쌍곡선으로 그려진다.

2. 다음 [보기] 중 y 가 x 에 반비례하는 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ 자동차가 시속 x km 로 3 시간 동안 달린 거리는 y km 이다.

㉡ 넓이가 $10\,\text{cm}^2$ 인 삼각형의 밑변의 길이가 x cm 일 때, 높이는 y cm 이다.

㉢ 한 변의 길이가 x cm 인 정사각형의 둘레의 길이는 y cm 이다.

㉣ 5 % 의 소금물 x g 에 녹아 있는 소금의 양은 y g 이다.

㉤ 가로의 길이가 4 cm , 세로의 길이가 x cm 인 직사각형의 넓이는 $y\,\text{cm}^2$ 이다.

[배점 3, 중하]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개

④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ $y=3x$

㉡ $y=\dfrac{20}{x}$

㉢ $y=4x$

㉣ $y=\dfrac{5}{100}x$

㉤ $y=4x$

3. 10L 의 주스를 x 명이 똑같이 나누어 마셨을 때, 한 사람이 마신 주스의 양을 yL 라고 하면 y 는 x 의 함수이다. 이 함수를 $y = f(x)$ 로 나타낼 때, $f(x)$ 는?

[배점 3, 중하]

① $f(x) = 10x$ ② $f(x) = \frac{x}{10}$

③ $f(x) = \frac{10}{x}$ ④ $f(x) = \frac{100}{x}$

⑤ $f(x) = \frac{x}{100}$

해설

10L 의 주스를 x 명이 똑같이 나누어 마셨으므로 $f(x) = \frac{10}{x}$ 이 된다.

4. 다음 중 $\frac{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화 한 것은?

[배점 5, 중상]

① $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$

③ $\frac{-\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$ ④ $\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{3}$

해설

$\sqrt{2}-\sqrt{3} = A$ 라 하면

$$\frac{1-(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{1+(\sqrt{2}-\sqrt{3})}$$

$$= \frac{1-A}{1+A} = \frac{(1-A)^2}{(1+A)(1-A)} = \frac{A^2-2A+1}{1-A^2}$$

$$= \frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{2}-\sqrt{3}) + 1}{1-(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2}$$

$$= \frac{(2-2\sqrt{6}+3) - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 1}{1-(2-2\sqrt{6}+3)}$$

$$= \frac{6-2\sqrt{6}-2\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2\sqrt{6}-4}$$

$$= \frac{(6-2\sqrt{6}-2\sqrt{2}+2\sqrt{3})(2\sqrt{6}+4)}{(2\sqrt{6}-4)(2\sqrt{6}+4)}$$

$$= \frac{12\sqrt{6}+24-24-8\sqrt{6}-4\sqrt{12}-8\sqrt{2}}{24-16}$$

$$+ \frac{4\sqrt{18}+8\sqrt{3}}{24-16}$$

$$= \frac{4\sqrt{6}+4\sqrt{2}}{8}$$

$$= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}$$

5. y 는 x 에 정비례 하고 z 는 y에 반비례 한다. $x = 1$, $y = 3$, $z = 6$이다. $x = 2$일 때 z 의 값은?

[배점 5, 중상]

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

y 는 x 에 정비례하고 z 는 y 에 반비례 하므로

$y = ax,\ z = \dfrac{b}{y}$

$x = 1,\ y = 3,\ z = 6$을 대입하면

$3 = a\ ,6 = \dfrac{b}{3},\ b = 18$

관계식은 $y = 3x,\ z = \dfrac{18}{y}$ 이므로

$x = 2$ 일 때 $y = 3 \times 2 = 6$

$y = 6$ 일 때 $z = \dfrac{18}{6} = 3$

6. 정의역 X 와 공역 Y 가 각각 $X = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \cdots,\ 10\}$, $Y = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 인 함수 $f(x) =$ (x보다 작은 소수의 개수)의 치역을 A 라 할 때, $n(A)$ 는? [배점 5, 중상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x) =$ (x 보다 작은 소수의 개수)에서

$x = 1$ 일 때 $y = 0$, $x = 2$ 일 때 $y = 0$

$x = 3$ 일 때 $y = 1$, $x = 4$ 일 때 $y = 2$

$x = 5$ 일 때 $y = 2$, $x = 6$ 일 때 $y = 3$

$x = 7$ 일 때 $y = 3$, $x = 8$ 일 때 $y = 4$

$x = 9$ 일 때 $y = 4$, $x = 10$ 일 때 $y = 4$

$A = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ 이므로 $n(A) = 5$

7. 다음 조건을 만족하는 세 점 P, Q, R 를 꼭짓점으로 하는 △PQR 의 넓이를 구하여라.

ㄱ. 점 $\mathrm{P}(2a - 6,\ 2b)$ 는 x 축 위에 있다.
ㄴ. $\mathrm{Q}(a,\ 2a - 4 + b)$ 는 점 P와 y 축에 대하여 대칭인 점이다.
ㄷ. 점 R 의 좌표는 $(a + 3,\ b - 1)$ 이다.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

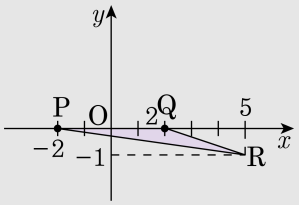
ㄱ. 점 $\mathrm{P}(2a - 6,\ 2b)$ 는 x 축 위에 있으므로 $2b = 0,\ b = 0$

ㄴ. ㄱ에 의하여 $b = 0$ 이므로 점 Q 의 좌표는 $\mathrm{Q}(a,\ 2a - 4)$ 이고, 점 $\mathrm{P}(2a - 6,\ 0)$와 y 축에 대하여 대칭인 점이므로 $-a = 2a - 6, 3a = 6, a = 2$ 이다. 따라서 두 점의 좌표는 $\mathrm{P}(-2,\ 0)$, $\mathrm{Q}(2,\ 0)$ 이다.

ㄷ. $a = 2,\ b = 0$ 이므로 점 R 의 좌표는 $a + 3 = 2 + 3,\ b - 1 = 0 - 1 \quad \therefore (5,\ -1)$

따라서 $\mathrm{P}(-2,\ 0)$, $\mathrm{Q}(2,\ 0)$, $\mathrm{R}(5,\ -1)$

$\triangle \mathrm{PQR} = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 1 = 2$



8. 함수 $f : X \to Y$ 에서 정의역을 X, 공역을 Y , 치역을 R라 할 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 5, 중상]

① $R \subset X$ ② $X \cap Y = R$

③ $R \subset Y$ ④ $X \cap R^c = \varnothing$

⑤ $X \subset R$

해설

치역은 항상 공역의 부분집합이다.

$\therefore R \subset Y$

9. 직선 $y = \frac{7}{4}x$, $y = -\frac{7}{5}x$, $y = -7$ 에 대하여 서로 만나는 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{63}{2}$

해설

$y = -7$ 이 두 직선 $y = \frac{7}{4}x$, $y = -\frac{7}{5}x$ 와 만나는 점 → 각 함수식에 $y = -7$ 대입한다.

$-7 = \frac{7}{4}x \ \therefore x = -4$

따라서 교점의 좌표는 $(-4, -7)$

$-7 = -\frac{7}{5}x \ \therefore x = 5$

따라서 교점의 좌표는 $(5, -7)$

서로 만나는 꼭짓점의 좌표는 $(-4, -7)$, $(5, -7)$, $(0, 0)$

삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\{5 - (-4)\} \times 7 = \frac{63}{2}$

10. 두 점 $A(a,\ b-2)$, $B(3b,\ a+1)$ 가 x 축 위에 있고, 점 C 의 좌표가 $C(2a+b,\ a+2b)$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면? [배점 5, 중상]

① 6 ② $\frac{21}{2}$ ③ 12 ④ $\frac{27}{2}$ ⑤ 21

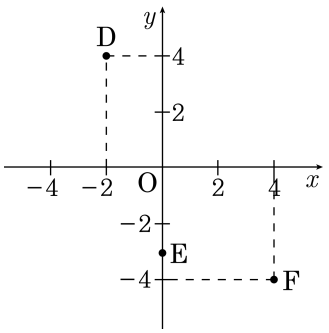
해설

x축 위의 점은 y좌표가 0이므로 $b-2 = 0,\ b = 2,$

$a + 1 = 0,\ a = -1,$ $A(-1,\ 0), B(6,\ 0),\ C(0,\ 3)$ 이므로

$S = 7 \times 3 \times \frac{1}{2} = \frac{21}{2}$

11. 좌표평면 위의 점 D, E, F의 좌표 중 $x+y$의 값이 가장 큰 점을 D, E, F 중에서 골라라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : D

해설

점 E는 y축 위의 점이므로 $x = 0$이다.

$D(-2,\ 4),\ E(0,\ -3),\ F(4,\ -4)$이므로

$x + y$ 의 값은

D : $-2 + 4 = 2$

E : $0 - 3 = -3$

F : $4 - 4 = 0$로 가장 큰 점은 D이다.

12. 다음 보기 중 점 A$(-4,\ a)$ 가 제 3 사분면 위의 점일 때, a 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ -2 ㉡ 3 ㉢ $\frac{1}{3}$

㉣ $-\frac{99}{100}$ ㉤ 0

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

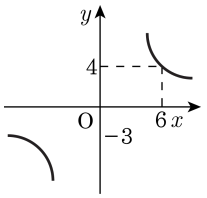
▷ 정답: ㉤

해설

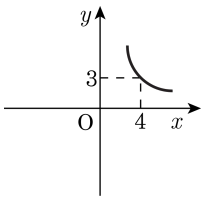
점 A 가 제 3 사분면 위에 있으려면 부호가 $(-,-)$ 가 되어야 한다. 따라서 y 좌표에 0 이나 양수는 들어갈 수 없다.

13. 밑변의 길이가 $x$cm , 높이가 $y$cm 인 삼각형의 넓이가 12cm^2 일 때, x 와 y 사이의 관계를 나타내는 그래프를 골라라. [배점 5, 중상]

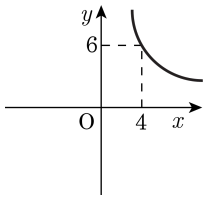
①



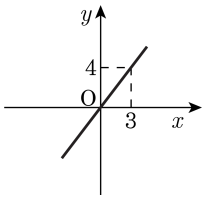
②



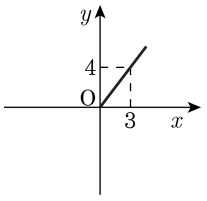
③



④



⑤



해설

$\frac{1}{2}xy = 12$ 이므로 $y = \frac{24}{x}(x > 0)$

정의역이 0 보다 큰 수이므로 그래프는 제1 사분면에만 그려지고$f(4) = \frac{24}{4} = 6$ 이므로 점 $(4,\ 6)$ 을 지난다.

14. 함수 $f(x)=x+2a$ 에 대하여 $f(-1)=5$, $f(b)=0$ 일 때, ab 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

① -15 ② -16 ③ -17

④ -18 ⑤ -19

해설

$f(x)=x+2a$ 에서 $f(-1)=5$ 이므로 $-1+2a=5$ 이다.

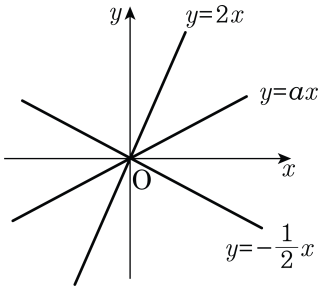
$2a=6 \quad \therefore a=3$

$f(x)=x+6$ 에서 $f(b)=0$ 이므로

$b+6=0 \quad \therefore b=-6$

$\therefore ab=3\times(-6)=-18$

15. 함수 $y=ax$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 두 함수 $y=2x$, $y=-\frac{1}{2}x$ 의 그래프 사이에 있을 때, a 의 값의 범위는?



[배점 5, 중상]

① $-2<a<\frac{1}{2}$ ② $-1<a<1$

③ $-\frac{1}{2}<a<2$ ④ $-\frac{1}{2}<a<3$

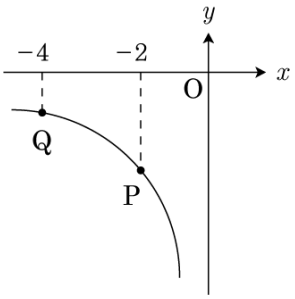
⑤ $0<a<3$

해설

a 가 $-\frac{1}{2}$ 와 2 사이에 있어야 하므로

$-\frac{1}{2}<a<2$

16. 다음 그림은 함수 $y=\frac{a}{x}$ $(x<0)$ 의 그래프를 나타낸 것이다. 이 그래프 위의 두 점 P, Q 의 x 좌표가 각각 -2, -4 이고, 두 점의 y 좌표의 차가 -3 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

두 점 P, Q 의 y 좌표를 각각 $f(-2)$, $f(-4)$ 라고 하면

$f(-2)=\frac{a}{-2}$

$f(-4)=\frac{a}{-4}$

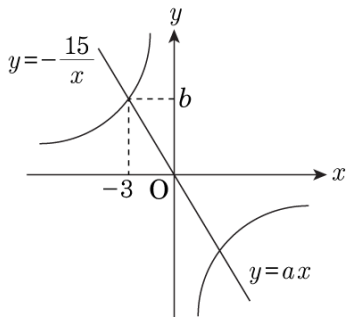
두 점의 y 좌표의 차가 -3 이므로

$f(-2)-f(-4)=\frac{a}{-2}-\frac{a}{-4}=\frac{-a}{2}+\frac{a}{4}$

$=\frac{-2a+a}{4}=-\frac{a}{4}=-3$

따라서 $a=12$ 이다.

17. 두 함수 $y=ax$ 와 $y=-\dfrac{15}{x}$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 두 점에서 만날 때, $\dfrac{a}{b}$ 의 값은?



[배점 5, 중상]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y=-\dfrac{15}{x}$ 에 $x=-3$, $y=b$ 를 대입하면 $b=-\dfrac{15}{(-3)}=5$

$y=ax$ 에 $x=-3$, $y=5$ 를 대입하면 $5=-3a$ $\therefore a=-\dfrac{5}{3}$

$\dfrac{b}{a}=5\div\left(-\dfrac{5}{3}\right)$

$=5\times-\left(\dfrac{3}{5}\right)$

$=-3$

18. 함수 $y=\dfrac{a}{x}$ 의 그래프가 점 $(-3,4)$ 를 지날 때, 이 그래프 위에 있는 순서쌍 (x,y) 의 좌표가 모두 정수인 점의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 12 개

해설

$y=\dfrac{a}{x}$ 에 $x=-3$, $y=4$ 를 대입하면

$4=-\dfrac{a}{3}$, $a=-12$

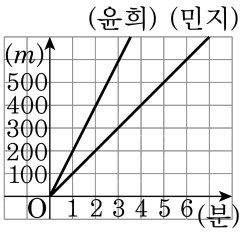
함수 $y=-\dfrac{12}{x}$ 의 그래프 위에 있는 점 중에서 $(x,\ y)$ 의 순서쌍의 좌표가 모두 정수인 점은 x 의 좌표가 $\pm$(12 의 약수) 인 경우이다.

따라서

$(1,-12)$, $(2,-6)$, $(3,-4)$, $(4,-3)$, $(6,-2)$, $(12,-1)$, $(-1,12)$, $(-2,6)$, $(-3,4)$, $(-4,3)$, $(-6,2)$, $(-12,1)$

의 12 개이다.

19. 윤희와 민지가 4km 인 호수 공원을 돌 때의 시간과 거리 사이 이 관계는 다음 그림과 같다. 윤희가 4km 를 다 돈 후 민지가 올 때까지 몇 분 동안 기다려야 하는지 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 20 분

해설

두 사람이 호수 공원을 도는 데 걸린 시간을 x 분, 이동 거리를 ym 라고 하면 x 와 y 사이의 관계식은 $y = ax$ 의 꼴이다.

윤희의 함수를 $y = ax$ 라고 하면 $y = ax$ 의 그래프가 점 $(2, 400)$ 을 지나므로

$400 = 2a,\ a = 200 \quad \therefore\ y = 200x$

민지의 함수를 $y = bx$ 라고 하면 $y = bx$ 의 그래프가 점 $(3, 300)$ 을 지나므로

$300 = 3b,\ b = 100 \quad \therefore\ y = 100x$

따라서 거리가 4km (4000m)인 호수를 돌 때 걸린 시간은

윤희 : $4000 = 200x \quad \therefore\ x = 20$ (분)

민지 : $4000 = 100x \quad \therefore\ x = 40$ (분)

따라서 윤희는 민지를 20분 동안 기다려야 한다.

20. 정의역이 $\{x|1 < |\,x\,| < 3$인 정수$\}$, 공역이 $\{y||2| < |\,y\,| < 5$인 정수$\}$ 일 때, 가능한 함수의 개수를 a , 치역의 원소의 개수가 정의역의 원소의 개수와 같은 함수의 개수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

[배점 5, 상하]

① 12 ② 18 ③ 22 ④ 28 ⑤ 32

해설

정의역 $\{-2,\ 2\}$

공역 $\{-4,\ -3,\ 3,\ 4\}$

가능한 함수의 개수는 $f(-2)$ 이 4 가지, $f(2)$ 도 4 가지이므로

(함수의 개수) $= 4 \times 4 = 16$ (개)

치역의 원소의 개수가 2 개이려면

$f(-2)$, $f(2)$ 이 모두 서로 다른 값이어야 하므로

(함수의 개수) $= 4 \times 3 = 12$ (개)

$\therefore a + b = 16 + 12 = 28$